

**PENENTUAN RUTE DISTRIBUSI PRODUK PADA PT.
XYZ MENGGUNAKAN MODEL VRPTW DENGAN
ALGORITMA *SEQUENTIAL INSERTION***

TUGAS AKHIR

**Karya tulis sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik Industri dari
Program Studi Teknik Industri
Fakultas Teknik Universitas Pasundan**

Oleh :

ADAM KHALID SUSANTO

NRP : 203010057



**PROGRAM STUDI TEKNIK INDUSTRI
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS PASUNDAN**

2026

PENENTUAN RUTE DISTRIBUSI PRODUK PADA PT. XYZ MENGGUNAKAN MODEL VRPTW DENGAN ALGORITMA *SEQUENTIAL INSERTION*

ADAM KHALID SUSANTO

NRP : 203010057

Pembimbing Utama:

Dr. Ir. Hj. Tjutju Tarliah Dimyati, MSIE

ABSTRAK

Pengiriman barang atau disebut juga dengan distribusi menjadi salah satu faktor penting baik untuk perusahaan jasa maupun manufaktur, dengan proses pengiriman barang yang tepat waktu akan mewujudkan kepuasan pelanggan bagi para pelanggan. Pentingnya proses distribusi produk kepada pelanggan, banyak penelitian yang dilakukan agar proses distribusi menjadi lebih baik. Dalam konteks VRPTW waktu menjadi pembatas tambahan selain dari kapasitas sehingga ketepatan waktu sangat diperhatikan untuk mewujudkan efisiensi dan penggunaan sumber daya yang terbatas lebih efektif. PT.XYZ memiliki 25 pelanggan yang tersebar di kota Serang dengan time windows yang bermacam – macam dan hanya terdapat satu kendaraan yang tersedia untuk melakukan proses pengiriman untuk memenuhi permintaan pelanggan dengan berat yang bermacam – macam. Pendekatan heuristik dapat digunakan untuk mendapatkan solusi yang layak dan cepat bagi perusahaan seperti sequential insertion. Dengan model VRPTW menggunakan algoritma sequential insertion PT.XYZ dapat mempertimbangkan proses pengiriman dengan batasan time windows dan juga kapasitas dari kendaraan yang tersedia.

Kata kunci : Vehicle Routing Problem (VRP), Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW), Time windows, Pendekatan heuristik.

DETERMINING PRODUCT DISTRIBUTION ROUTES AT PT. XYZ USING THE VRPTW MODEL WITH THE SEQUENTIAL INSERTION ALGORITHM

ADAM KHALID SUSANTO

NRP : 203010057

Main Advisor:

Dr. Ir. Hj. Tjutju Tarlih Dimiyati, MSIE

ABSTRACT

Goods delivery, also known as distribution, is a critical factor for both service and manufacturing companies; timely delivery ensures customer satisfaction. Given the importance of product distribution to customers, numerous studies have been conducted to improve the distribution process. In the context of VRPTW, time serves as an additional constraint alongside capacity, making punctuality a critical focus to achieve efficiency and more effective use of limited resources. PT.XYZ has 25 customers spread across the city of Serang with varying time windows, and only one vehicle is available to handle the delivery process to meet customer demand for shipments of varying weights. Heuristic approaches, such as sequential insertion, can be used to obtain feasible and rapid solutions for companies. By applying the VRPTW model with the sequential insertion algorithm, PT. XYZ can optimize the delivery process while accounting for both time window constraints and the available vehicle's capacity.

Keywords: Vehicle Routing Problem (VRP), Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW), Time windows, Heuristic approaches.

**PENENTUAN RUTE DISTRIBUSI PRODUK PADA PT.
XYZ MENGGUNAKAN MODEL VRPTW DENGAN
ALGORITMA *SEQUENTIAL INSERTION***

Oleh

Adam Khalids Susanto

NRP : 203010057

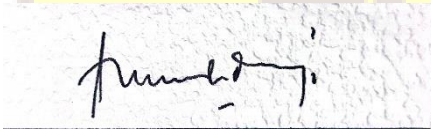
Menyetujui

Tim Pembimbing

Tanggal2026

Pembimbing

Penelaah



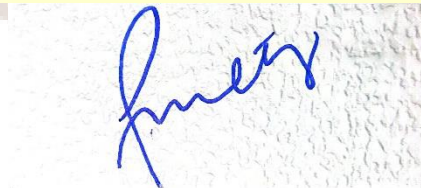
(Dr. Ir. Hj. Tjutju Tarliah Dimiyati, MSIE)



(Ir. Moh. Syarwani, MT)

Mengetahui,

Ketua Program Studi



(Dr. Ir. Hj. Putri Mety Zalynda, MT)

PEDOMAN PENGGUNAAN TUGAS AKHIR

Tugas Akhir Sarjana yang tidak dipublikasikan terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Pasundan, dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta ada pada pengarang dengan mengikuti aturan HaKI yang berlaku di Universitas Pasundan. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau peringkasan hanya dapat dilakukan seizin pengarang dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Memperbanyak atau menerbitkan sebagian atau seluruh Tugas Akhir haruslah seizin Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Pasundan.



PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa judul Tugas Akhir :

PENENTUAN RUTE DISTRIBUSI PRODUK PADA PT. XYZ MENGUNAKAN MODEL VRPTW DENGAN ALGORITMA SEQUENTIAL INSERTION

Adalah hasil kerja saya sendiri, kecuali beberapa kutipan dan ringkasan yang masing – masing disebutkan sumbernya dengan cara penulisan referensi yang sesuai. Pernyataan ini saya buat dengan sebenar – benarnya dan jika pernyataan ini tidak sesuai dengan kenyataann maka saya bersedia menanggung sanksi yang akan diberikan sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Bandung,.....bulan 2026



Adam Khalid Susanto

203010057

KATA PENGANTAR

Puji serta syukur dipanjatkan kepada Allah S.W.T yang telah menghendaki penulis untuk menyelesaikan kewajiban yaitu menyelesaikan menimba ilmu di Universitas Pasundan, tidak lupa kepada Bu Tjutju selaku pembimbing yang selalu sabar membimbing penulis sampai akhir, tidak lupa juga kepada keluarga yang selalu bertanya “kapan lulus?” yang menjadi dorongan untuk menyelesaikan pendidikan dibangku perkuliahan.

Laporan Tugas Akhir ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana dari Program Studi Teknik Industri Fakultas Teknik Universitas Pasundan serta menjelaskan hasil penelitian yang telah dilakukan dengan judul Penentuan Rute Distribusi Produk Pada PT. XYZ Menggunakan Model VRPTW Dengan Algoritma *Sequential Insertion*.

Penulis menyadari bahwa penelitian ini tidak sempurna, oleh karena itu perlunya dilakukan perbaikan oleh generasi selanjutnya yang memiliki ketertarikan kepada OR (*Operational Research*). Selalu semangat untuk menimba ilmu karena “*action speaks louder than words*”.

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
ABSTRACT	ii
PEDOMAN PENGGUNAAN TUGAS AKHIR	iv
KATA PENGANTAR.....	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xi
Bab I Pendahuluan.....	I-1
I.1 Latar belakang masalah	I-1
I.2 Perumusan Masalah	I-2
I.3 Tujuan Penelitian	I-2
I.4 Manfaat Penelitian	I-3
I.5 Batasan dan Asumsi	I-3
I.5.1 Batasan Peneliatian	I-3
I.5.2 Asumsi Penelitian	I-4
I.6 Sistematika Penulisan	I-4
Bab II Landasan Teori.....	II-1
II.1 Distirbusi	II-1
II.2 Definisi Graf.....	II-1
II.3 Jenis – Jenis Graf.....	II-2
II.4 Linear Programming (<i>LP</i>)	II-4
II.5 Integer Linear Programming (ILP).....	II-5
II.6 Mixed Integer Programming (MIP).....	II-6
II.7 Travelling Salesman Problem (TSP)	II-6
II.8 Vehicle Routing Problem (VRP)	II-8

II.9 Metode <i>Saving</i>	II-10
II.10 Metode Perhitungan Jarak	II-10
II.11 Metode Heuristik	II-12
II.12 <i>Insertion Heuristik</i> (Heuristik Penyisipan).....	II-12
II.13 <i>Sequential Insertion</i> (Penyisipan Bertahap)	II-13
Bab III Metodologi Penelitian.....	III-1
III.1 <i>Flowchart</i> Penelitian	III-1
III.2 Identifikasi Masalah	III-2
III.3 Perumusan Masalah	III-2
III.4 Menetapkan Tujuan Penelitian.....	III-2
III.5 Menentukan Batasan dan Asumsi Penelitian	III-2
III.6 Studi Literatur	III-3
III.7 Pengumpulan Data	III-3
III.8 Pengolahan Data.....	III-4
III.9 Metode Heuristik.....	III-5
III.9.1 Metode Heuristik yang Digunakan	III-5
III.10 Analisis dan Pembahasan	III-6
III.11 Kesimpulan.....	III-6
III.12 Rekomendasi.....	III-6
Bab IV Pengumpulan dan Pengolahan Data	IV-1
IV.1 Pengumpulan Data	IV-1
IV.1.1 Data Jarak	IV-1
IV.1.2 Data Jendela Waktu dan Waktu Pelayanan.....	IV-2
IV.1.3 Data <i>Demand</i>	IV-2
IV.2 Pengolahan Data.....	IV-2
IV.2.1 Matriks Jarak dan Waktu	IV-3

IV.2.2 Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	IV-3
Bab V Analisis dan Pembahasan	V-1
V.1 Formulasi dan Parameter Yang Digunakan.....	V-1
V.2 Analisis Hasil Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	V-2
V.3 Metode Perbaikan Berkelanjutan.....	V-3
Bab VI Penutup	VI-1
VI.1 Kesimpulan	VI-1
VI.2 Rekomendasi.....	VI-2



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Contoh Graf.....	II-2
Gambar 2. 2 Graf Sederhana.....	II-2
Gambar 2. 3 Graf ganda dan Graf semu	II-3
Gambar 2.4 Graf tak berarah.....	II-3
Gambar 2.5 Graf berarah.....	II-4
Gambar 2.6 Contoh rute TSP dengan metode MST.....	II-6
Gambar 2.7 Formulasi saving Clarke dan Wright..	Error! Bookmark not defined.
Gambar 2.10 Jarak pada <i>google maps</i>	II-11
Gambar 3. 1 Flowchart Penelitian.....	III-1
Gambar 3. 2 Flowchart algoritma sequential insertion	III-4
Gambar 4.1 Pemetaan rute pertama	IV-17
Gambar 4.2 Pemetaan rute kedua.....	IV-18
Gambar 4.3 Pemetaan rute ketiga	IV-19
Gambar 4.4 Pemetaan rute keempat.....	IV-20
Gambar 4.5 Node 23 (hijau), 24 (biru), 25 (merah).....	IV-20
Gambar 4.6 Pemetaan rute kelimanya	IV-21

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Tinjauan Pustaka	II-15
Tabel 4. 1 Tabel Iterasi 1	IV-4
Tabel 4.2 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Rute 1.....	IV-7
Tabel 4.3 Tabel Iterasi 2	IV-9
Tabel 4.4 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Rute 2.....	IV-10
Tabel 4.5 Tabel Iterasi 3	IV-11
Tabel 4.6 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Rute 3.....	IV-12
Tabel 4.7 Tabel Iterasi 4	IV-13
Tabel 4.8 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Untuk Rute 4..	IV-14
Tabel 4.9 Tabel Iterasi 5	IV-15
Tabel 4.10 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Rute 5.....	IV-16



Bab I Pendahuluan

I.1 Latar belakang masalah

Persaingan antar industri kini semakin meningkat dan berjalan dengan cepat. Setiap perusahaan selalu berupaya dalam perebutan pasar dan loyalitas konsumen kepada mereka, terutama dalam hal distribusi produk. Untuk menjaga loyalitas konsumen ketepatan waktu dalam pendistribusian produk merupakan aspek penting, meskipun rute yang ditempuh oleh kendaraan distribusi menentukan waktu keseluruhan. Terdapat beberapa faktor lain diluar rute yang juga mempengaruhi ketepatan waktu pengiriman secara keseluruhan, faktor tersebut seperti *time window*, kecepatan rata – rata kendaraan dan sebagainya. Dengan memaksimalkan sumber daya yang dimiliki, pendistribusian produk dapat dilakukan dengan efisien dan efektif sehingga dapat menghindari keterlambatan dalam proses distribusi produk.

Vehicle Routing Problem (VRP) merupakan permasalahan pencarian rute distribusi dengan ongkos minimal dari suatu depot menuju pelanggan yang letaknya tersebar dengan sejumlah permintaan yang berbeda -beda (Ayu & Putri, 2016). Solusi yang diberikan melalui *Vehicle Routing Problem* (VRP) bertujuan untuk mengidentifikasi serangkaian rute optimal yang harus dilalui oleh armada kendaraan. Rute – rute ini harus dimulai dan atau berakhir di depot dan memastikan semua kebutuhan pelanggan terkirim dan terpenuhi. Secara tradisional, kapasitas maksimum merupakan batasan paling penting dan selalu diperhitungkan dalam perencanaan penyisipan rute, akan tetapi seiring berjalannya waktu jendela waktu (*time window*) menjadi batasan baru seperti yang dikaji oleh Solomon pada tahun 1987 dengan menggunakan metode *insertion heuristic* untuk mengatasi *Vehicle Routing Problem with Time Window* (VRPTW) (Ayu & Putri, 2016), inti dari VRPTW itu sendiri adalah pengiriman kebutuhan konsumen kepada setiap pelanggan harus dilakukan dalam rentang waktu yang telah ditentukan. Dengan adanya batasan jendela waktu perencanaan penyisipan rute perlu lebih diperhatikan agar kapasitas kendaraan dan jendela waktu terpenuhi untuk semua konsumen.

PT. XYZ menghadapi masalah dalam melakukan pengiriman barang kepada 25 konsumen yang ada di Jawa Barat, dan setiap konsumennya memiliki

karakteristik permintaan dan jendela waktu (*time window*) yang beragam. Saat ini, pengiriman barang yang dilakukan oleh PT. XYZ hanya berdasarkan jarak dan kapasitas angkut kendaraan. Padahal, setiap konsumen yang dilayani memiliki jendela waktu yang berbeda – beda. Karena itu maka perlu dilakukan penelitian untuk menentukan rute distribusi dengan memperhatikan kapasitas dan jendela waktu di setiap titik pelayanan.

Untuk masalah yang dialami oleh PT. XYZ, penelitian ini menerapkan model VRPTW dengan menggunakan algoritma *sequential insertion*. Pendekatan ini digunakan untuk menyusun urutan kunjungan konsumen dengan memperhatikan batasan – batasan yang harus dipatuhi oleh PT. XYZ. Dengan demikian PT. XYZ pengiriman barang dapat lebih efisien dan efektif baik dalam ketepatan waktu, jarak ataupun biaya dengan menggunakan rute yang telah dibuat oleh model VRPTW dengan algoritma *sequential insertion*.

I.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang ada diatas, rumusan masalah yang akan dibahas seperti berikut:

1. Berapa banyak rute yang akan terbentuk dengan menggunakan model VRPTW dengan algoritma *sequential insertion*?
2. Berapa total waktu dan jarak tempuh yang terjadi dengan menggunakan model VRPTW dengan algoritma *sequential insertion*?

I.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah, terdapat beberapa tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini sebagai berikut :

1. Mengoptimalkan rute pendistribusian barang pada PT. XYZ dengan mengimplementasikan model VRPTW dengan algoritma *sequential insertion*, untuk menyusun jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan untuk memastikan 25 konsumen terlayani dalam batasan *time windows*.
2. Menentukan waktu dan jarak tempuh kendaraan berdasarkan hasil perhitungan dari model VRPTW dengan algoritma *sequential insertion*.

I.4 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini adalah diperolehnya rute distribusi yang efisien. Dengan memperhitungkan batasan terkait seperti kapasitas angkut kendaraan, waktu operasional konsumen (*time window*), dan waktu pelayanan, perusahaan dapat memastikan pengiriman barang yang tepat waktu dengan biaya operasional minimum, yang akan meningkatkan profitabilitas yang diharapkan.

I.5 Batasan dan Asumsi

Pembatasan masalah diberikan agar penelitian terfokus dan tidak meluas ke permasalahan lain sehingga ruang lingkup masalah lebih jelas, berikut batasan dan asumsi masalah yang ditetapkan:

I.5.1 Batasan Penelitian

Batasan penelitian yang diberikan sebagai berikut :

1. Batasan yang digunakan adalah kapasitas kendaraan, waktu operasional pelanggan.
2. Terdapat satu depot atau gudang barang yang merupakan tempat awal dan akhirnya pendistribusian.
3. Konsumen tidak bisa memilih hari pengiriman, tetapi *time windows* nya tidak berubah.
4. Data yang diambil berasal dari 25 konsumen.
5. Pada PT. XYZ hanya terdapat satu kendaraan untuk melakukan proses distribusi.

I.5.2 Asumsi Penelitian

Berdasarkan perumusan dan tujuan masalah diatas, maka permasalahan yang diasumsikan pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Jarak tempuh antar konsumen simetris.
2. Kondisi jalan raya normal (tidak ada kemacetan)
3. Ongkos diasumsikan proporsional dengan jarak dan waktu tempuh.
4. Kecepatan rata – rata kendaraan 35 km/jam

I.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan digunakan dalam penelitian untuk mempermudah dalam memahami apa saja yang terdapat pada laporan penelitian ini :

Bab I Pendahuluan

Pada bab satu menjelaskan apa saja yang menjadi dasar dari penelitian ini seperti latar belakang masalah, Perumusan masalah, Tujuan penelitian, Manfaat penelitian, batasan dan asumsi penelitian dan Sistematika penelitan.

Bab II Landasan Teori

Pada bab dua menjelaskan teori apa saja yang berhubungan dengan penelitian berdasarkan studi literatur atau jurnal terdahulu.

Bab III Metodologi Penelitian

Pada bab tiga menjelaskan alur dari penelitian mulai dari awal hingga akhir membuat kesimpulan, seperti pgeumpulan data dan pengolahan data.

Bab IV Pengumpulan dan Pengolahan data

Pada bab empat menjelaskan data apa saja yang diperlukan dalam penelitian dan proses pengolahan data.

Bab V Analisis dan Pembahasan

Pada bab lima menjelaskan analisis dan membahas hasil yang didapatkan dari pengolahan data.

Bab VI Penutup

Pada bab enam menjelaskan hasil dari penenlitan yang telah dilaksanakan dan rekomendasi tentang penelitian yang telah dilaksanakan.

Bab II Landasan Teori

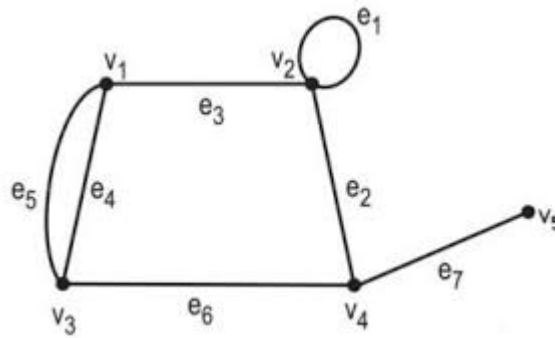
II.1 Distribusi

Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) arti distribusi yaitu penyaluran (pembagian, pengiriman) kepada beberapa orang atau beberapa tempat sedangkan menurut (Oentoro, 2010) distribusi adalah kegiatan pemasaran yang berusaha memperlancar dan mempermudah penyampaian barang dari produsen sampai ke tangan konsumen, sehingga penggunaannya sesuai dengan jenis, jumlah, harga, tempat, dan waktu yang dibutuhkan.

Berdasarkan penjelasan diatas distribusi merupakan salah satu elemen yang penting bagi industry untuk merencanakan dan menjalankan system perusahaan secara efisien dan efektif. Oleh karena itu, distribusi menjadi objek utama peneliti salah satunya (Purnomo, 2010) telah melakukan penelitian pengaruh distribusi dengan menggunakan rute yang mendekati optimal untuk studi kasus koran harian pagi Tribun Jabar. Secara khusus, permasalahan distribusi melibatkan serangkaian sumber daya dimana setiap kendaraan harus melalui tepat satu konsumen dan satu rute yang harus dilaksanakan untuk mendapatkan tur yang mendekati optimal yang kemudian disebut dengan *Vehicle Routing Problem* (VRP).

II.2 Definisi Graf

Graf didefinisikan sebagai pasangan dari dua himpunan yaitu himpunan simpul atau disebut juga vertex dilambangkan dengan V , dan himpunan sisi atau *edge* yang dilambangkan dengan E . Graf direpresentasikan sebagai sekumpulan titik yang disebut dengan simpul, simpul – simpul ini dapat dihubungkan satu sama lain oleh garis yang disebut dengan sisi yang merepresentasikan hubungan antar simpul. Graf biasanya dinotasikan dengan $G = \{V, E\}$, yang mana V adalah himpunan simpul atau titik, $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ dan E adalah himpunan sisi atau garis yang menghubungkan antara simpul dengan yang lain, $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$, oleh karena itu graf dinotasikan dengan $G = \{V, E\}$. Dalam pembuatan graf bentuk tidak diperhatikan, tetapi yang diperhatikan dalam pembuatan graf adalah kejelasan dari setiap sisi yang terhubung kepada simpul tertentu (Pranaya, 2012), (Munir, 2010) seperti pada gambar berikut:



Sumber : (Rifpanna, 2015)

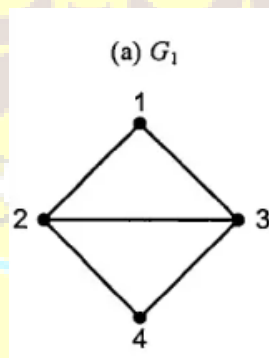
Gambar 2.1 Contoh Graf

II.3 Jenis – Jenis Graf

Dalam bukunya (Munir, 2010), menyebutkan bahwa graf dapat dikelompokkan berdasarkan sudut pandang, pengelompokannya dapat dipandang berdasarkan ada tidak adanya sisi ganda, berdasarkan jumlah simpul, atau berdasarkan orientasi arah pada sisi.

(Munir, 2010) mengelompokkan graf berdasarkan ada tidak adanya gelang atau sisi ganda pada graf, maka terdapat dua jenis graf yaitu:

1. Graf sederhana (*simple graph*)

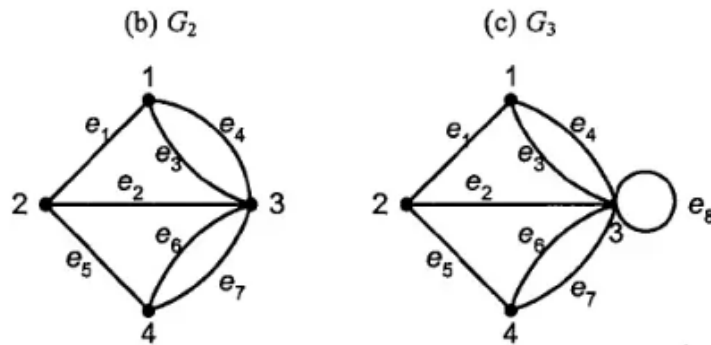


Sumber : (Munir, 2010, p. 356)

Gambar 2. 2 Graf Sederhana

Graf sederhana adalah graf yang tidak memiliki gelang maupun sisi ganda, pada graf sederhana sisi adalah pasangan tak-terurut, jadi menuliskan sisi (u, v) sama saja dengan (v, u) .

2. Graf tak sederhana (*unsimple graph*)



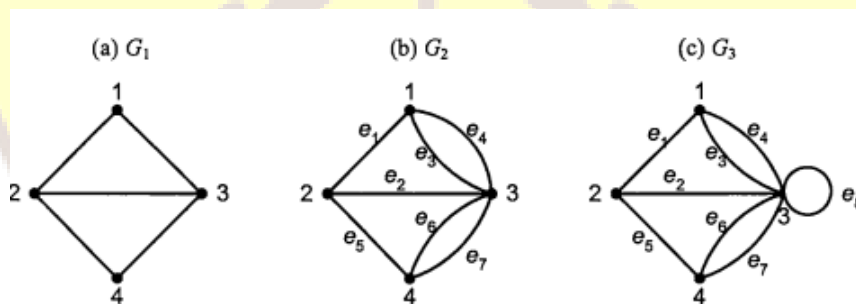
Sumber : (Munir, 2010)

Gambar 2. 3 Graf ganda dan Graf semu

Graf tidak sederhana adalah graf yang memiliki sisi ganda atau gelang, terdapat dua jenis graf tidak sederhana, diantaranya adalah graf ganda (*multigraph*). Graf ganda adalah graf yang memiliki dua sisi ganda seperti pada gambar 2.3 (b). Sisi ganda yang menghubungkan sepasang simpul bisa lebih dari dua. Graf tak sederhana yang lainnya adalah graf semu, graf semu merupakan graf yang memiliki *loop* seperti pada gambar 2.3 (c).

Lalu, terdapat jenis – jenis graf yang memiliki orientasi arah , maka secara umum dibedakan menjadi dua sisi yaitu:

1. Graf tak berarah (*undirected graph*)

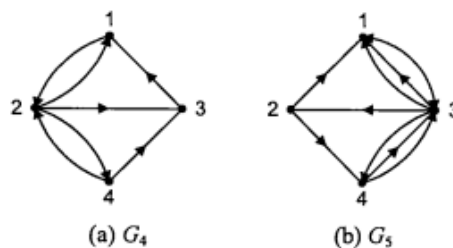


Sumber : (Munir, 2010)

Gambar 2.4 Graf tak berarah

Graf tak berarah merupakan sisinya yang tak memiliki orientasi arah, pada graf tak berarah urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi yang tidak diperhatikan. Jadi $(u,v) = (v,u)$ adalah sisi yang sama, dan diatas adalah contoh graf tak berarah.

2. Graf berarah (*directed graph*)



Sumber : (Munir, 2010)

Gambar 2.5 Graf berarah

Graf berarah merupakan graf yang setiap sisinya memiliki orientasi arah, sisi yang berarah dapat disebut juga dengan busur atau *arc*. Pada graf yang memiliki busur, $(u,v) \neq (v,u)$ yang mana menyatakan dua busur yang berbeda, untuk busur (u,v) simpul u dinamakan simpul asal (*initial vertex*) dan untuk simpul v dinamakan dengan simpul terminal (*terminal vertex*).

II.4 Linear Programming (LP)

Pemrograman linear atau *Linear programming* (LP) adalah Teknik matematis yang berguna untuk alokasi sumber daya yang langka atau terbatas ke beberapa aktivitas yang bersaing berdasarkan kriteria optimalitas yang diberikan. Jika dilihat secara bahasa *linear programming* terdiri dari dua kata yaitu *linear* dan *programming*, kata *linear* mengacu pada hubungan proporsional antar variabel dalam model, dimana perubahan pada satu variabel akan menghasilkan perubahan yang sebanding pada variabel lain, sedangkan kata *programming* mengacu pada proses pemodelan matematis untuk memecahkan masalah alokasi sumber daya yang terbatas, dengan memilih tujuan tindakan atau strategi optimal dari pilihan yang tersedia guna mencapai sasaran yang diinginkan (Sharma, 2016). Menurut (Sharma, 2016) bentuk umum *linear programming* terdiri dari tiga elemen penting yaitu :

1. Variabel keputusan

Variabel keputusan merupakan pilihan beberapa Tindakan yang terbaik untuk mencapai nilai optimal dari sebuah fungsi tujuan. Dalam *linear programming* variabel keputusan biasanya dinotasikan dengan $x_1, x_2, \dots, x_n$ pilihan tersebut harus mengikuti arah dari fungsi tujuan yang dirumuskan dan ketersediaan sumber daya yang terbatas, nilai dari

variabel keputusan menunjukkan sejauh mana pilihan tersebut harus dilakukan. Sebagai contoh, dalam masalah pendistribusian model LP dapat digunakan untuk menentukan alternatif rute untuk masing – masing node dengan menggunakan sumber daya yang terbatas.

2. Fungsi tujuan

Fungsi tujuan dalam setiap model LP dinyatakan dalam bentuk variabel keputusan untuk mengoptimalkan kriteria seperti jarak, waktu, biaya dan sebagainya. Fungsi tujuan umumnya dimodelkan seperti:

$$\text{Minimumkan / maksimumkan } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

Dari fungsi tujuan diatas Z menunjuka tujuan yang ingin dicapai yang tergantung pada tingkat usaha yang dilakukan, dilambangkan dengan variabel keputusan. Setiap variabel keputusan memiliki koefisien c_i yang menunjukkan kontribusi per satuan masing – masing variabel keputusan terhadap total nilai optimal (Z).

3. Pembatas

Kendala atau batasan sumber daya seperti kapasitas, biaya, dan tenaga kerja secara mendasar membatasi tingkat pencapaian suatu tujuan. Dalam LP, batasan – batasan ini wajib diformulasikan menjadi persamaan linear atau pertidaksamaan linear. Persamaan dan pertidaksamaan tersebut harus dinyatakan berdasarkan variabel keputusan tersebut. Solusi optimal yang dihasilkan dari model LP wajib mematuhi seluruh batasan yang telah ditetapkan tersebut.

II.5 Integer Linear Programming (ILP)

Integer Linear Programming (ILP) adalah model *Linear Programming* (LP) dengan tambahan pembatasan bahwa semua variabel keputusan harus memiliki nilai bilangan bulat (tidak boleh pecahan atau decimal). Model ini secara spesifik disebut dengan *pure integer programming* atau pemrograman bilangan bulat murni.

Dalam sebuah perusahaan, sumber daya tidak mungkin berbentuk bilangan pecahan (contoh : 1.6 orang atau 1.5 mesin) seperti mesin, kendaraan, tenaga kerja dsb. Oleh karena itu, pemrograman bilangan bulat digunakan untuk mengambil

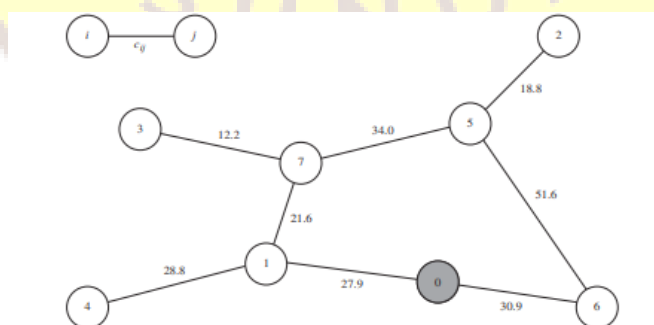
keputusan dari variabel keputusan yang tersedia (Sharma, 2016), (Fredrick S. Hiller, 2001).

II.6 Mixed Integer Programming (MIP)

Mixed Integer Programming (MIP) adalah model dimana Sebagian variabel keputusannya harus berupa bilangan bulat, sedangkan untuk sisanya dapat berupa bilangan pecahan. Untuk contohnya adalah *Vehicle Routing Problem* (VRP) yang mana terdapat variabel keputusan bilangan bulat seperti jumlah *vertex* atau node dan jumlah rute sebagai alternatif, untuk bilangan pecahannya terdapat variabel keputusan pengalokasian kapasitas ke kendaraan dan waktu (Fredrick S. Hiller, 2001). Terdapat sudut pandang lain dari MIP yaitu MIP bilangan biner, (N. Saffi, 2021) MIP biner digunakan ketika keputusan bersifat diskrit yang disimbolkan dengan angka 0 dan 1, arti dari angka 0 adalah tidak atau pilihan tersebut tidak menjadi keputusan yang diambil sedangkan angka 1 memiliki arti bahwa pilihan tersebut dipilih untuk keputusan yang akan dilakukan dari masalah.

II.7 Travelling Salesman Problem (TSP)

Travelling Salesman Problem adalah masalah optimasi yang bertujuan menemukan rute terpendek atau termurah yang harus ditempuh oleh seorang sales. Inti dari permasalahan ini adalah seorang sales berangkat dari kota asal lalu melewati rute tepat satu kali dan kembali ketempat asalnya. Ketika semua kota dan rute telah dilewati tepat satu kali maka akan terbentuk *euler tour*, *euler tour* adalah sirkuit yang persis satu hanya satu kali melewati setiap *edge* pada *graph* dan berawal dan berakhir di *vertex* yang sama.



Sumber : (Gianpaolo Ghiani, 2004)

Gambar 2.6 Contoh rute TSP dengan metode MST

Travelling Salesman Problem merupakan persoalan *NP- hard* yaitu persoalan waktu penyelesaian akan meningkat secara eksponensial terhadap penambahan variabel. Karena itu, penyelesaian persoalan dilakukan dengan metode heuristik yang saat ini telah banyak dikembangkan. TSP dapat dinyatakan sebagai suatu graf berarah $G = (V, A)$ yang mana $V = \{1, \dots, n\}$ menyatakan himpunan simpul atau node atau *vertex* yang menunjukkan lokasi tujuan dan $A = \{(i, j) | i, j \in V, i \neq j\}$.

Dalam proses penyelesaiannya, TSP menggunakan beberapa metode untuk mencapai rute yang fisibel, berikut metode – metode untuk penyelesaian TSP diantaranya :

1. *Minimum Spanning Tree* (MST)

Jika secara konsep *Minimum Spanning Tree* (MST) merupakan konsep yang digunakan untuk meminimalisir jaringan dalam sebuah teori graf. MST biasanya terdiri dari kumpulan *vertex* dan *edge* yang terhubung berdasarkan bobot. Jika dalam konteks TSP, bobot dapat berupa jarak, waktu, atau biaya tergantung dari tujuan yang ingin dicapai dalam sebuah masalah (Sri Pariyani, 2022).

2. *Nearest Neighbor Procedure* (NNP)

Nearest Neighbor Procedure (NNP) merupakan metode untuk menentukan rute yang fisibel baik secara jarak, waktu, ataupun biaya. Penggunaan NNP dapat memberikan solusi yang fisibel meskipun tidak menjamin hasil yang optimal meskipun NNP cepat dan mudah diimplementasikan (Sutoyo, 2018).

3. *Clark and Wright Saving Heuristik* (C – W Heuristik)

Clark and Wright Saving Heuristik (C – W Heuristik) adalah algoritma yang dapat diaplikasikan baik untuk TSP ataupun VRP. Inti dari metode ini adalah mencari penghematan atau *saving* maksimum yang dapat dicapai dengan menghubungkan node yang terpisah dari depot yang sama menjadi satu rute. Penghematan ini diukur dari seberapa penghematan jarak tempuh atau waktu yang didapatkan dengan menghilangkan segmen rute kembali ke depot. Algoritma ini akan berulang mengatur sekumpulan rute, dengan memilih node yang dapat dihubungkan berdasarkan nilai penghematan terbesar pada setiap

langkahnya dan sampai tidak ada lagi node tersisa (Hantono Raharjo, 2014).

II.8 Vehicle Routing Problem (VRP)

VRP merupakan pencarian rute distribusi dengan ongkos yang seminimal mungkin dari suatu depot sampai ke pelanggan yang tersebar di daerah tertentu dengan permintaan yang bermacam – macam (Putri, 2016). VRP sudah menjadi salah satu topik yang sering dilakukan untuk penelitian karena kompleksitas nya seiring waktu bertambah sehingga butuh penelitian karena kompleksitas nya seiring waktu bertambah sehingga butuh penyesuaian untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari – hari. Perkembangan VRP cukup besar baik dari segi metode ataupun pembatas yang harus dipenuhi, berikut jenis – jenis VRP:

1. CVRP (*Capacitated VRP*)

CVRP merupakan salah satu dari jenis VRP dengan tujuan meminimumkan total ongkos perjalanan dari satu depot, yang hanya dibatasi oleh kapasitas angkut yang sama untuk setiap kendaraan yang menempuh satu rute (Zoran Injac, 2024).

2. VRPMT (*VRP with Multiple Trips*)

VRPMT merupakan jenis VRP yang memungkinkan satu kendaraan melakukan lebih dari satu tur selama kendaraan tersebut melakukan tugasnya (Randy Saputra, 2019).

3. VRPTW (*VRP with Time Windows*)

VRPTW merupakan pengembangan VRP dari VRP standar, yang mana pada VRPTW setiap pelanggan memiliki interval waktu wajib dimana layanan harus dimulai. (Brian Kallehauge, 2005)

4. VRPPD (*VRP with Pickup and Delivery*)

Masalah VRP *Pickup and Delivery* berkaitan dengan pengiriman dan pengambilan barang dari pelanggan. Batasan dari jenis VRP ini adalah kendaraan, pengambilan dan pengiriman ke pelanggan harus menggunakan kendaraan yang sama (Zoran Injac, 2024).

5. VRPB (VRP *with Backhauls*)

VRPB adalah perluasan dari CVRP dimana pelanggan dibagi menjadi dua kelompok yaitu pelanggan *Linehaul* (L) dan pelanggan *Backhaul* (B). Pelanggan L merupakan pelanggan yang memerlukan pengiriman barang, sedangkan pelanggan B adalah pelanggan yang memerlukan pengambilan barang. Batasan dari jenis VRP ini adalah prioritas, dimana pelanggan L diprioritaskan untuk pengiriman barang sebelum kendaraan diizinkan untuk melayani pengambilan barang dari pelanggan B (Zoran Injac, 2024).

6. PVRP (*Periodic VRP*)

PVRP adalah masalah VRP dimana periode perencanaan diperluas dari satu hari menjadi beberapa hari. Tujuan utamanya yaitu mencari solusi yang meminimalkan total waktu dan jumlah kendaraan yang dibutuhkan sepanjang periode multi tersebut. Batasan yang berlaku tidak berbeda jauh dengan VRP klasik, hanya saja memiliki batasan tambahan seperti :

1. Kendaraan tidak boleh kembali ke depot yang sama saat kendaraan berangkat.
2. Setiap pelanggan wajib dikunjungi minimal satu kali selama periode perencanaan multi.
3. Permintaan setiap pelanggan harus dipenuhi dalam satu kunjungan oleh satu kendaraan.

7. VRPMD (VRP *with Multiple Depot*)

VRPMD digunakan ketika sebuah perusahaan memiliki depot lebih dari satu, VRPMD memerlukan penugasan pelanggan menuju depot tertentu diantara depot yang ada. Setelah penugasan, kendaraan yang ditugaskan harus berangkat dari depotnya, melayani pelanggan yang telah ditugaskan untuk menuju depot tersebut, dan kendaraan kembali ke depot yang sama. Tujuan dari VRPMD ini untuk meminimalkan total waktu perjalanan. Selain dari kapasitas, batasan untuk VRPMD ini adalah dimulai dan berakhir di depot yang sama (Zoran Injac, 2024).

8. VRP with Split Delivery

Masalah VRP ini yaitu penggunaan armada kendaraan yang berbeda, perbedaan mendasar dari VRP klasik adalah tidak adanya batasan bahwa satu pelanggan harus dilayani hanya oleh satu kendaraan. *Split delivery* mengizinkan permintaan pesanan pelanggan untuk dibagi dan dilayani oleh beberapa kendaraan yang berbeda. Tujuannya tetap sama yaitu meminimalkan total biaya perjalanan dan jumlah kendaraan yang diperlukan (Zoran Injac, 2024).

9. Stochastic VRP

Permasalahan VRP stokastik merupakan permasalahan VRP yang menggunakan probabilitas, dimana permintaan pelanggan tidak diketahui secara pasti sebelum perjalanan dimulai, dan waktu tempuh antar lokasi bersifat acak yang dapat disebabkan oleh ketidakpastian kondisi lalu lintas (Zoran Injac, 2024).

II.9 Metode Saving

Pada permasalahan VRP *saving* adalah hal yang selalu dipertimbangkan dalam pembuatan rute, pengembangan *saving* dilakukan oleh Clarke dan Wright yang akhirnya menyusun algoritma Clarke dan Wright. Formulasi dari algoritma ini seperti berikut:

$$s_{ij} = d_i + d_j - d_{ij}$$

Formulasi tersebut menjadi konsep awal dari formulasi Z_{11} pada algoritma *sequential insertion*.

II.10 Metode Perhitungan Jarak

Dalam penyelesaian VRP data jarak merupakan data yang penting dalam proses perhitungan, jarak yang akurat menentukan urutan kunjungan yang optimal serta ketepatan estimasi waktu tibanya kendaraan. Pendekatan perhitungan jarak dapat dilakukan dengan:

1. *Euclidean Distance*

Pengukuran jarak antara dua titik dalam ruang Euclidean dilakukan untuk menganalisis korelasi antara besar sudut dan panjang lintasan. Secara matematis, penghitungan ini mengacu pada prinsip teorema Pythagoras sebagai landasan dasarnya (Ahmasetyosari, 2018). *Euclidean distance* memiliki formulasi seperti berikut:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

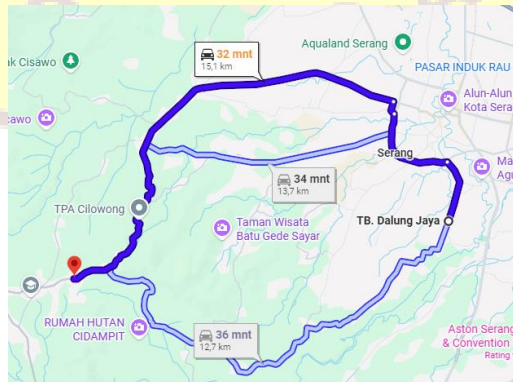
2. *Rectilinear Distance*

Rectilinear distance adalah jarak yang diukur dengan menjumlahkan panjang lintasan yang sejajar dengan sumbu koordinat, di mana garis-garis tersebut ditarik secara tegak lurus satu sama lain (Berlian Octaviani Surya, 2022). *Rectilinear distance* memiliki formulasi seperti berikut:

$$d_j = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

3. *Google Maps*

Google maps merupakan salah satu alat untuk mencari tujuan dalam perjalanan. Dalam *google maps* terdapat fitur – fitur yang dapat menunjukkan jarak dari tujuan yang ingin dituju, maka dari itu dalam penelitian ini menggunakan *google maps* agar jarak yang diberikan dari koordinat setiap pelanggan adalah jarak sebenarnya pada dunia nyata.



Gambar 2.7 Jarak pada *google maps*

II.11 Metode Heuristik

Permasalahan VRP yang terkenal karena kompleksitasnya sering kali selesai dengan metode heuristik, metode heuristik adalah cara pendekatan permasalahan VRP dengan mudah dan cepat, akan tetapi metode heuristik ini tidak menjamin solusi yang dihasilkan itu optimal atau solusi yang didapatkan fisibel. Metode heuristik terbagi menjadi beberapa bagian yaitu (Endah Wulan Permatasari, Agustus 2013) :

1. Heuristik konstruktif, pendekatan heuristik ini dilakukan secara berurutan dan bertahap menyusun solusi yang layak dengan mempertimbangkan dan meminimalkan biaya pada setiap langkahnya, tetapi tidak melibatkan fase perbaikan atau peningkatan lebih lanjut setelah solusi dicapai.
2. Heuristik dua fase, pendekatan heuristik ini menggunakan dua langkah, pada langkah pertama melakukan pengelompokan (*clustering*) pelanggan kedalam himpunan yang layak untuk dilayani, lalu melakukan langkah pembuatan rute (*routing*) yang spesifik didalam setiap kelompok yang telah terbentuk.
3. Heuristik perbaikan (*Improvement method*), pendekatan heuristik ini bekerja dengan menemukan solusi yang lebih baik melalui pertukaran urutan node didalam rute yang sama untuk mengubah urutan kunjungan, ataupun melakukan pertukaran node antar rute untuk mengubah urutan kunjungan yang sudah dibentuk, cara ini dilakukan untuk mencapai solusi yang fisibel dan optimal.

II.12 Insertion Heuristik (Heuristik Penyisipan)

Insertion Heuristik merupakan salah satu heuristik konstruksi yang dapat digunakan dalam penyelesaian masalah VRP, heuristik ini memiliki dua cara dalam menyelesaikan masalah yaitu *parallel insertion* dan *sequential insertion*, cara dari *parallel insertion* dalam (Suprayogi Y. P., 2008) menyebutkan bahwa heuristik ini menyusun solusi praktis langsung dari data mentah, setiap rute disusun secara serempak atau sekaligus, sedangkan *sequential insertion* dalam (Suprayogi, 2003) pada intinya menyisipkan pelanggan – pelanggan yang belum masuk kedalam rute

untuk solusi yang fisibel, cara dari heuristik ini dengan memilih pelanggan pertama sebagai pelanggan awal (*seed customer*). Lalu algoritma akan berusaha menyisipkan pelanggan atau node selanjutnya kedalam rute yang ada dengan mempertimbangkan batas *time window* dan kapasitas dalam konteks CVRPTW, jika dalam sebuah rute pembatas sudah terpenuhi maka algoritma akan membuat rute baru dalam tur yang sama dan akan berulang sampai semua pelanggan masuk kedalam rute yang dibuat.

II.13 Sequential Insertion (Penyisipan Bertahap)

Penyisipan bertahap atau *sequential inserion* dalam (Suprayogi, 2003) menjelaskan bahwa jendela waktu yang menjadi pembatas untuk pelanggan ataupun untuk depot dinotasikan dengan $\{e_0, l_0\}$ dan $\{e_i, l_i\}$. Kedua notasi jendela waktu tersebut mengartikan rentang waktu untuk depot e_0 (*earliest time*) untuk awal keberangkatan kendaraan dari depot dan l_0 (*latest time*) untuk batas akhir kendaraan harus kembali ke depot, sama halnya untuk pelanggan jendela waktu dinotasikan dengan e_i sebagai waktu awal operasional pelanggan dan l_i sebagai waktu akhir operasional pelanggan.

(Dimiyati, 2008) juga menjelaskan bahwa terdapat parameter yang digunakan dalam proses penyelesaian nya seperti berikut :

1. μ , μ merupakan besaran bobot yang ditetapkan untuk efesiensi jarak yang dihasilkan ketika node u disisipkan. $\mu \geq 0$
2. α_1 dan α_2 , α_1 merupakan besaran bobot yang ditetapkan untuk total jarak yang diperoleh saat node u disisipkan, sedangkan α_2 merupakan besaran bobot yang ditetapkan untuk total waktu perjalanan yang diperoleh saat node u disisipkan. $\alpha_1 + \alpha_2 = 1, \alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0$
3. λ , λ merupakan bobot yang ditetapkan untuk bobot yang ditetapkan untuk ongkos perjalanan dari depot ke node u saat node u tidak disisipkan kedalam rute. $\lambda \geq 0$

formulasi yang digunakan untuk permasalahan VRP dengan pembatas *time window* dan kapasitas dalam penelitian ini tidak menggunakan model optimasi, akan tetapi menggunakan metode penyelesaian secara manual seperti berikut :

1. Identifikasi seluruh pelanggan yang belum terdaftar dalam jadwal sebagai node bebas L , satu pelanggan dipilih untuk menjadi titik awal rute (node i) berdasarkan kriteria jarak dan waktu dari depot atau urutan waktu pelayanan. Rute dasar tersebut kemudian dibentuk dengan urutan perjalanan yang dimulai dari depot, menuju node i , dan berakhir di depot, atau dirumuskan sebagai $R = \{0, i, n + 1\}$.
2. Tetapkan parameter λ , α_1, α_2 , dan μ . Kemudian, pilih node bebas yang dipertimbangkan untuk disisipkan sebagai node u .
3. Node bebas u akan disisipkan kedalam rute tentunya akan menambah jarak dan waktu untuk penyelesaian rute tersebut, untuk menghitung jarak total rute ketika node u disisipkan menggunakan formulasi seperti berikut :

$$Z_{11}(i, u, j) = d_{iu} + d_{uj} - \mu d_{ij}$$

Variabel jarak d_{iu} untuk jarak node i menuju node u dan sama halnya untuk d_{uj} dan d_{ij} .

4. Untuk perhitungan waktu total untuk rute ketika node u disisipkan menggunakan formulasi seperti berikut :

$$Z_{12}(i, u, j) = t_{0u} + t_u + t_{ui} - t_{0i}$$

Variabel waktu t_{0u} merupakan waktu perjalanan dari depot menuju node u sama halnya dengan t_{ui}, t_{0i} , sedangkan t_u merupakan waktu pelayanan di node u .

5. Untuk perhitungan ongkos penyisipan yang proporsional terhadap tambahan jarak dan waktu tempuh ketika node u disisipkan menggunakan formulasi seperti berikut:

$$Z_1(i, u, j) = \alpha_1 Z_{11}(i, u, j) + \alpha_2 Z_{12}(i, u, j)$$

Perhitungan Z_1 menggunakan α_1 dan α_2 yang ditentukan, penentuan parameter α tergantung kepada apa yang ingin dicapai secara optimal (jarak atau waktu), perhitungan Z_1 akan menghasilkan bobot yang harus ditanggung ketika node u disisipkan.

6. Untuk Z_2 digunakan untuk penyisipan node u dengan mempertimbangkan waktu dan kapasitas yang masih tersedia dengan menggunakan formulasi seperti berikut :

$$Z_2(i, u, j) = \lambda d_{0u} - Z_1$$

Perhitungan Z_2 akan menghasilkan perbandingan bobot jika node u disisipkan kedalam rute saat ini dengan pengiriman secara langsung dari depot menuju node u , semakin besar bobot Z_2 maka biaya penghematan semakin besar.

II.14 Tinjauan Pustaka

Penelitian ini mengacu pada berbagai teori dan studi terdahulu sebagai titik awal dari penelitian agar penelitian yang dilakukan memiliki data pendukung yang dapat dipercaya. Secara spesifik, tinjauan pustaka yang dipaparkan berfokus pada implementasi algoritma *sequential insertion* dalam penyusunan rute.

Tabel 2.1 Tinjauan Pustaka

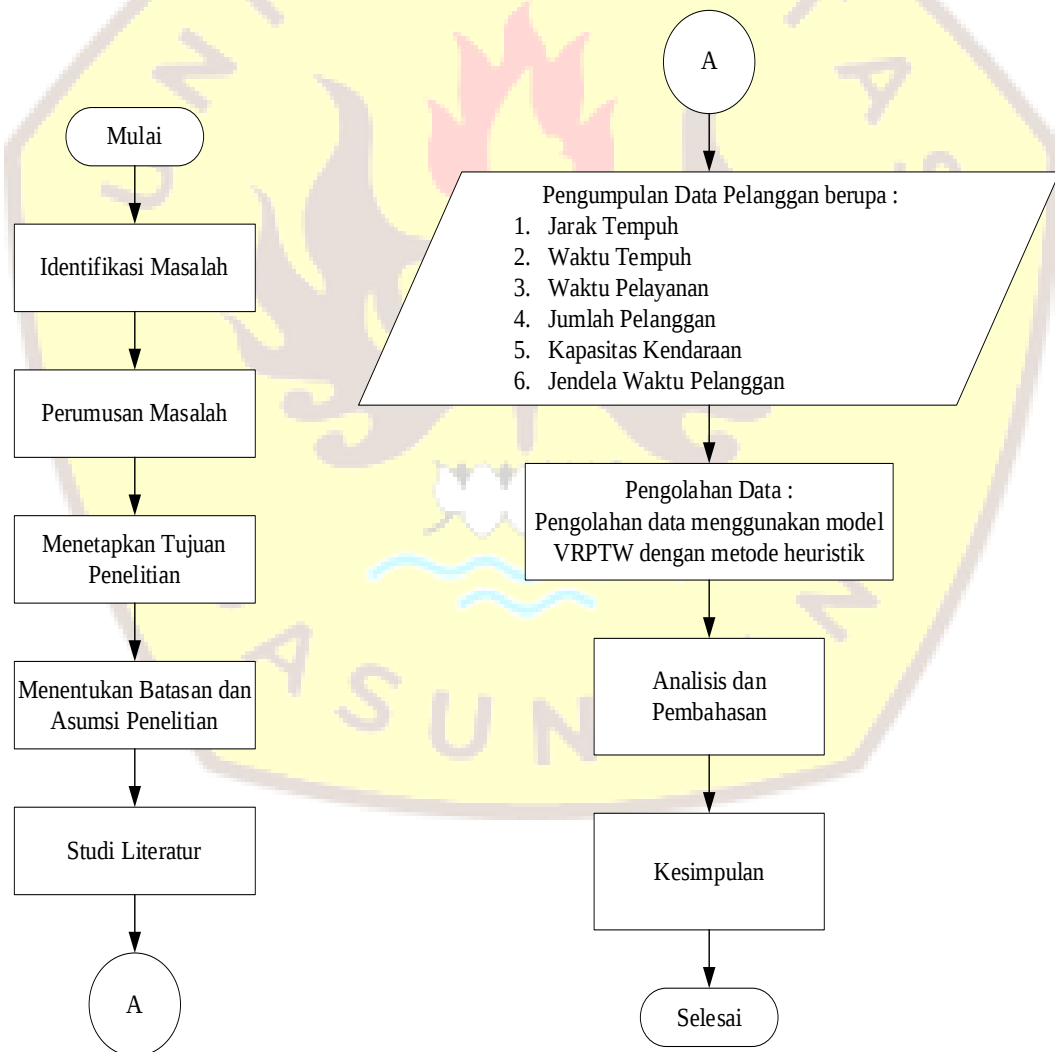
Nama Peneliti dan Tahun Penelitian	Tujuan Karakteristik						
	Jenis VRP			Pendekatan Heuristik		Pemetaan Rute	
	VRP Standar	VRPTW	VRPMT	C – W Heuristik	<i>Sequential Insertion</i>	<i>Euclidean Distance</i>	<i>Google maps</i>
Suprayogi. (2003)		✓	✓		✓	✓	
Randy Saputra, Darminto Pujotomo (2019)	✓			✓		✓	
Agus Purnomo (2010)		✓			✓	✓	
Adam Khalid S (2026)		✓			✓		✓

Bab III Metodologi Penelitian

Pada bab tiga akan menjelaskan langkah – langkah untuk menyelesaikan penelitian yang sedang dilaksanakan, metodologi penelitian berfungsi untuk menjelaskan alur proses dari penelitian, sejak mulainya penelitian, pengumpulan data, pengolahan data, sampai kesimpulan akhir yang berguna mejadi pedoman dalam melaksanakan penelitian. Pada bab ini menjelaskan juga tentang metode heuristik yang digunakan untuk penyelesaian permasalahan penelitian.

III.1 Flowchart Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang telah dijelaskan pada Bab I, alur proses penelitian ini akan dijelaskan melalui *flowchart* pada gambar 3.1



Gambar 3. 1 *Flowchart* Penelitian

III.2 Identifikasi Masalah

Penelitian ini diawali dengan identifikasi masalah yang berfokus pada masalah umum yang sering terjadi ataupun unik yang telah dijelaskan dengan rinci pada bab pertama. Fokus utama penelitian terletak pada masalah VRP yang sering dijumpai pada sektor distribusi, khususnya VRPTW yang memiliki batasan tambahan berupa waktu. Pada penelitian ini, permasalahan yang dihadapi berupa masalah VRPTW dengan batasan kapasitas sebesar 2000 kg, batasan jendela waktu setiap pelanggan yang berbeda, terdapat 25 pelanggan yang tersebar di daerah tertentu dan hanya terdapat satu kendaraan yang hanya dapat digunakan untuk proses distribusi.

III.3 Perumusan Masalah

Berdasarkan identifikasi masalah yang telah dijelaskan sebelumnya, langkah berikutnya yaitu menentukan fokus utama penyelesaian masalah. Penelitian ini secara khusus merumuskan model heuristik untuk permasalahan VRPTW, dengan penerapan model heuristik diharapkan seluruh pelanggan terlayani dengan memenuhi seluruh batasan yang telah ada.

III.4 Menetapkan Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian disusun sebagai target penelitian berdasarkan rumusan masalah penelitian yang telah ditetapkan sebelumnya. Penelitian ini berfokus kepada permasalahan VRPTW dengan model heuristik dengan harapan dapat menghasilkan perencanaan yang optimal.

III.5 Menentukan Batasan dan Asumsi Penelitian

Untuk mencegah melebarnya pembahasan dalam penelitian dan mempertimbangkan keterbatasan waktu, tenaga dan sebagainya, penelitian ini menggunakan asumsi dan batasan tertentu. Ini berfungsi untuk menegaskan ruang lingkup penelitian dan memastikan seluruh tahapan terarah. Detailnya untuk batasan dan asumsi masalah telah dijelaskan pada bab satu sebagai panduan untuk mempermudah dalam mencapai tujuan penelitian.

III.6 Studi Literatur

Setelah penetapan tujuan dan arah penelitian, langkah selanjutnya adalah mengumpulkan teori – teori yang relevan dengan penelitian, dengan tujuan memperkuat penelitian dan mendukung kebenaran dari penelitian ini. Sumber referensi, baik berupa buku literature ataupun berupa jurnal ilmiah ditujukan pada topik VRPTW yang menjadi topik utama dalam penelitian ini.

III.7 Pengumpulan Data

Dalam proses pengumpulan data dalam penelitian ini melibatkan beberapa data yang digunakan yaitu:

1. Jumlah Pelanggan dan Titik koordinat

Mendapatkan pelanggan sebanyak 25 yang memiliki permintaan distribusi barang untuk diselesaikan, titik koordinat ditentukan melalui alamat konsumen yang didapatkan dari perusahaan menggunakan *google maps*.

2. Menentukan Jarak tempuh

Jarak tempuh antar pelanggan didapatkan melalui *google maps*, jarak yang dipilih merupakan jarak terpendek yang dapat ditempuh berdasarkan *google maps*. *Google Maps* juga dapat membedakan jalan dua arah dan satu arah.

3. Waktu tempuh

Waktu tempuh didapatkan dengan cara perhitungan jarak dibagi dengan kecepatan rata – rata kendaraan, seperti yang telah disebutkan kecepatan rata – rata kendaraan adalah 35 km/jam dan dibagi dengan jarak yang telah didapatkan melalui *google maps* untuk setiap node.

4. Waktu Pelayanan

Waktu pelayanan didapatkan melalui wawancara langsung kepada karyawan yang bertugas untuk bongkar muatan dan kebutuhan lain saat melakukan pelayanan pada setiap node.

5. Kapasitas Kendaraan

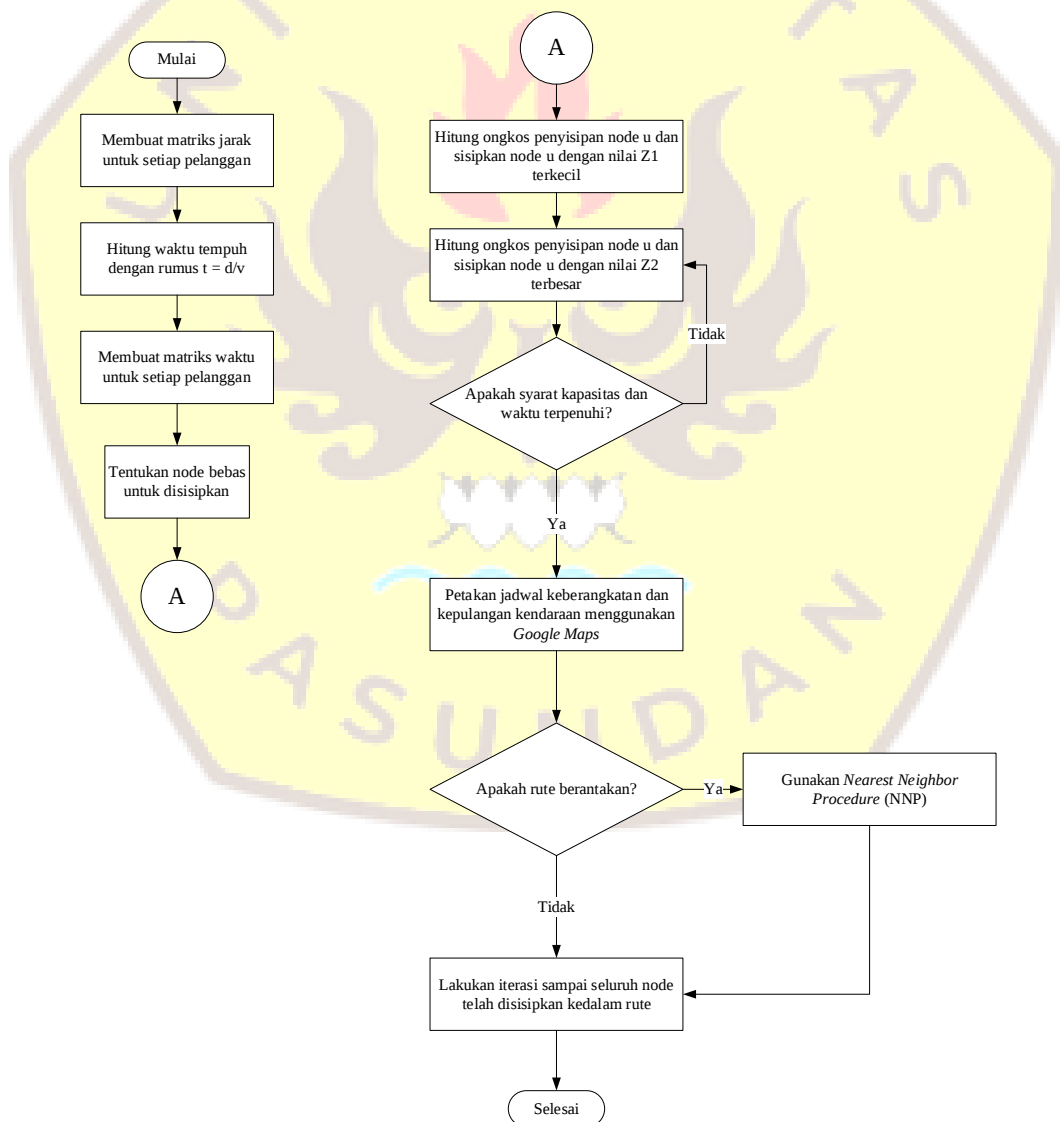
Kapasitas maksimum yang digunakan untuk melakukan proses pendistribusian seberat 2000 kg, yang mana kapasitas tersebut kapasitas maksimum.

6. Jendela Waktu setiap Pelanggan

Setiap pelanggan memiliki jendela waktu yang berbeda – beda, yang mana jendela waktu tersebut adalah waktu operasional pelanggan yang harus ditepati agar proses pendistribusian dapat dilakukan.

III.8 Pengolahan Data

Setelah data yang diperlukan telah dikumpulkan, pengolahan data dilakukan berupa pembentukan rute untuk masalah VRPTW. Pada *flowchart* penelitian pengolahan data disebutkan penyisipan seluruh pelanggan kedalam rute dengan langkah yang telah dijelaskan pada bab 2. Untuk memperjelas dalam proses pengolahan data, berikut *flowchart* untuk proses pengolahan data:



Gambar 3. 2 Flowchart algoritma sequential insertion

Dari *flowchart* algoritma *sequential insertion*, dapat dilihat penggunaan NNP jika rute berantakan, hasil pemilihan node dari bobot Z_1 dan Z_2 ketika dipetakan menggunakan *google maps* tidak selalu “mengalir” yang menandakan ketidakefisienan dari hasil dari algoritma ini karena menggunakan jalur yang sama untuk menempuh node selanjutnya. Oleh karena itu, peran NNP disini untuk merapikan jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan dari hasil algoritma.

III.9 Metode Heuristik

III.9.1 Metode Heuristik yang Digunakan

Masalah VRPTW pada intinya membahas permasalahan distribusi dengan batasan kapasitas dan jendela waktu setiap pelanggan yang berbeda. Setiap pelanggan tersebar di berbagai daerah dan memiliki permintaan yang berbeda – beda, dimana kapasitas kendaraan harus dimaksimalkan untuk proses distribusi agar dapat melayani dan memenuhi syarat jendela waktu setiap pelanggan. Keadaan ini menimbulkan ketidakpastian dalam menentukan prioritas pelayanan, sehingga muncul persoalan urutan pelanggan mana yang harus dilayani terlebih dahulu.

Sama halnya dengan kondisi yang telah disebutkan, pembuatan rute untuk memenuhi permintaan pelanggan sebanyak n pelanggan, dengan batasan kendaraan sebanyak V dengan kapasitas kendaraan sebesar q dan jendela waktu setiap pelanggan yang berbeda $\{e_i, l_i\}$, kendaraan harus berangkat dari depot pada rentang waktu $\{e_0, l_0\}$ dan kendaraan harus kembali ke depot pada rentang waktu $\{e_{n+1}, l_{n+1}\}$ dialami oleh PT. XYZ.

Dalam penelitian ini mengusulkan untuk menggunakan metode heuristic *sequential insertion* untuk menyelesaikan permasalahan VRPTW. Fokus utama dari metode tersebut yaitu menyisipkan seluruh node atau pelanggan kedalam rute agar terlayani dengan memenuhi seluruh batasan yang ada. Rekomendasi untuk menggunakan metode heuristic *sequential insertion* karena metode tersebut mudah, cepat, dan solusi yang diberikan feasible, untuk langkah – langkah metode ini telah dijelaskan sebelumnya berupa *flowchart* agar uraian langkah – langkah tervisualisasi dengan jelas.

III.10 Analisis dan Pembahasan

Bab ini menjelaskan analisis mendalam terhadap hasil pengolahan data yang telah diselesaikan dengan hasil solusi fisibel. Proses penyelesaian dilakukan dengan bantuan *software Microsoft Excel*, yang hasilnya digunakan untuk menarik kesimpulan terkait penelitian yang telah dilakukan.

III.11 Kesimpulan

Pada bab ini menyajikan kesimpulan yang dihasilkan dari hasil analisis dan pembahasan secara menyeluruh. Kesimpulan dibuat untuk menjawab setiap pertanyaan rumusan masalah pada penelitian ini. Selain itu, bab ini juga memberikan rekomendasi atau saran bagi peneliti lain yang relevan dengan hasil penelitian ini.

III.12 Rekomendasi

Setelah seluruh proses penelitian selesai, kesimpulan akan dibuat untuk memberikan laporan dari hasil penelitian yang telah dilakukan, berdasarkan hasil penelitian tersebut, rekomendasi diberikan baik untuk perusahaan maupun pihak – pihak terkait untuk penelitian selanjutnya.

Bab IV Pengumpulan dan Pengolahan Data

Pada bagian ini akan disajikan seluruh informasi dasar yang dibutuhkan untuk keberlangsungan proses penelitian. Data utama yang digunakan yaitu koordinat depot dan setiap pelanggannya, jendela waktu depot dan setiap pelanggan (*time windows*), waktu pelayanan disetiap pelanggan, permintaan dan bobot permintaan dari setiap pelanggan dan kapasitas bobot kendaraan yang digunakan untuk melakukan proses distribusi. Data yang didapatkan akan diolah untuk menjadi kebutuhan pengolahan data, seperti data koordinat setiap pelanggan yang didapatkan dari perusahaan akan diolah untuk mendapatkan jarak tempuh dan beberapa jalur alternatif untuk menunjang pembuatan rute ditahap selanjutnya.

IV.1 Pengumpulan Data

Data yang dikumpulkan untuk melakukan penelitian ini adalah data koordinat setiap konsumen yang akan digunakan untuk menentukan jarak beserta waktu tempuh yang dibentuk dalam sebuah matriks jarak dan waktu tempuh, seperti pada asumsi di bab sebelumnya bahwa jarak yang digunakan pada penelitian ini simetris yang berarti jarak A ke B sama dengan jarak B ke A, data jendela waktu depot dan waktu pelayanan seluruh pelanggan untuk menjadi batas waktu pengiriman yang dapat dilakukan oleh depot, kemudian data *demand* seluruh pelanggan dalam bentuk bobot dengan satuan berat kilogram digunakan untuk menyesuaikan bobot pengiriman dengan kapasitas bobot kendaraan pengiriman.

IV.1.1 Data Jarak

Data koordinat yang didapatkan melalui perusahaan berupa koordinat *longitude* dan *latitude* digunakan untuk mendapatkan jarak setiap konsumen sebanyak 25 konsumen dengan menggunakan alat bantu yaitu *google map* untuk membantu mendapatkan jarak setiap nodenya.

IV.1.2 Data Jendela Waktu dan Waktu Pelayanan

Data jendela waktu atau *time windows* dan waktu pelayanan untuk setiap konsumen didapatkan melalui perusahaan, jendela waktu ini berguna sebagai pembatas waktu pengiriman barang menuju konsumen, waktu pelayanan merupakan waktu *unloading* beserta hal – hal yang perlu dilakukan selama kendaraan mengunjungi node tertentu. Untuk jendela waktu dan waktu pelayanan setiap node berbeda beda tergantung kepada *demand*.

IV.1.3 Data Demand

Data *demand* didapatkan melalui perusahaan yang berguna sebagai pembatas sekaligus sebagai pemenuhan permintaan setiap konsumen, data *demand* berbentuk dalam satuan berat yaitu kilogram, penggunaan satuan berat ini bertujuan untuk menyesuaikan bobot yang diangkut untuk pengiriman permintaan dengan bobot kapasitas kendaraan yang ada.

IV.2 Pengolahan Data

Pada tahap pengolahan data, data yang telah dikumpulkan sebelumnya akan diolah untuk menjadi informasi yang berguna. Pengolahan data pembuatan matriks jarak dan waktu, pada bab sebelumnya kecepatan rata – rata ditetapkan yaitu 35 km/h, penentuan kecepatan tersebut didasari dengan alasan keamanan kendaraan, jalur yang dilalui adalah perkotaan dan tidak melewati jalan tol sehingga dengan kecepatan tersebut sudah cukup untuk memenuhi kriteria diatas.

Dari penentuan kecepatan rata – rata, penentuan waktu tempuh untuk setiap nodenya dapat dilakukan dengan formulasi:

$$t = \frac{d}{v}$$

Matriks jarak dan waktu digunakan dalam metode heuristic yaitu *sequential insertion* yang mana data matriks jarak dan waktu akan diproses berupa iterasi berulang kali sampai seluruh konsumen terlayani dalam batasan yang ada, hasil dari proses tersebut akan menghasilkan jadwal keberangkatan kendaraan untuk mengunjungi pelanggan yang dibentuk dalam sebuah rute.

IV.2.1 Matriks Jarak dan Waktu

Pembuatan matriks jarak dan waktu, *google map* digunakan untuk menentukan jarak tempuh dari koordinat yang telah didapatkan sebelumnya, sedangkan waktu tempuh didapatkan dengan rumus waktu, agar lebih jelas untuk perhitungan waktu tempuh seperti berikut:

- Jika jarak Moya Adem Dalung (0) menuju Jl.raya Gunung Sari No.3 kp.Marapit (1) adalah 15 km dengan kecepatan rata – rata kendaraan adalah 35 km/h
- $\frac{15}{35} = 0,4 \text{ jam} \times 60 = 25,7 \text{ menit}$

Tujuan perubahan satuan waktu tempuh dari jam menjadi menit yaitu untuk memudahkan perhitungan saat menyusun jadwal keberangkatan dan waktu kepulangan kendaraan distribusi.

IV.2.2 Algoritma *Sequential Insertion*

IV.2.2.1 Pengelompokan Pelanggan dan Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan

Pada tahap ini algoritma *sequential insertion* mulai digunakan dengan beberapa tahapan – tahapan yang telah disebutkan pada bab sebelumnya, setelah data yang dibutuhkan terkumpul yaitu data matriks jarak dan waktu tempuh, data jendela waktu depot dan setiap konsumennya, dan data permintaan setiap konsumen, proses iterasi dapat dilakukan dengan cara seperti berikut:

Tabel 4.1 Tabel Iterasi 1

i	u	d(l,u)	d(u,0)	d(l,0)	Z11	t(0,u)	t(u,i)	t(0,i)	Z12	Z1	Z2
3	1	11.0	15.0	4.0	22	25.7	18.9	6.9	57.7	39.86	-24.86
	2	12.5	15.5	4.0	24	26.6	21.4	6.9	56.1	40.07	-24.57
	4	18.1	14.5	4.0	28.6	24.9	31.0	6.9	64.0	46.31	-31.81
	5	17.3	13.8	4.0	27.1	23.7	29.7	6.9	61.5	44.28	-30.48
	6	23.6	20.0	4.0	39.6	34.3	40.5	6.9	83.9	61.74	-41.74
	7	19.0	17.4	4.0	32.4	29.8	32.6	6.9	65.5	48.97	-31.57
	8	20.2	16.6	4.0	32.8	28.5	34.6	6.9	71.2	52.00	-35.40
	9	14.7	15.5	4.0	26.2	26.6	25.2	6.9	59.9	43.06	-27.56
	10	19.5	17.9	4.0	33.4	30.7	33.4	6.9	72.3	52.83	-34.93
	11	22.1	17.5	4.0	35.6	30.0	37.9	6.9	74.0	54.81	-37.31
	12	18.1	17.7	4.0	31.8	30.3	31.0	6.9	68.5	50.16	-32.46
	13	24.6	23.0	4.0	43.6	39.4	42.2	6.9	90.7	67.17	-44.17
	14	25.2	24.1	4.0	45.3	41.3	43.2	6.9	92.7	68.98	-44.88
	15	26.1	25.0	4.0	47.1	42.9	44.7	6.9	95.7	71.42	-46.42
	16	33.3	37.1	4.0	66.4	63.6	57.1	6.9	128.8	97.61	-60.51
	17	40.6	36.1	4.0	72.7	61.9	69.6	6.9	140.6	106.66	-70.56
	18	30.9	33.5	4.0	60.4	57.4	53.0	6.9	120.5	90.47	-56.97
	19	40.5	41.9	4.0	78.4	71.8	69.4	6.9	149.4	113.90	-72.00
	20	42.6	42.9	4.0	81.5	73.5	73.0	6.9	155.7	118.61	-75.71
	21	55.6	62.6	4.0	114.2	107.3	95.3	6.9	210.8	162.49	-99.89
	22	65.7	69.2	4.0	130.9	118.6	112.6	6.9	239.4	185.15	-115.95
	23	33.4	32.3	4.0	61.7	55.4	57.3	6.9	119.8	90.74	-58.44
	24	33.2	32.1	4.0	61.3	55.0	56.9	6.9	120.1	90.69	-58.59
	25	33.8	32.7	4.0	62.5	56.1	57.9	6.9	122.1	92.32	-59.62

Pada tabel iterasi pertama dapat dilihat bahwa pemilihan node i adalah node 3, pemilihan node i mengambil dari konsep *Nearest Neighbor Procedure* sehingga pertimbangan pemilihan node 3 dipilih sebagai node i adalah jarak terdekat menuju depot yang dapat dilihat pada tabel bagian kolom d_{ij} atau d_{i0} yang menunjukkan jarak node menuju depot yang mana node 3 memiliki jarak menuju depot sejauh 4 KM, yang mana jarak tersebut adalah jarak terdekat node menuju depot jika dibandingkan dengan node lain. Setelah pemilihan node i , maka masukan jarak node u menuju depot yaitu d_{uj} atau d_{u0} , lalu terdapat d_{iu} atau jarak node i ke node u , setelah d_{u0}, d_{iu}, d_{i0} didapatkan maka perhitungan Z_{11} dapat dilakukan seperti berikut :

- $Z_{11}(3,1,0) = d_{31} + d_{10} - \mu d_{30}$
- $Z_{11}(3,1,0) = 11 + 15 - (1 \times 4)$
- $Z_{11}(3,1,0) = 22 \text{ KM}$

Pada perhitungan diatas terdapat $\mu = 1$ menandakan jarak yang digunakan adalah jarak sebenarnya, berbeda halnya jika μ lebih kecil dari satu berarti jarak yang digunakan tidak 100% atau tidak menggunakan jarak sebenarnya, penggunaan μ yang lebih kecil biasanya didasari pada bobot kepentingan jarak yang tidak terlalu penting, sedangkan hasil dari Z_{11} diatas 22 KM adalah jarak yang harus ditempuh jika node u disisipkan kedalam rute.

Setelah menghitung Z_{11} , jika melihat kepada tabel iterasi perhitungan Z_{12} dilakukan untuk mendapatkan total waktu yang didapatkan jika node u disisipkan, perhitungan Z_{12} melibatkan waktu tempuh dari depot menuju node u (t_{0u}), waktu tempuh node u menuju node i (t_{ui}), waktu pelayanan pada node u (t_u), dan waktu tempuh dari depot menuju node i (t_{0i}), setelah seluruh data tersebut didapatkan maka perhitungan dapat dilakukan seperti berikut:

- $Z_{12}(3,1,0) = t_{01} + t_1 + t_{13} - t_{03}$
- $Z_{12}(3,1,0) = 25,7 + 20 + 18,9 - 6,9$
- $Z_{12}(3,1,0) = 57,7 \text{ menit}$

Pada perhitungan Z_{12} total waktu yang diperlukan ketika node u disisipkan sebesar 57,7 menit, pada perhitungan Z_{12} dapat dilihat tidak ada parameter seperti pada formulasi Z_{11} , maksud dari tidak adanya parameter ini bahwa penambahan total waktu kunjungan yang dilakukan itu waktu yang sebenarnya tidak ada

pemangkasan waktu oleh parameter jika parameter lebih kecil dari satu. Dengan kata lain, 57,7 menit ini adalah waktu yang harus ditempuh ketika node u disisipkan.

Setelah menghitung Z_{12} , perhitungan Z_1 dapat dilakukan karena untuk menghitung Z_1 memerlukan data Z_{11} dan Z_{12} , jika melihat kepada tabel iterasi perhitungan Z_1 untuk node u adalah node 1 seperti berikut:

- $Z_1(3,1,0) = \alpha_1 Z_{11}(3,1,0) + \alpha_2 Z_{12}(3,1,0)$
- $Z_1(3,1,0) = (0,5 * 22) + (0,5 * 57,7)$
- $Z_1(3,1,0) = 39,86$

Perhitungah Z_1 merupakan untuk menghitung ongkos yang proporsional terhadap tambahan jarak dan waktu tempuh ketika node u disisipkan, karena dalam penelitian ini terdapat asumsi “ongkos proporsional dengan jarak dan waktu tempuh” maka penyederhanaan dalam model matematis menggunakan ongkos yang proporsional disini adalah satu. Dari penjelasan tersebut jarak dan waktu tempuh dikalikan dengan satu untuk menyamakan satuan sehingga dapat ditotalkan dalam perhitungan Z_1 , dalam Z_1 terdapat parameter yaitu α_1 dan α_2 fungsi dari parameter tersebut memberikan bobot kepentingan untuk ongkos jarak dan waktu tempuh, dengan kata lain Z_1 dapat digunakan untuk lebih mementingkan ongkos jarak atau waktu tempuh, dalam penelitian ini parameter α_1 dan α_2 menggunakan bobot yang sama besar yaitu 0,5 untuk memberikan kepentingan yang seimbang baik jarak ataupun waktu tempuh. Hasil perhitungan Z_1 dari contoh perhitungan adalah 39,86 yang mana hasil tersebut adalah ongkos yang harus dibayar ketika node u disisipkan kedalam rute.

Setelah melakukan perhitungan Z_1 , perhitungan Z_2 dapat dilakukan untuk menyelesaikan tahap iterasi yang pertama dengan contoh perhitungan seperti berikut:

- $Z_2(3,1,0) = \lambda d_{0u} - Z_1$
- $Z_2(3,1,0) = \lambda d_{01} - Z_1$
- $Z_2(3,1,0) = (1 * 15) - 39,86$
- $Z_2(3,1,0) = -24,86$

Pada perhitungan Z_2 , memiliki fungsi untuk membandingkan ongkos yang perlu dikeluarkan jika node u tidak disisipkan kedalam rute, dengan kata lain bahwa

node u perlu dilayani langsung dari depot untuk memenuhi permintaan. Dapat dilihat pada contoh perhitungan terdapat parameter λ yang berfungsi untuk memberikan bobot ongkos perjalanan dari depot menuju node u (d_{0u}) jika node u tidak disisipkan kedalam rute, pemilihan $\lambda = 1$ didasari pada proporsionalnya jarak dan waktu tempuh terhadap ongkos. Hasil dari Z_2 dari contoh perhitungan adalah $-24,86$ yang mengartikan bahwa selisih ongkos jika node u disisipkan akan menanggung ongkos sebesar $-24,86$.

Setelah selesai pada proses iterasi yang pertama, proses selanjutnya adalah pengelompokan node u untuk disisipkan kedalam rute yang pertama, untuk node yang akan dikunjungi setelah depot menuju node 3 (node i) adalah node 1, pemilihan node 1 ini berdasarkan nilai Z_1 terkecil yaitu 39,86 dan perlu juga memperhatikan kapasitas kendaraan dan *time window* setiap node yang akan disisipkan, maka untuk rute pertama terbentuk dari $R_1 = \{0,3,0\}$ menjadi $R_1 = \{0,3,1,0\}$. Selanjutnya node u yang dipilih melalui nilai Z_2 terkecil yaitu node 2 sehingga rute pertama menjadi $R_1 = \{0,3,1,2,0\}$, sama halnya untuk node u yang akan disisipkan kedalam rute dengan memilih node u melalui nilai Z_2 terkecil dan yang terpilih adalah node 4 dan node 5. Dari pengelompokan tersebut untuk rute pertama terbentuk menjadi $R_1 = \{0,3,1,2,4,5,0\}$ agar lebih rinci perihal waktu dan pembatasnya, dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4.2 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Rute 1

Node	Tiba	Berangkat	Waktu tunggu	kumulatif berat	Kumulatif jarak (km)
Depot		8:21			
3	8:27	8:42		215	4.0
1	9:00	9:20		465	15.0
2	9:20	9:35		700	15.5
4	10:14	10:29		980	38.4
5	10:30	10:45		1205	39.1
Depot	11:08				52.9

Dari tabel diatas terlihat waktu tiba dan berangkat kendaraan yang digunakan untuk proses distribusi, pada rute pertama kendaraan berangkat pukul 08:21 WIB dan sampai pada node 3 pada pukul 08:27 WIB, waktu tiba pada node 3 merupakan pertambahan waktu berangkat dengan waktu tempuh dari depot ke node 3 dan waktu berangkat pada node 3 yaitu 08:42 WIB merupakan pertambahan waktu dari waktu tiba dengan waktu pelayanan di node 3. Kumulatif berat

merupakan bobot yang diangkut oleh kendaraan distribusi untuk memenuhi seluruh permintaan pelanggan pada rute tersebut, jika pada rute satu kumulatif berat yang diangkut oleh kendaraan seberat 1205 KG dari kapasitas maksimum kendaraan yaitu 2000 KG, dengan tidak memaksimumkan total bobot kendaraan mencapai batas maksimum dikarenakan khawatir kendaraan limbung oleh bobot nya serta memperhatikan bobot supir beserta *helper* untuk proses *unloading* saat melayani permintaan setiap pelanggan yang dikunjungi pada rute tersebut. Kumulatif jarak merupakan total jarak tempuh suatu rute untuk melayani seluruh pelanggan pada rute tersebut, pada rute pertama jarak yang ditempuh oleh kendaraan distribusi untuk melayani seluruh pelanggannya yaitu sejauh 52.9 KM. Setelah menyelesaikan rute pertama, kendaraan kembali ke depot pada pukul 11:08 WIB untuk melanjutkan proses distribusi dikarenakan waktu masih memungkinkan.



Tabel 4.3 Tabel Iterasi 2

i	u	d(l,u)	d(u,0)	d(l,0)	Z11	t(0,u)	t(u,i)	t(0,i)	Z12	Z1	Z2
7	6	21.5	20.0	12.4	29.1	34.3	36.9	21.3	65.9	47.49	-27.49
	8	1.2	13.6	12.4	2.4	23.3	2.1	21.3	19.1	10.76	2.84
	9	2.3	14.7	12.4	4.6	25.2	3.9	21.3	22.9	13.74	0.96
	10	6.1	17.9	12.4	11.6	30.7	10.5	21.3	34.9	23.24	-5.34
	11	7.1	17.5	12.4	12.2	30.0	12.2	21.3	33.9	23.06	-5.56
	12	7.7	17.7	12.4	13	30.3	13.2	21.3	36.3	24.64	-6.94
	13	11.1	23.0	12.4	21.7	39.4	19.0	21.3	53.2	37.45	-14.45
	14	11.8	24.1	12.4	23.5	41.3	20.2	21.3	55.3	39.39	-15.29
	15	20.7	25.0	12.4	33.3	42.9	35.5	21.3	72.1	52.69	-27.69
	16	17.6	37.1	12.4	42.3	63.6	30.2	21.3	87.5	64.91	-27.81
	17	22.4	36.1	12.4	46.1	61.9	38.4	21.3	95.0	70.56	-34.46
	18	19.9	33.5	12.4	41	57.4	34.1	21.3	87.3	64.14	-30.64
	19	28.5	41.9	12.4	58	71.8	46.8	21.3	112.4	85.19	-43.29
	20	27.4	42.9	12.4	57.9	73.5	47.0	21.3	115.3	86.58	-43.68
	21	44.8	62.6	12.4	95	107.3	76.8	21.3	177.9	136.43	-73.83
	22	47.5	69.2	12.4	104.3	118.6	81.4	21.3	193.8	149.05	-79.85
	23	26.0	32.3	12.4	45.9	55.4	44.6	21.3	92.7	69.29	-36.99
	24	26.3	32.1	12.4	46	55.0	45.1	21.3	93.9	69.93	-37.83
	25	26.9	32.7	12.4	47.2	56.1	46.1	21.3	95.9	71.56	-38.86

Pada tabel iterasi yang kedua, pemilihan node 7 sebagai node i yaitu dekatnya jarak node dengan depot. Sama halnya dengan iterasi pertama, perhitungan untuk iterasi kedua mulai dari perhitungan Z_{11} sampai Z_2 dilakukan dengan cara yang sama dan juga pemilihan node untuk disisipkan kedalam rute sama yaitu melalui pemilihan bobot Z_1 dan Z_2 , setelah proses iterasi selesai maka node yang disisipkan kedalam rute yaitu $R_2 = \{0,7,8,9,10,12,11,0\}$. Agar lebih rinci berikut adalah jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan:

Tabel 4.4 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Rute 2

Node	Tiba	Berangkat	Waktu tunggu	kumulatif berat	Kumulatif jarak (km)
Depot		11:28			
7	11:49	11:59		200	12.4
8	12:01	12:16		325	13.6
9	12:17	12:32		480	14.7
10	12:33	12:48		620	15.8
12	12:50	13:04		920	17.4
11	13:08	13:21		1180	19.0
Depot	13:51				36.5

Pada jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan, terlihat waktu tambahan pada waktu berangkat dari depot, pada jadwal keberangkatan rute pertama kendaraan pulang ke depot pada pukul 11:08 WIB, tetapi pada jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan untuk rute kedua kendaraan berangkat pada pukul 11:28 WIB yang mana 20 menit tersebut adalah waktu *loading* permintaan untuk setiap konsumen atau node yang ada pada rute kedua. Pada rute kedua ini tidak ada waktu tunggu kendaraan sehingga kendaraan dapat langsung melayani konsumen tanpa ada hambatan. Kumulatif berat pada rute kedua seberat 1180 KG dari 2000 KG dan kumulatif jarak pada rute kedua sejauh 36.5 KM yang ditempuh oleh kendaraan, dan kendaraan kembali ke depot pada pukul 13:51 WIB, karena waktu masih memungkinkan untuk melakukan proses pengiriman maka pengiriman dilakukan pada hari yang sama.

Tabel 4.5 Tabel Iterasi 3

i	u	d(l,u)	d(u,0)	d(l,0)	Z11	t(0,u)	t(u,i)	t(0,i)	Z12	Z1	Z2
15	6	35.7	20.0	25.0	30.7	34.3	61.2	42.9	68.6	49.66	-29.66
	13	20.9	23.0	25.0	18.9	39.4	35.8	34.3	56.0	37.44	-14.44
	14	21.6	24.1	25.0	20.7	41.3	37.0	34.3	59.1	39.88	-15.78
	16	5.7	37.1	25.0	17.8	63.6	9.8	34.3	54.1	35.94	1.16
	17	14.5	36.1	25.0	25.6	61.9	24.9	34.3	65.5	45.53	-9.43
	18	11.9	33.5	25.0	20.4	57.4	20.4	34.3	57.5	38.97	-5.47
	19	25.9	41.9	25.0	42.8	71.8	44.4	34.3	97.9	70.37	-28.47
	20	19.5	42.9	25.0	37.4	73.5	33.4	34.3	87.7	62.54	-19.64
	21	40.7	62.6	25.0	78.3	107.3	69.8	34.3	157.8	118.05	-55.45
	22	43.4	69.2	25.0	87.6	118.6	74.4	34.3	173.7	130.67	-61.47
	23	12.8	32.3	25.0	20.1	55.4	21.9	34.3	59.0	39.56	-7.26
	24	12.5	32.1	25.0	19.6	55.0	21.4	34.3	59.2	39.39	-7.29
	25	13.2	32.7	25.0	20.9	56.1	22.6	34.3	59.4	40.15	-7.45

Pada tabel iterasi ketiga, node 15 dipilih sebagai node i karena dekat dengan depot, proses penyisipan node kedalam rute dilakukan dengan cara yang sama seperti proses penyisipan sebelumnya sehingga pada rute ketiga terdiri dari $R_3 = \{0,15,16,18,14,13,0\}$. Setelah menyisipkan node kedalam rute maka dibutkan jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan seperti berikut:

Tabel 4.6 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Rute 3

Node	Tiba	Berangkat	Waktu tunggu	kumulatif berat	Kumulatif jarak (km)
Depot		14:11			
15	14:53	15:08		230	25.0
16	15:17	15:32		470	30.7
18	15:42	15:59		745	36.9
14	16:19	16:34		970	48.6
13	16:58	17:13		1295	49.3
6	17:33	17:49		1595	61.4
Depot	18:23				81.4

Pada jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan untuk rute 3, dilakukan pada hari yang sama dengan rute pertama dan rute kedua sehingga ketika kendaraan selesai untuk mengantarkan permintaan untuk pelanggan pada rute kedua perlu proses *loading* kembali untuk permintaan pelanggan yang terdapat pada rute ketiga dengan waktu yang sama yaitu 20 menit maka waktu keberangkatan kendaraan dari depot untuk rute ketiga yaitu 13:51 WIB. Berat total yang dibawa oleh kendaraan untuk memenuhi seluruh permintaan untuk pelanggan yang dikelompokkan pada rute ketiga seberat 1595 KG dari kapasitas maksimum kendaraan yaitu 2000 KG dan jarak yang ditempuh oleh kendaraan sejauh 81,4 KM dan kendaraan kembali ke depot pada pukul 18:03 WIB. Dari pukul tersebut, kendaraan sudah tidak bisa melanjutkan pelayanan permintaan pelanggan dikarenakan *time windows* baik dari depot yang hanya beroperasi dari pukul 07:00 – 19:00 WIB atau dari pelanggan yang memiliki beragam *time window*, oleh karena itu proses pengiriman dilakukan pada hari selanjutnya.

Tabel 4.7 Tabel Iterasi 4

i	u	d(l,u)	d(u,0)	d(l,0)	Z11	t(0,u)	t(u,i)	t(0,i)	Z12	Z1	Z2
17	19	11.4	41.9	36.1	17.2	71.8	19.5	61.9	45.5	31.34	10.56
	20	10.0	42.9	36.1	16.8	73.5	17.1	61.9	43.8	30.30	12.60
	21	26.2	62.6	36.1	52.7	107.3	44.9	61.9	103.3	78.02	-15.42
	22	29.0	69.2	36.1	62.1	118.6	49.7	61.9	120.5	91.28	-22.08
	23	17.2	32.3	36.1	13.4	55.4	29.5	61.9	39.0	26.19	6.11
	24	16.3	32.1	36.1	12.3	55.0	27.9	61.9	36.1	24.19	7.91
	25	14.9	32.7	36.1	11.5	56.1	25.5	61.9	34.7	23.11	9.59

Pada tabel iterasi keempat, node 17 sebagai node i karena node tersebut dekat dengan depot, sama seperti sebelumnya proses iterasi ini melalui langkah – langkah yang sama begitupun dengan proses penyisipan node kedalam rute. Setelah proses iterasi selesai maka kelompok node atau pelanggan untuk rute keempat yaitu $R_4 = \{0,17,20,23,24,25,0\}$, agar lebih rinci berikut adalah jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan:

Tabel 4.8 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Untuk Rute 4

Node	Tiba	Berangkat	Waktu tunggu	kumulatif berat	Kumulatif jarak (km)
Depot		8:56			
17	9:57	10:13		210	36.1
20	10:32	10:48		425	46.1
23	11:02	11:16		725	56.7
24	11:16	11:31		1025	57.2
25	11:33	11:48		1275	58.6
Depot	12:44				91.3

Pada jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan untuk rute keempat, kendaraan berangkat dari depot pada pukul 08:56 WIB ini dimaksudkan agar tidak ada waktu tunggu pada node 17 sehingga kendaraan dapat langsung melayani pelanggan. Berat total yang diangkut oleh kendaraan untuk memenuhi seluruh pelanggan yang terdapat pada rute keempat seberat 1275 KG dari kapasitas maksimum berat kendaraan yaitu 2000 KG, dan kendaraan menempuh jarak sejauh 91,3 KM untuk sampai ke seluruh pelanggan yang tersebar pada rute keempat, kendaraan dapat kembali ke depot pada pukul 12:44 WIB untuk melanjutkan proses pengiriman permintaan karena waktu masih memungkinkan untuk melakukan proses pengiriman.

Tabel 4.9 Tabel Iterasi 5

i	u	$d(l,u)$	$d(u,0)$	$d(l,0)$	Z11	$t(0,u)$	$t(u,i)$	$t(0,i)$	Z12	Z1	Z2
19	21	18.1	62.6	41.9	38.8	107.3	31.0	71.8	82.5	60.66	1.94
	22	20.9	62.3	41.9	41.3	106.8	35.8	71.8	85.8	63.55	-1.25

Pada tabel iterasi kelima, merupakan iterasi terakhir atau proses penyisipan node yang tersisa dari 25 pelanggan dan node 21 dan 22 ini merupakan node terjauh dari depot sehingga pada proses pengelompokan pelanggan sebelumnya selalu memiliki nilai Z_1 dan Z_2 yang tinggi yang menandakan kurang efisien maka pada proses iterasi kelima dipilih lah node 19 sebagai node i dan sebagai penghubung untuk node 21 dan 22, karena pada proses iterasi kelima hanya terdapat tiga node maka rute kelima yaitu $R_5 = \{0,19,21,22,0\}$, agar lebih rinci berikut jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan untuk rute kelima

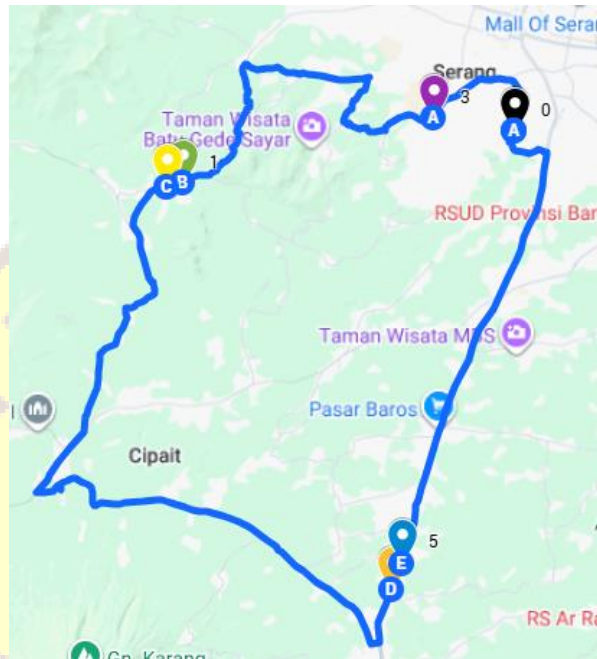
Tabel 4.10 Jadwal Keberangkatan dan Kepulangan Kendaraan Rute 5

Node	Tiba	Berangkat	Waktu tunggu	kumulatif berat	Kumulatif jarak (km)
Depot		13:04			
19	14:15	14:30		325	41.9
21	15:01	15:16		660	60.0
22	15:20	15:35		895	62.8
Depot	17:13				125.1

Pada jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan untuk rute kelima, kendaraan berangkat pada pukul 13:04 WIB dari depot karena adanya waktu *loading* selama 20 menit. Pada rute kelima kendaraan mengangkut bobot seberat 895 KG dari kapasitas maksimum kendaraan 2000 KG dan menempuh jarak sejauh 125,1 KM untuk sampai pada setiap pelanggan yang tersebar pada rute kelima dan kendaraan sampai di depot pada pukul 17:13 WIB.

IV.2.2.2 Pemetaan Rute

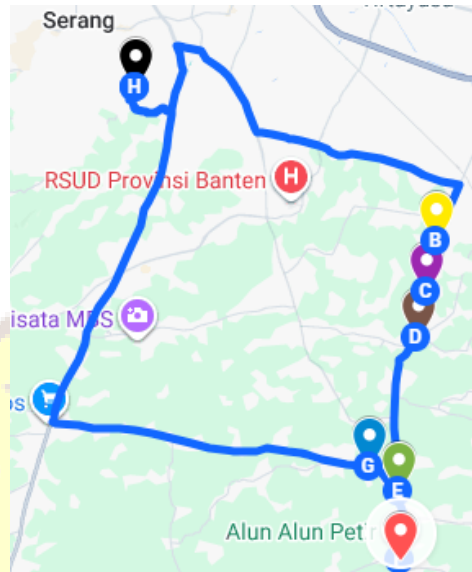
Setelah pengelompokan dan membuat jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan untuk setiap rutenya selesai, pemetaan rute dengan bantuan *google map* dilakukan agar jalur yang dilalui oleh kendaraan dapat divisualisasikan melalui peta.



Gambar 4.1 Pemetaan rute pertama

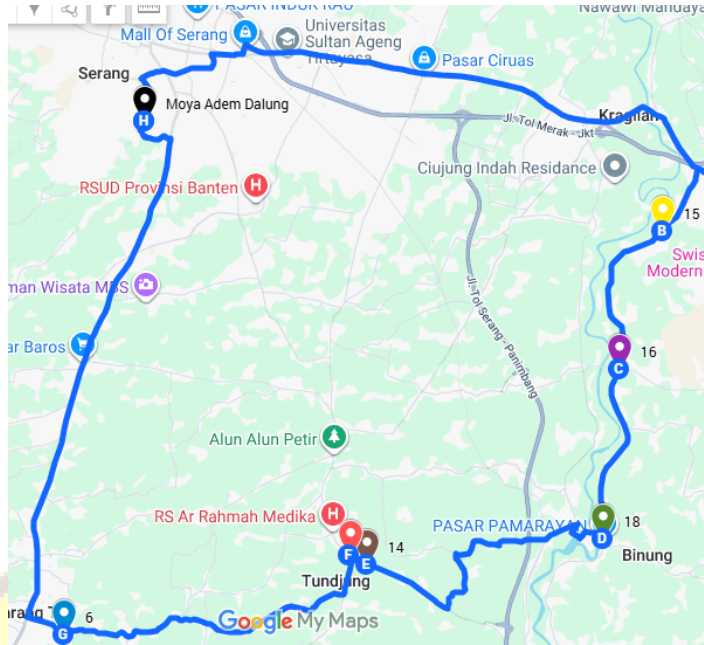
Dari pemetaan rute pertama kendaraan berangkat pada pukul 08:21 WIB dari depot (hitam) dan sampai pada node 3 (ungu) pada pukul 08:27 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan berangkat dari node 3 (ungu) pada pukul 08:42 WIB menuju node 1 (hijau) dan sampai pada node 1 pada pukul 09:00 WIB dan melakukan pelayanan selama 20 menit, karena node 1 (hijau) ke node 2 (kuning) dekat hanya sejauh 500 meter maka kendaraan sampai pada node 2 (hijau) pada waktu yang sama saat kendaraan berangkat dari node 1 (hijau) yaitu pukul 09:20 WIB, dari node 2 (kuning) kendaraan berangkat pukul 09:35 WIB menuju node 4 (oranye) dan kendaraan sampai pada node 4 (oranye) pada pukul 10:14 WIB dan melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan berangkat dari node 4 (oranye) pada pukul 10:29 WIB menuju node 5 (biru) dan sampai pada pukul 10:30 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan berangkat dari node 5 (biru) pada pukul 10:45 WIB dan sampai pada depot (hitam) pada pukul

11:08 WIB. Selanjutnya kendaraan melakukan *loading* di depot selama 20 menit untuk melakukan pengiriman pada rute kedua.



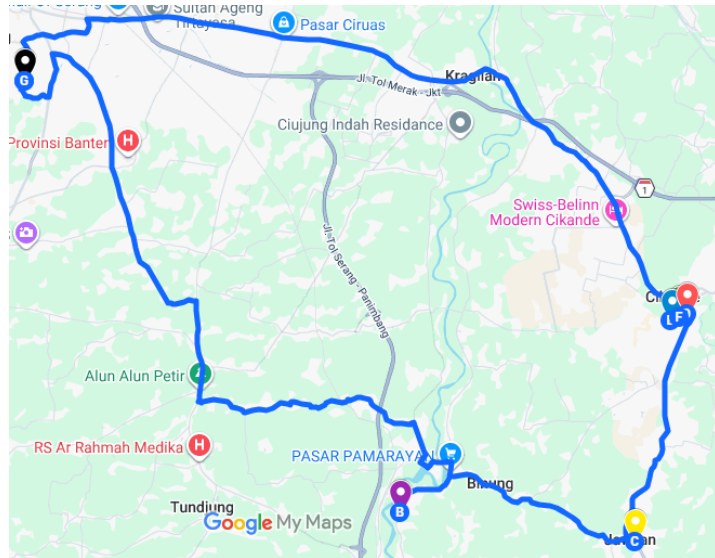
Gambar 4.2 Pemetaan rute kedua

Pada rute kedua, kendaraan berangkat dari depot (hitam) pada pukul 11:28 WIB menuju node 7 (kuning) dan sampai pada node 7 (kuning) pada pukul 11:49 WIB untuk melakukan pelayanan selama 10 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 8 (ungu) pada pukul 11:58 WIB dan sampai pada node 8 (ungu) pada pukul 12:01 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 9 (coklat) pada pukul 12:16 WIB dan sampai pada node 9 (coklat) pada pukul 12:17 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 10 (hijau) pada pukul 12:32 WIB dan sampai pada node 10 (hijau) pada pukul 12:33 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 12 (merah) pada pukul 12:48 WIB dan sampai pada node 12 (merah) pada pukul 12:50 WIB untuk melakukan pelayanan selama 14 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 11 (biru) pada pukul 13:04 WIB dan sampai pada node 11 (biru) pada pukul 13:08 WIB untuk melakukan pelayanan selama 13 menit, kendaraan kembali ke depot dari node 11 (hijau) pada pukul 13:21 WIB dan sampai pada depot pada pukul 13:51 WIB. Kendaraan melakukan *loading* kembali selama 20 menit untuk melayani permintaan node yang tersebar pada rute ketiga.

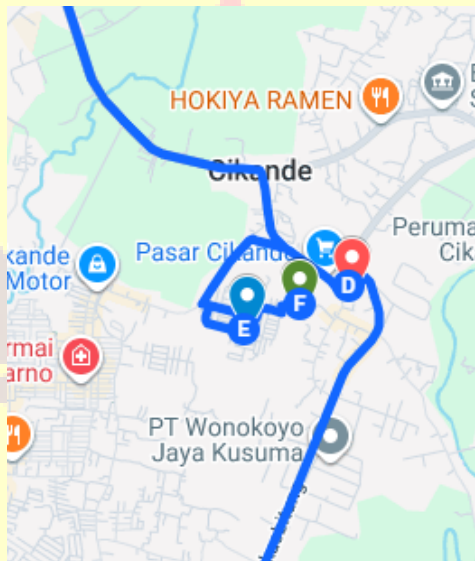


Gambar 4.3 Pementaan rute ketiga

Pada rute ketiga, kendaraan berangkat dari depot (hitam) pada pukul 14:11 WIB dan sampai pada node 15 (kuning) pada pukul 14:53 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 16 (ungu) pada pukul 15:08 WIB dan sampai pada node 16 (ungu) pada pukul 15:17 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 18 (hijau) pada pukul 15:32 WIB dan sampai pada node 18 (hijau) pada pukul 15:42 WIB untuk melakukan pelayanan selama 17 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 14 (coklat) pada pukul 15:59 WIB dan sampai pada node 14 (coklat) pada pukul 16:19 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 13 (merah) pada pukul 16:34 WIB dan sampai pada node 13 (merah) pada pukul 16:58 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 6 (biru) pada pukul 17:13 WIB dan sampai pada node 6 (biru) pada pukul 17:33 untuk melakukan pelayanan selama 16 menit, kendaraan kembali ke depot (hitam) pada 17:49 WIB dan sampai pada depot (hitam) pada pukul 18:23 WIB. Ketiga rute awal ini dilakukan pada hari yang sama sampai *time window* depot sudah hampir habis, oleh karena itu untuk rute keempat dan kelima dilakukan pada hari selanjutnya.



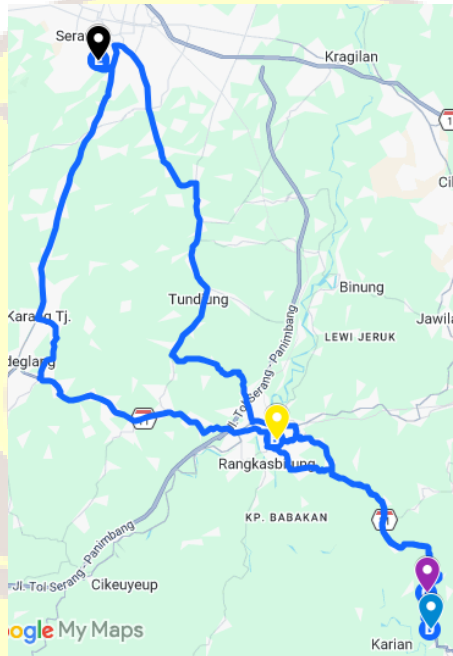
Gambar 4.4 Pemetaan rute keempat



Gambar 4.5 Node 23 (hijau), 24 (biru), 25 (merah)

Pada rute keempat, kendaraan berangkat dari depot (hitam) pada pukul 08:56 WIB menuju node 17 (ungu) dan sampai pada node 17 (ungu) pada pukul 09:57 WIB untuk melakukan pelayanan selama 16 menit, selanjutnya kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 20 (kuning) dari node 17 (ungu) pada pukul 10:13 WIB dan sampai pada node 20 (kuning) pada pukul 10:32 WIB untuk melakukan pelayanan selama 16 menit, lalu kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 23 (hijau) dari node 20 (kuning) pada pukul 10:48 WIB dan sampai pada node 23 (hijau) pada pukul 11:02 WIB, lalu melakukan pelayanan pada node 23 (hijau) pelayanan selama 14 menit, lalu kendaraan melanjutkan perjalanan

menuju node 24 (biru) dari node 23 (hijau) pada pukul 11:16 WIB dan sampai pada node 24 (biru) pada pukul 11:16 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, lalu kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 25 (merah) dari node 24 (biru) pada pukul 11:31 WIB dan kendaraan sampai pada node 25 (merah) pada pukul 11:33 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, lalu kendaraan kembali ke depot (hitam) dari node 25 (merah) pada pukul 11:48 WIB dan sampai pada depot (hitam) pada pukul 12:44 WIB untuk melakukan *loading* kembali untuk rute kelima.

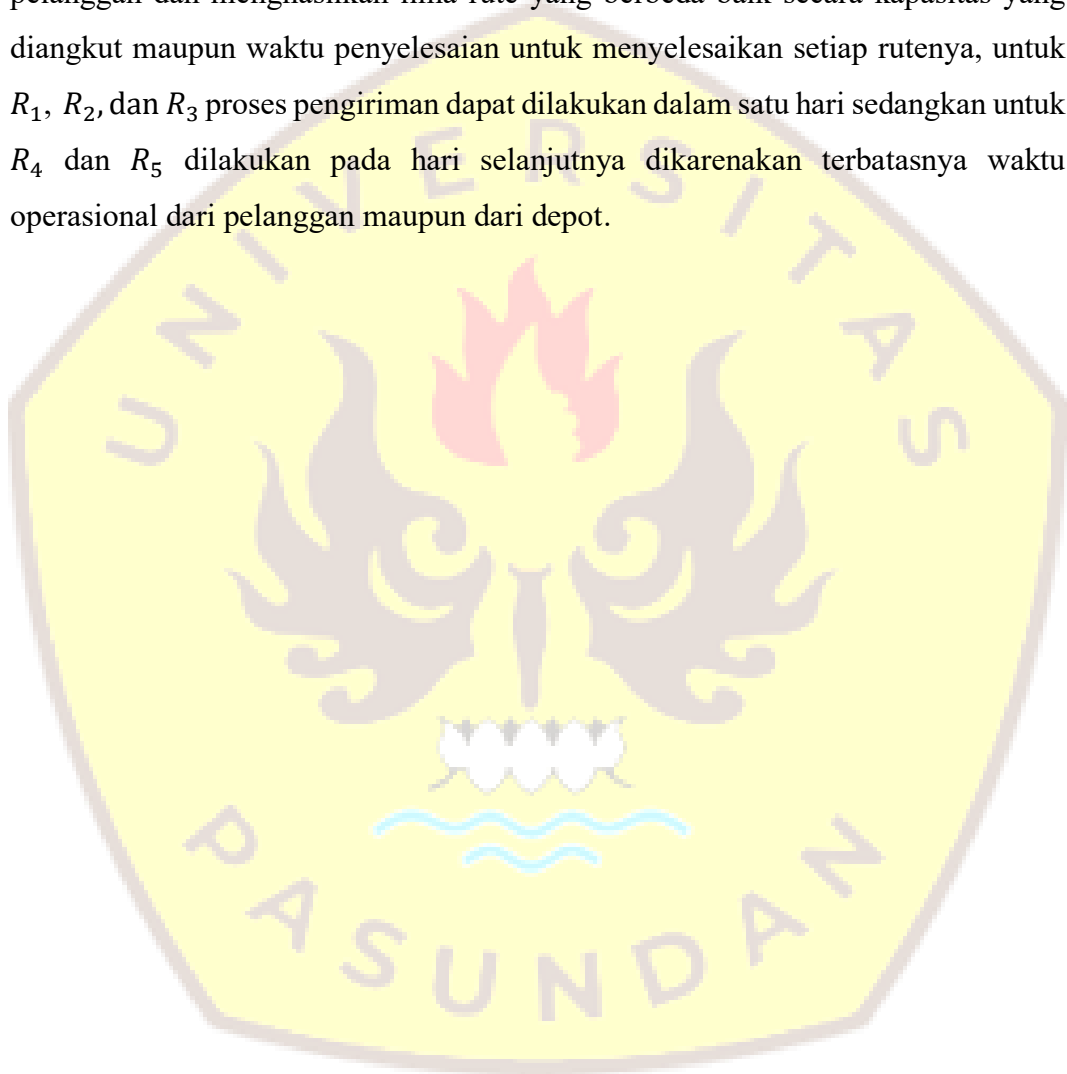


Gambar 4.6 Pemetaan rute kelima

Rute kelima merupakan rute terakhir dalam proses pengiriman untuk memenuhi seluruh permintaan. Diawali dari depot, kendaraan berangkat pada pukul 13:04 WIB menuju node 19 (kuning) dan sampai pada node 19 (kuning) pada pukul 14:15 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, lalu kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 21 (ungu) dari node 19 (kuning) pada pukul 14:30 WIB dan sampai pada node 21 (ungu) pada pukul 15:01 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit, lalu kendaraan melanjutkan perjalanan menuju node 22 (biru) dari node 21 (ungu) pada pukul 15:16 WIB dan kendaraan sampai pada node 22 (biru) pada pukul 15:20 WIB untuk melakukan pelayanan selama 15 menit. Karena sudah tidak ada pelanggan atau node yang harus

dikunjungi, kendaraan kembali ke depot dari node 22 (biru) pada pukul 15:35 WIB dan kendaraan sampai di depot pada pukul 17:13 WIB.

Pada tahap pengolahan data, pemetaan rute adalah langkah terakhir karena seluruh pelanggan telah terlayani seluruh permintaannya dengan memperhatikan pembatas yang ada yaitu kapasitas kendaraan dan *time windows* seluruh pelanggan dan juga depotnya. Pada pengelompokan pelanggan didapatkan lima kelompok pelanggan dan menghasilkan lima rute yang berbeda baik secara kapasitas yang diangkut maupun waktu penyelesaian untuk menyelesaikan setiap rutenya, untuk R_1 , R_2 , dan R_3 proses pengiriman dapat dilakukan dalam satu hari sedangkan untuk R_4 dan R_5 dilakukan pada hari selanjutnya dikarenakan terbatasnya waktu operasional dari pelanggan maupun dari depot.



Bab V Analisis dan Pembahasan

Pada bab ini menjelaskan analisis dari hasil yang telah ditemukan pada bab IV, khususnya mengenai parameter yang digunakan, pengelompokan pelanggan, jadwal keberangkatan dan kepulangan kendaraan untuk melayani 25 pelanggan yang dimiliki oleh PT.XYZ

V.1 Formulasi dan Parameter Yang Digunakan

Pada algoritma *sequential insertion* terdapat formulasi dan parameter, parameter yang terdapat pada algoritma *sequential insertion* terdapat pada formulasi Z_{11} , Z_1 , dan Z_2 , yang mana masing – masing parameter ini memiliki peran yang penting untuk menghasilkan solusi yang diberikan.

Pada perhitungan Z_{11} terdapat parameter μ yang digunakan, ini bertujuan untuk memberikan bobot penghematan jarak jika dilakukan penyisipan node u dan bobot yang digunakan adalah 1 dengan maksud untuk memberikan jarak yang sebenarnya pada *google maps*, jika pada kasus lain μ dapat diberikan bobot < 1 ataupun > 1 jika jarak memang dirasa kurang penting ataupun sangat penting. Ini akan memberikan pengaruh pada tahap perhitungan Z_1 , karena dalam perhitungan Z_1 terdapat jarak yang dihasilkan oleh Z_{11} , jika nilai Z_{11} kecil akibat parameter $\mu < 1$ jarak akan terkesan pendek dan algoritma akan bersifat lebih leluasa untuk menyisipkan node u karena biaya yang dikeluarkan sedikit, begitu pun dengan sebaliknya jika parameter $\mu > 1$ akan menghasilkan jarak yang lebih besar dari jarak sebenarnya dan algoritma akan bersifat lebih pelit dalam menyisipkan node u karena biaya yang mahal.

Pada perhitungan Z_{12} tidak menggunakan parameter, karena formulasi Z_{12} untuk menghitung waktu tambahan yang sebenarnya jika node u disisipkan kedalam rute. Akan tetapi, waktu tempuh pada proses pengolahan data sebelumnya dipengaruhi oleh kecepatan rata – rata kendaraan pada penelitian ini menggunakan kecepatan rata – rata kendaraan secepat 35 KM/jam ini didasari kepada kondisi lalu lintas dikota dan bobot yang diangkut oleh kendaraan, yang mana waktu tempuh akan mempengaruhi waktu tambahan jika node u disisipkan.

Pada perhitungan Z_1 menggunakan parameter yaitu α_1 dan α_2 , sebelum memasuki pembahasan parameter α_1 dan α_2 , perlu diketahui bahwa yang ditotalkan pada perhitungan Z_1 merupakan biaya atau ongkos penyisipan, perhitungan Z_{11} menghitung tambahan jarak jika node u disisipkan kedalam rute, sedangkan pada perhitungan Z_{12} menghitung tambahan waktu jika node u disisipkan, ketika Z_{11} dan Z_{12} memasuki perhitungan Z_1 , Z_{11} dan Z_{12} telah dikalikan dengan satuan ongkos untuk menyamakan satuan Z_{11} dan Z_{12} , jadi yang dihitung pada perhitungan Z_1 adalah biaya atau tambahan ongkos jika node u disisipkan kedalam rute. Untuk parameter α_1 merupakan bobot kepentingan biaya jarak sedangkan α_2 merupakan bobot kepentingan biaya waktu, α_1 dan α_2 harus memiliki total 1 ($\alpha_1 + \alpha_2 = 1$), total parameter tersebut untuk memudahkan dalam pengambilan keputusan dalam memprioritaskan jarak ataupun waktu, dalam penelitian ini parameter yang digunakan yaitu $\alpha_1 = 0,5$ dan $\alpha_2 = 0,5$ untuk memberikan prioritas yang seimbang antara jarak dan waktu.

Pada perhitungan Z_2 menggunakan parameter λ , parameter ini berfungsi untuk memberikan bobot ongkos perjalanan dari depot ke node u jika node u tidak disisipkan kedalam rute, λ dalam penelitian ini memiliki bobot sebesar 1, yang mengartikan biaya untuk mengirim dari depot menuju node u sama besarnya dengan jarak sebenarnya yang akhirnya mengakibatkan nilai Z_2 sebagian besar negatif, tetapi walaupun negatif tetap digunakan karena kendaraan yang tersedia hanya ada satu seperti pada asumsi penelitian, akhirnya penyisipan node u kedalam rute berdasarkan nilai negatif terkecil, jika tidak hanya akan ada sedikit pelanggan pada setiap klasternya jika memaksakan nilai Z_2 positif.

V.2 Analisis Hasil Algoritma *Sequential Inserion*

Hasil dari algoritma *sequential insertion*, menghasilkan 5 rute dengan macam – macam kapasitas yang diangkut dan waktu penyelesaian setiap rutanya, untuk rute pertama (R_1) kendaraan membutuhkan waktu selama 2 jam 47 menit untuk menyelesaikan perjalanan rutanya dengan bobot yang diangkut seberat 1205 KG. Untuk rute kedua (R_2), kendaraan membutuhkan waktu selama 2 jam 23 menit untuk menyelesaikan perjalanan rutanya dengan bobot yang diangkut seberat 1180 KG. Untuk rute ketiga (R_3), kendaraan membutuhkan waktu selama 4 jam 12 menit

untuk menyelesaikan perjalanan rutennya. Untuk rute keempat (R_4), kendaraan membutuhkan waktu selama 3 jam 48 menit. Untuk rute kelima (R_5), kendaraan membutuhkan waktu selama 4 jam 9 menit untuk menyelesaikan perjalanan rutennya. Untuk R_1 , R_2 , R_3 dilakukan pada hari yang sama dan kendaraan melakukan pengiriman pada hari pertama selama 9 jam 30 menit sedangkan untuk R_4 dan R_5 dilakukan di hari selanjutnya karena waktu yang sudah sedikit dan tidak mungkin dilakukan pengiriman, untuk R_4 dan R_5 kendaraan melakukan pengiriman selama 7 jam 57 menit.

Pemetaan rute pada *google maps*, mengambil konsep dari *Nearest Neighbor Procedur* (NNP) yang mana mengambil node terdekat dari depot dan melanjutkan perjalanan menuju node terdekat dari node sebelumnya, NNP digunakan agar dapat menyesuaikan dengan *time window*, penyesuaian keberangkatan kendaraan dari depot menjadi salah satu kunci agar memaksimalkan waktu agar tidak terjadi waktu tunggu pada setiap rute, penyesuaian keberangkatan kendaraan hanya dapat dilakukan pada awal hari seperti R_1 dan R_4 .

Selain dari parameter yang menjadi hasil akhir dari solusi, pada bab I disebutkan bahwa kecepatan rata – rata kendaraan adalah 35 km/jam, jika terdapat perubahan kecepatan rata – rata kendaraan seperti 50 km/jam akan merubah proses pengelompokan dari hasil iterasi yang mana pengelompokan pelanggan akan lebih banyak dan pelanggan yang terlayani bisa menjadi lebih banyak dalam satu rute dan akan merubah matriks waktu tempuh yang akan mempengaruhi kepada nilai Z_1 dan Z_2 , dan jika kecepatan kendaraan lebih lambat dengan seperti 20 km/jam akan lebih banyak kelompok pelanggan yang harus dilayani atau dalam satu kelompok akan lebih sedikit pelanggan karena adanya pembatas waktu dalam VRPTW.

V.3 Metode Perbaikan Berkelanjutan

Metode perbaikan selanjutnya dengan permasalahan yang sama dapat dilakukan dengan pendekatan metaheuristik. Pendekatan metaheuristik dengan permasalahan yang sama dapat memberikan solusi yang lebih layak dari heuristik, pendekatan metaheuristik yang dimaksud seperti Tabu Search, akan tetapi pendekatan metaheuristik membutuhkan *software* atau aplikasi khusus yang disesuaikan dengan permasalahan yang dihadapi.

Bab VI Penutup

VI.1 Kesimpulan

Penelitian yang dilakukan, menggunakan model VRPTW dengan algoritma *sequential insertion* untuk menentukan rute yang layak untuk dilalui agar tidak melanggar pembatas yang berlaku yaitu kapasitas kendaraan dan *time windows* depot beserta *time windows* 25 pelanggan yang ada.

Dari penelitian, terbentuk 5 rute yang dapat dilalui dengan setiap anggota kelompok yang berbeda – beda, rute pertama memiliki anggota kelompok yaitu $R_1 = \{0,3,1,2,4,5,0\}$ dengan bobot yang diangkut seberat 1205 KG dengan waktu tempuh selama 2 jam 47 menit dan jarak yang ditempuh sejauh 52,9 KM, rute kedua memiliki anggota kelompok yaitu $R_2 = \{0,7,8,9,10,12,11,0\}$ dengan bobot yang diangkut seberat 1180 KG dengan waktu tempuh selama 2 jam 23 menit dan jarak tempuh sejauh 36,5 KM, rute ketiga memiliki anggota kelompok yaitu $R_3 = \{0,15,16,18,14,13,0\}$ dengan bobot yang diangkut seberat 1595 KG dengan waktu tempuh selama 4 jam 12 menit dan jarak tempuh sejauh 81,4 KM, rute keempat memiliki anggota kelompok yaitu $R_4 = \{0,17,20,23,24,25,0\}$ dengan bobot yang diangkut seberat 1275 KG dengan waktu tempuh selama 3 jam 48 menit dan jarak yang ditempuh sejauh 91,3 KM, rute kelima memiliki anggota kelompok yaitu $R_5 = \{0,19,21,22,0\}$ dengan bobot yang diangkut seberat 895 KG dengan waktu tempuh selama 4 jam 9 menit dan jarak tempuh sejauh 125,1 KM.

Dari pengolahan data yang dilakukan pada bab sebelumnya kendaraan memerlukan menempuh waktu selama 17 jam 19 menit dan menempuh jarak sejauh 387,1 KM untuk menyelesaikan seluruh perjalanan rute dan bobot yang diangkut seberat 6150 KG untuk memenuhi kebutuhan pelanggan, pada hari pertama kendaraan menempuh jarak 170,8 KM dengan waktu tempuh selama 9 jam 22 menit, pada hari kedua kendaraan menempuh jarak sejauh 216,4 KM dan menempuh waktu selama 7 jam 57 menit.

Pada penelitian ini menggunakan algoritma *sequential insertion* yang mana algoritma tersebut adalah algoritma heuristik, untuk penelitian selanjutnya untuk memperbaiki dari solusi yang telah ditemukan dalam penelitian ini, dapat menggunakan pendekatan yang berbeda seperti Tabu Search, Tabu Search merupakan pendekatan metaheuristik, yang mana metaheuristik ini membutuhkan

aplikasi khusus untuk menemukan solusi dari masalah yang sedang dihadapi. Alasan utama penelitian ini tidak menggunakan pendekatan metaheuristik yaitu aplikasi atau *software* yang harus dibuat harus disesuaikan dengan permasalahan yang dihadapi.

VI.2 Rekomendasi

Setelah melakukan penelitian, berikut adalah rekomendasi untuk perusahaan dan penelitian selanjutnya:

1. Perusahaan

Dengan model VRPTW dengan algoritma *sequential insertion*, pemetaan rute dibantu dengan *google maps* perusahaan dapat meninjau hasil penelitian ini untuk digunakan jika memiliki permasalahan yang sama.

2. Penelitian Selanjutnya

Metode perbaikan selanjutnya, dapat menggunakan pendekatan metaheuristik seperti Tabu Search ataupun dengan menggunakan biaya yang sebenarnya untuk menghasilkan solusi yang lebih merepresentasikan dunia nyata.

Daftar Pustaka

- Ahmasetyosari, A. S. (2018). Aplikasi Presensi Siswa Pada PT.Samudera Anugrah Menggunakan Metode Geofencing dan Perhitungan Jarak Menggunakan Algoritma Euclidean Distance Berbasis Android.
- Berlian Octaviani Surya, F. D. (2022). Perancangan Ulang Tata Letak Gudang Produk Menggunakan Metode Dedicated Storage (Studi Kasus: PT. Borneo Indah Fokus, Samarinda). *JISO: Journal Of Industrial And System Optimization*, 61 - 67.
- Brian Kallehauge, J. L. (2005). Vehicle Routing Problem With Time Windows. *VRPTW Column Generation*, 68.
- Dimiyati, T. T. (2008). Model Heuristik Penentuan Rute Kendaraan Dengan Batasan Waktu Pengiriman. *Jurusan Teknik Industri Universitas Pasundan*.
- Endah Wulan Permatasari, S. (Agustus 2013). Penentuan Rute Pengambilan Sampah Di Kota Merauke Dengan Metode Saving Heuristic. *Jurnal Ilmiah MATRIK Vol.15 No.2*, 85-94.
- Fredrick S. Hiller, G. J. (2001). *Introduction To Operations Research*. New York: McGraw-Hill.
- Gianpaolo Ghiani, G. L. (2004). Introduction to Logistyc System Planning and Control. In G. L. Gianpaolo Ghiani, *Introduction to Logistyc System Planning and Control* (pp. 250-279). Chicester, England: John Wiley and Sons, Ltd.
- Hantono Raharjo, E. A. (2014). Minimalisasi Biaya Distribusi Kayu Dengan Metode Clarke And Wight Saving Heuristic (Di CV. SUMBER JAYA GRESIK) . *Prodi Teknik Industri Fakultas Teknologi Industri Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Jawa Timur*, 47.
- Irawan, W. (2019). Implementasi Model Cacpacitated Vehicle Routing Problem With Time Windows Dengan Pendekatan Goal Programming Pada Penentuan Rute Terbaik Distribusi Barang (Studi Kasus pada pendistribusian barang di CV. Oke Jaya). *SKRIPSI*, 24.
- Munir, R. (2010). Matematika Diskrit. In R. Munir, *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung.

- N. Saffi, H. I. (2021). Implementasi Mixed-interger Programming (MIP) untuk Optimasi Penjadwalan Produksi dan Distribusi Energi Terbarukan. In H. I. (p. 28). Yogyakarta: Jejak Pustaka.
- Oentoro, D. (2010). Manajemen Pemasaran Modern. Yogyakarta: Laksbang : Perindo.
- Pranaya, F. A. (2012). Aplikasi Graf Berbobot dan Pohon Merentang Minimum. *Jurnal Teknik Informatika*, 1.
- Purnomo, A. (2010). Analisis Rute Pendistribusian Dengan Menggunakan Metode Nearest Insertion Heuristic Persoalan The Vehicle Routing Problem With Time Windows (VRPTW) (Studi Kasus Di Koran Harian Pagi TRIBUN JABAR). Bandung: Agus Purnomo.
- Putri, D. A. (2016). Vehicle Routing Problem dengan Time Window untuk Multiple Product dan Multiple Route Menggunakan Algoritma Sequential Inseertion. *Jurnal Teknik Industri*, 23.
- Randy Saputra, D. P. (2019). Penyelesaian Vehicle Routing Problem Dengan Karakteristik Time Windows Dan Multiple Trips Menggunakan Metode Saving Matrix (Studi Kasus : PT. Coca Cola Bottling Indonesia-Wilayah Medan). *Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro*, 1.
- Rifpanna. (2015). Aplikasi Algoritma Koloni Lebah Dan Algoritma Genetika Dalam Pendistribusian Hasil Produksi UKM Kerupuk Metuk. *Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 8.
- Sharma, J. (2016). Operations Research Theori and Aplications. Noida: Trinity Press.
- Sri Pariyani, Y. F. (2022). Penentuan Semua Minimum Spanning Tree (MST) Dengan Menggunakan Algoritma All MST. *Buletin Ilmiah Math, Stat, dan Terapannya (Bimaster)*, 185 - 194.
- Suprayogi. (2003). Algoritma Sequential Insertion Untuk Memecahkan Vehicle Routing Problem Dengan Multiple Trips Dan Time Windows. *Jurnal TMI* 23(3), 26.

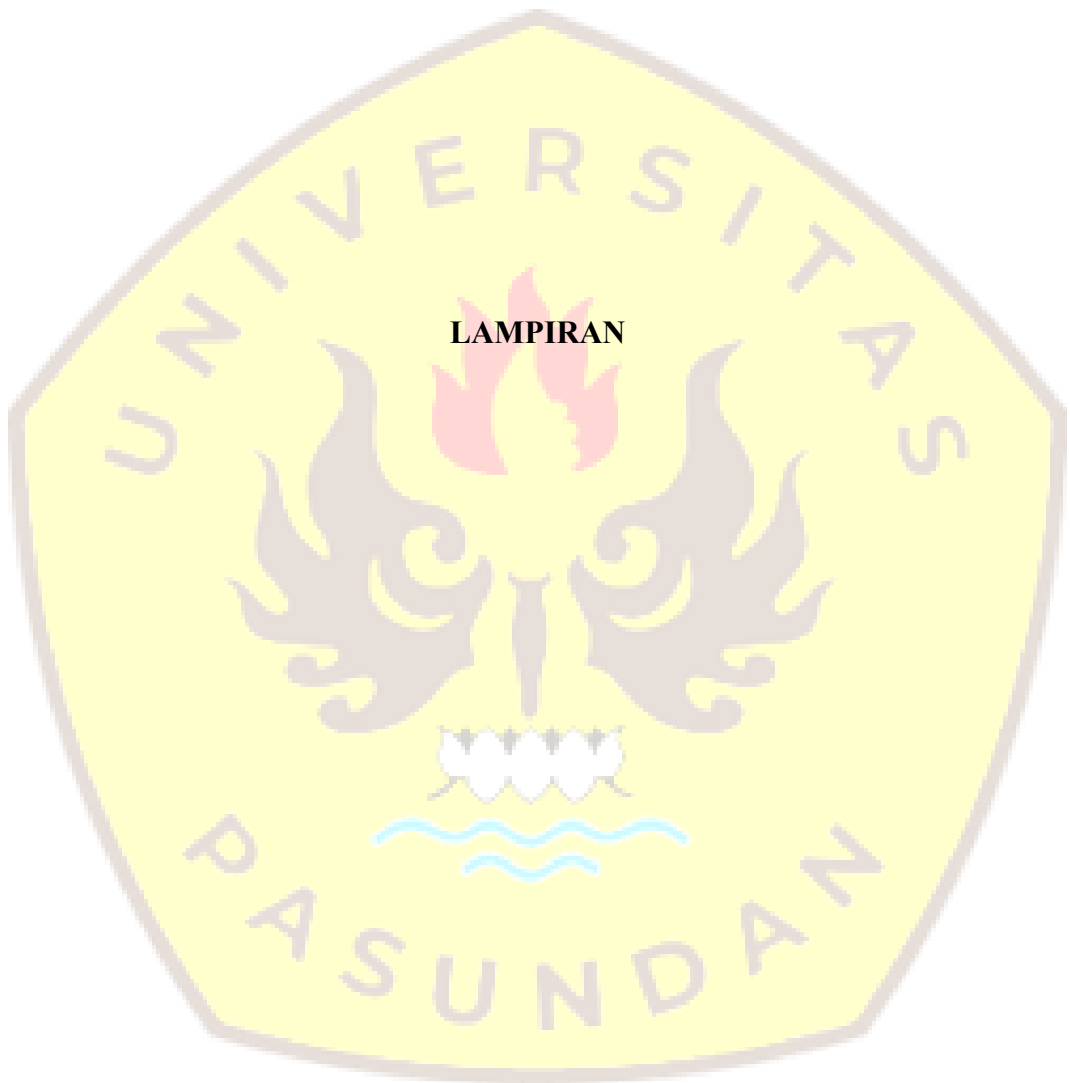
Suprayogi, Y. P. (2008). Algoritma Sequential Insertion untuk Memecahkan Vehicle Routing Problem deng Multiple Trips, Time Window dan Simultaneous Pickup Delivery. *Performa*, 92.

Sutoyo, I. (2018). Penerapan Algoritma Nearest Neighbour untuk Menyelesaikan Traveling Salesman Problem. *Paradigma*, 1.

Zoran Injac, D. D. (2024). Classification of Vehicle Routing Problem. *Journal of Traffic and Trasnport Theory and Practice*, 39.



LAMPIRAN



Tabel 1.Matriks Jarak dan Waktu

Data Jarak (atas/km) dan data waktu (menit/bawah)																										
Customer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0	0.0	15.0	15.5	4.0	14.5	13.8	20.0	17.4	16.6	14.7	17.9	17.5	17.7	23.0	24.1	25.0	37.1	36.1	33.5	41.9	42.9	62.6	69.2	32.3	32.1	32.7
1	25.7	0.0	0.5	11.0	23.4	24.1	25.9	24.5	25.6	26.7	33.0	29.1	29.7	33.1	33.8	35.4	37.7	44.4	41.9	49.0	52.0	65.3	68.0	42.8	42.6	43.2
2	26.6	0.8	0.0	12.5	22.9	21.9	25.5	28.9	30.0	31.1	34.9	35.9	33.9	33.6	34.3	35.9	47.3	56.9	47.8	52.0	52.5	64.8	67.6	43.2	43.0	43.7
3	6.9	18.9	21.4	0.0	18.1	17.3	23.6	19.0	20.2	14.7	19.5	22.1	18.1	24.6	25.2	26.1	33.3	40.6	30.9	40.5	42.6	55.6	65.7	33.4	33.2	33.8
4	24.9	40.1	39.3	31.0	0.0	0.8	5.5	19.1	17.8	16.8	13.0	12.0	14.5	18.0	18.6	30.1	24.4	27.6	25.0	28.5	44.4	44.9	47.6	43.0	42.7	43.4
5	23.7	41.3	37.5	29.7	1.3	0.0	6.3	18.3	17.1	16.0	12.2	11.2	13.8	17.2	17.9	29.4	23.7	28.4	25.9	29.4	51.4	45.6	48.4	42.2	41.9	42.9
6	34.3	44.4	43.7	40.5	9.4	10.8	0.0	21.5	23.4	19.2	18.5	17.5	14.1	12.1	12.6	35.7	30.0	31.2	26.4	24.4	38.9	39.6	42.4	38.3	38.1	38.8
7	29.8	42.0	49.5	32.6	32.7	31.4	36.9	0.0	1.2	2.3	6.1	7.1	7.7	11.1	11.8	20.7	17.6	22.4	19.9	28.5	27.4	44.8	47.5	26.0	26.3	26.9
8	28.5	43.9	51.4	34.6	30.5	29.3	40.1	2.1	0.0	1.1	4.8	5.9	6.5	9.9	10.6	20.3	16.4	21.2	18.6	27.3	26.2	43.5	46.3	27.7	24.5	28.1
9	25.2	45.8	53.3	25.2	28.8	27.4	32.9	3.9	1.9	0.0	3.8	4.8	5.4	8.8	9.5	21.4	15.3	20.1	17.5	26.2	25.1	42.5	45.2	23.7	23.4	29.2
10	30.7	56.6	59.8	33.4	22.3	20.9	31.7	10.5	8.2	6.5	0.0	1.0	1.6	5.1	5.7	17.2	11.5	20.2	13.8	22.4	21.3	38.7	41.5	19.9	19.7	20.3
11	30.0	49.9	61.5	37.9	20.6	19.2	30.0	12.2	10.1	8.2	1.7	0.0	2.6	6.0	6.6	18.2	12.5	21.1	18.5	23.3	22.3	39.6	42.4	20.8	20.6	21.3
12	30.3	50.9	58.1	31.0	24.9	23.7	24.2	13.2	11.1	9.3	2.7	4.5	0.0	3.4	4.1	17.5	11.8	14.7	12.1	21.8	19.7	36.9	39.7	20.1	19.9	20.6
13	39.4	56.7	57.6	42.2	30.9	29.5	20.7	19.0	17.0	15.1	8.7	10.3	5.8	0.0	0.7	20.9	15.2	17.0	14.5	17.4	22.0	33.6	36.4	23.6	23.3	24.0
14	41.3	57.9	58.8	43.2	31.9	30.7	21.6	20.2	18.2	16.3	9.8	11.3	7.0	1.1	0.0	21.6	19.2	16.4	11.7	17.8	21.4	34.0	36.8	24.2	24.0	24.7
15	42.9	60.7	61.5	44.7	51.6	50.4	61.2	35.5	34.8	36.7	29.5	31.2	30.0	35.8	37.0	0.0	5.7	14.5	11.9	25.9	19.5	40.7	43.4	12.8	12.5	13.2
16	63.6	64.6	81.1	57.1	41.8	40.6	51.4	30.2	28.1	26.2	19.7	21.4	20.2	26.1	32.9	9.8	0.0	8.8	6.2	20.2	13.8	35.0	37.7	8.4	8.1	8.8
17	61.9	76.1	97.5	69.6	47.3	48.7	53.5	38.4	36.3	34.5	34.6	36.2	25.2	29.1	28.1	24.9	15.1	0.0	2.8	11.4	10.0	26.2	29.0	17.2	16.3	14.9
18	57.4	71.8	81.9	53.0	42.9	44.4	45.3	34.1	31.9	30.0	23.7	31.7	20.7	24.9	20.1	20.4	10.6	4.8	0.0	14.2	7.8	29.0	31.8	14.8	14.2	12.8
19	71.8	84.0	89.1	69.4	48.9	50.4	41.8	46.8	46.8	44.9	38.4	39.9	37.4	29.8	30.5	44.4	34.6	19.5	24.3	0.0	21.3	18.1	20.9	29.6	29.4	28.0
20	73.5	89.1	90.0	73.0	76.1	88.1	66.7	47.0	44.9	43.0	36.5	38.2	33.8	37.7	36.7	33.4	23.7	17.1	13.4	36.5	0.0	24.9	27.7	10.6	10.4	9.0
21	107.3	111.9	111.1	95.3	77.0	78.2	67.9	76.8	74.6	72.9	66.3	67.9	63.3	57.6	58.3	69.8	60.0	44.9	49.7	31.0	42.7	0.0	2.8	35.6	35.3	33.9
22	118.6	116.6	115.9	112.6	81.6	83.0	72.7	81.4	79.4	77.5	71.1	72.7	68.1	62.4	63.1	74.4	64.6	49.7	54.5	35.8	47.5	4.8	0.0	38.3	38.1	36.7
23	55.4	73.4	74.1	57.3	73.7	72.3	65.7	44.6	47.5	40.6	34.1	35.7	34.5	40.5	41.5	21.9	14.4	29.5	25.4	50.7	18.2	61.0	65.7	0.0	0.5	1.6
24	55.0	73.0	73.7	56.9	73.2	71.8	65.3	45.1	42.0	40.1	33.8	35.3	34.1	39.9	41.1	21.4	13.9	27.9	24.3	50.4	17.8	60.5	65.3	0.8	0.0	1.4
25	56.1	74.1	74.9	57.9	74.4	73.5	66.5	46.1	48.2	50.1	34.8	36.5	35.3	41.1	42.3	22.6	15.1	25.5	21.9	48.0	15.4	58.1	62.9	2.7	2.4	0.0

Tabel 2. Pelanggan PT.XYZ

Daftar Pelanggan PT. XYZ					
No	Nama	Alamat	Jam Buka	Jam Tutup	Longitude, Latitude
0	Depot	Moya Adem Dalung	7:00	19:00	-6.139546, 106.151804
1	Toko Bu elly	Jl.raya Gunung Sari No.3 kp.Marapit	9:00	17:00	-6.152083, 106.073113
2	Toko H.Nani	Jl. Raya Gunung Sari No.12 kp.Marapit	9:00	18:00	-6.153256, 106.069120
3	Toko Jami Jaya	Jl.raya Sepang masjid No.65 Serang - Banten	8:00	17:00	-6.136691, 106.132691
4	Toko Arief	Jl. Raya Baros kp.Limus buwek perbatasan Serang - Banten	9:00	18:00	-6.248552, 106.122794
5	Toko Isma putri	Jl. Raya Baros RT/RW.04/01 setelah rumah makan Honje Serang - Banten	8:00	18:00	-6.242065, 106.125140
6	Toko Bang Jack	Jl. Raya Kadubanen Simpang	9:00	18:00	-6.289812, 106.128359
7	Toko Rusdi	Jl. Raya Walantaka kp.Nyapah pasar	8:00	17:00	-6.171872, 106.215285
8	Toko Haura	Jl. Raya Walantaka kp.Nyapah pasar	8:00	17:00	-6.182480, 106.213150
9	Toko H.Wandi	Jl. Raya Walantaka kp.Nyapah pasar	8:00	18:00	-6.192101, 106.211224
10	Toko H.Oman	Jl. Raya Baros - Petir depan polsek	9:00	18:00	-6.224255, 106.207123
11	Toko Putra Jaya	Jl. Raya Baros - Petir depan masjid	8:00	18:00	-6.219025, 106.201085
12	Toko Anugrah	Jl. Raya Petir (pasar petir)	8:00	18:00	-6.238690, 106.207649
13	Toko H.Marto	Jl. Raya Tanjung Teja samping Alfamart	8:00	18:00	-6.266373, 106.212242
14	Toko Nurul	Jl. Raya Tanjung Teja depan polsek	9:00	17:30	-6.269199, 106.217317
15	Toko Putra - putri	Kampung Nagara Cijeruk tambak	9:00	18:00	-6.171826, 106.304192
16	Toko H.Amin	Pasar blokang Los.A no.1	8:00	16:00	-6.212394, 106.291481
17	Toko Ramos	Jl. Raya Kolelet Pamarayan	8:00	18:00	-6.275558, 106.271174
18	Toko Samsu	Pasar Pamarayan	10:00	16:00	-6.261708, 106.286522
19	Toko Ijah	Pasar Rangkasbitung	9:00	15:00	-6.352376, 106.251183
20	Toko Eva	Jl. Raya Cikande - Rangkasbitung Harendong	9:00	18:00	-6.284901, 106.345657
21	Toko Akbar	Jl. Raya Sajira Rangkasbitung	10:00	18:00	-6.438259, 106.335862
22	Toko Yayah	Jl. Raya Rangkas - Cipanas Gajrug	9:00	18:00	-6.458520, 106.338406
23	Toko Andre	Komplek Cikande permai blok.F	11:00	18:00	-6.214742, 106.359610
24	Toko Nana	Komplek Cikande permai blok.H	11:00	18:00	-6.215499, 106.357121
25	Toko Dede	Pasar Cikande	11:00	16:00	-6.213643, 106.362035

Tabel 3. Waktu Pelayanan dan Daftar Permintaan Pelanggan

No	Pelanggan	Waktu Pelayanan (menit)	Permintaan (kg)
1	Toko Bu elly	20	250
2	Toko H.Nani	15	235
3	Toko Jami Jaya	15	215
4	Toko Arief	15	280
5	Toko Isma putri	15	225
6	Toko Bang Jack	16	300
7	Toko Rusdi	10	200
8	Toko Haura	15	125
9	Toko H.Wandi	15	155
10	Toko H.Oman	15	140
11	Toko Putra Jaya	13	260
12	Toko Anugrah	14	300
13	Toko H.Marto	16	325
14	Toko Nurul	15	225
15	Toko Putra - putri	15	230
16	Toko H.Amin	15	240
17	Toko Ramos	16	210
18	Toko Samsu	17	275
19	Toko Ijah	15	325
20	Toko Eva	16	215
21	Toko Akbar	15	335
22	Toko Yayah	15	235
23	Toko Andre	14	300
24	Toko Nana	15	300
25	Toko Dede	15	250
TOTAL			6150

Tabel 1. Proses Iterasi 1

i	u	d(l,u)	d(u,0)	d(l,0)	Z11	t(0,u)	t(u,i)	t(0,i)	Z12	Z1	Z2
3	1	11.0	15.0	4.0	22	25.7	18.9	6.9	57.7	39.86	-24.86
	2	12.5	15.5	4.0	24	26.6	21.4	6.9	56.1	40.07	-24.57
	4	18.1	14.5	4.0	28.6	24.9	31.0	6.9	64.0	46.31	-31.81
	5	17.3	13.8	4.0	27.1	23.7	29.7	6.9	61.5	44.28	-30.48
	6	23.6	20.0	4.0	39.6	34.3	40.5	6.9	83.9	61.74	-41.74
	7	19.0	17.4	4.0	32.4	29.8	32.6	6.9	65.5	48.97	-31.57
	8	20.2	16.6	4.0	32.8	28.5	34.6	6.9	71.2	52.00	-35.40
	9	14.7	15.5	4.0	26.2	25.2	25.2	6.9	58.5	42.37	-26.87
	10	19.5	17.9	4.0	33.4	30.7	33.4	6.9	72.3	52.83	-34.93
	11	22.1	17.5	4.0	35.6	30.0	37.9	6.9	74.0	54.81	-37.31
	12	18.1	17.7	4.0	31.8	30.3	31.0	6.9	68.5	50.16	-32.46
	13	24.6	23.0	4.0	43.6	39.4	42.2	6.9	90.7	67.17	-44.17
	14	25.2	24.1	4.0	45.3	41.3	43.2	6.9	92.7	68.98	-44.88
	15	26.1	25.0	4.0	47.1	42.9	44.7	6.9	95.7	71.42	-46.42
	16	33.3	37.1	4.0	66.4	63.6	57.1	6.9	128.8	97.61	-60.51
	17	40.6	36.1	4.0	72.7	61.9	69.6	6.9	140.6	106.66	-70.56
	18	30.9	33.5	4.0	60.4	57.4	53.0	6.9	120.5	90.47	-56.97
	19	40.5	41.9	4.0	78.4	71.8	69.4	6.9	149.4	113.90	-72.00
	20	42.6	42.9	4.0	81.5	73.5	73.0	6.9	155.7	118.61	-75.71
	21	55.6	62.6	4.0	114.2	107.3	95.3	6.9	210.8	162.49	-99.89
	22	65.7	69.2	4.0	130.9	118.6	112.6	6.9	239.4	185.15	-115.95
	23	33.4	32.3	4.0	61.7	55.4	57.3	6.9	119.8	90.74	-58.44
	24	33.2	32.1	4.0	61.3	55.0	56.9	6.9	120.1	90.69	-58.59
	25	33.8	32.7	4.0	62.5	56.1	57.9	6.9	122.1	92.32	-59.62

Tabel 2. Proses Iterasi 2

i	u	d(l,u)	d(u,0)	d(l,0)	Z11	t(0,u)	t(u,i)	t(0,i)	Z12	Z1	Z2
7	6	21.5	20.0	17.4	24.1	34.3	36.9	29.8	57.3	40.71	-20.71
	8	1.2	16.6	17.4	0.4	28.5	2.1	29.8	15.7	8.04	8.56
	9	2.3	14.7	17.4	-0.4	25.2	3.9	29.8	14.3	6.96	7.74
	10	6.1	17.9	17.4	6.6	30.7	10.5	29.8	26.3	16.46	1.44
	11	7.1	17.5	17.4	7.2	30.0	12.2	29.8	25.3	16.27	1.23
	12	7.7	17.7	17.4	8	30.3	13.2	29.8	27.7	17.86	-0.16
	13	11.1	23.0	17.4	16.7	39.4	19.0	29.8	44.6	30.66	-7.66
	14	11.8	24.1	17.4	18.5	41.3	20.2	29.8	46.7	32.61	-8.51
	15	20.7	25.0	17.4	28.3	42.9	35.5	29.8	63.5	45.91	-20.91
	16	17.6	37.1	17.4	37.3	63.6	30.2	29.8	78.9	58.12	-21.02
	17	22.4	36.1	17.4	41.1	61.9	38.4	29.8	86.5	63.78	-27.68
	18	19.9	33.5	17.4	36	57.4	34.1	29.8	78.7	57.36	-23.86
	19	28.5	41.9	17.4	53	71.8	46.8	29.8	103.8	78.40	-36.50
	20	27.4	42.9	17.4	52.9	73.5	47.0	29.8	106.7	79.79	-36.89
	21	44.8	62.6	17.4	90	107.3	76.8	29.8	169.3	129.64	-67.04
	22	47.5	69.2	17.4	99.3	118.6	81.4	29.8	185.2	142.26	-73.06
	23	26.0	32.3	17.4	40.9	55.4	44.6	29.8	84.1	62.51	-30.21
	24	26.3	32.1	17.4	41	55.0	45.1	29.8	85.3	63.14	-31.04
	25	26.9	32.7	17.4	42.2	56.1	46.1	29.8	87.3	64.77	-32.07

Tabel 3. Proses Iterasi 3

i	u	d(l,u)	d(u,0)	d(l,0)	Z11	t(0,u)	t(u,i)	t(0,i)	Z12	Z1	Z2
15	6	35.7	20.0	25.0	30.7	34.3	61.2	42.9	68.6	49.66	-29.66
	13	20.9	23.0	25.0	18.9	39.4	35.8	34.3	56.0	37.44	-14.44
	14	21.6	24.1	25.0	20.7	41.3	37.0	34.3	59.1	39.88	-15.78
	16	5.7	37.1	25.0	17.8	63.6	9.8	34.3	54.1	35.94	1.16
	17	14.5	36.1	25.0	25.6	61.9	24.9	34.3	65.5	45.53	-9.43
	18	11.9	33.5	25.0	20.4	57.4	20.4	34.3	57.5	38.97	-5.47
	19	25.9	41.9	25.0	42.8	71.8	44.4	34.3	97.9	70.37	-28.47
	20	19.5	42.9	25.0	37.4	73.5	33.4	34.3	87.7	62.54	-19.64
	21	40.7	62.6	25.0	78.3	107.3	69.8	34.3	157.8	118.05	-55.45
	22	43.4	69.2	25.0	87.6	118.6	74.4	34.3	173.7	130.67	-61.47
	23	12.8	32.3	25.0	20.1	55.4	21.9	34.3	59.0	39.56	-7.26
	24	12.5	32.1	25.0	19.6	55.0	21.4	34.3	59.2	39.39	-7.29
	25	13.2	32.7	25.0	20.9	56.1	22.6	34.3	59.4	40.15	-7.45

Tabel 4. Proses Iterasi 4

i	u	d(l,u)	d(u,0)	d(l,0)	Z11	t(0,u)	t(u,i)	t(0,i)	Z12	Z1	Z2
17	19	11.4	41.9	36.1	17.2	71.8	19.5	61.9	45.5	31.34	10.56
	20	10.0	42.9	36.1	16.8	73.5	17.1	61.9	43.8	30.30	12.60
	21	26.2	62.6	36.1	52.7	107.3	44.9	61.9	103.3	78.02	-15.42
	22	29.0	69.2	36.1	62.1	118.6	49.7	61.9	120.5	91.28	-22.08
	23	17.2	32.3	36.1	13.4	55.4	29.5	61.9	39.0	26.19	6.11
	24	16.3	32.1	36.1	12.3	55.0	27.9	61.9	36.1	24.19	7.91
	25	14.9	32.7	36.1	11.5	56.1	25.5	61.9	34.7	23.11	9.59

Tabel 5. Proses Iterasi 5

i	u	d(l,u)	d(u,0)	d(l,0)	Z11	t(0,u)	t(u,i)	t(0,i)	Z12	Z1	Z2
19	21	18.1	62.6	41.9	38.8	107.3	31.0	71.8	82.5	60.66	1.94
	22	20.9	62.3	41.9	41.3	106.8	35.8	71.8	85.8	63.55	-1.25