**BAB II**

**KAJIAN PUSTAKA/KERANGKA TEORITIS**

1. ***Assessment for Learning (AfL) melalui Peer Assessment***
2. *Assessment*

Menurut Stiggins (Faraz, N.D., 2012 : 4) *Assessment* diartikan sebagai penilaian proses, kemajuan dan hasil belajar. Kumano (Faraz, N.D., 2012 : 4) mengartikan *Assessment* sebagai *The Process of collecting data which shows the development of learning*. Dengan demikian Assessment merupakan istilah yang tepat untuk penilaian proses belajar.

Weeden, Bott, Nitko, dan Mardapi (Rasyid,H., 2009 : 7) menjelaskan bahwa *Assessment* didefinisikan sebagai proses pengumpulan informasi tentang kinerja siswa, untuk digunakan sebagai dasar dalam membuat keputusan. Selanjutnya Black dan William (Rasyid, H.,2009 : 7) mendefinisikan *assessment* sebagai semua aktivitas yang dilakukan oleh guru dan siswa untuk menilai diri mereka sendiri, yang memberikan informasi untuk digunakan sebagai umpan balik untuk memodifikasi aktivitas belajar dan mengajar.

Jadi, *Assessment* disini adalah penilaian proses belajar dan pengumpulan informasi sebagai dasar dalam membuat keputusan dalam memberikan umpan balik untuk memodifikasi aktivitas belajar dan mengajar.

Mokros et al (Van De Walle, 2008 : 80) mengemukakan bahwa penilaian seharusnya sebagai pelayan bagi pengajaran dan pembelajaran. Tanpa informasi mengenai keterampilan, pemahaman, dan pendekatan individu siswa terhadap matematika, maka guru tidak memiliki apa-apa untuk membimbing belajar.

Menurut NCTM (Van De Walle, 2008 : 80) istilah penilaian didefinisikan di dalam Standar Penilaian (Assessment Standars) sebagai proses mengumpulkan keterangan mengenai pengetahuan siswa, kecakapan menggunakan, dan watak atau sikap terhadap matematika dan proses membuat kesimpulan dari bukti-bukti tersebut untuk berbagai kesimpulan.

Balan (2012 : 24) menjelaskan bahwa prinsip *assessment* berbeda misalnya *traditional assessment* dan budaya penilaian baru yang didasarkan pada pembentukan teori konstruktivis dan sosial budaya. Pengetahuan konstruktivis terdiri dari penciptaan makna baru dimana peserta didik dilibatkan dan dimana pengetahuan sebelumnya memainkan peranan penting dalam menentukan apa yang dipelajari. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

However, for analytical purposes, a division into different orientation can be made. One such orientation is, for example, that of change view of konledge. Lorrie Shepard maintains that there is a distinct connection between psychometric testing (sometimes called “traditional assessment”) and the behaviorist view of knowledge and learning, while the new assessment culture is primarily based on constructivist and socio-cultural theory formation. In this, a divison arises partly due to the view of knowledge, upon which psychometric assessment is based, as something that is objective and directly transferable, for example from the teacher to a more or less passive student, while learning, from a constructivist perspective, consists of a process of meaning creation; an active course in which the learner needs to be involved and in which earlier experiences play an important part in determining what is learnt. One conclusion of constructivist view of knowledge is thus that knowledge cannot be measured or investigated in an objective way, rather all such measurements are dependent on, and must be interpreted in relation to, their context. The method of working within psychometric tradition with “de-contextualized” measurements (i.e. where the measurement is not connected to any particular situation, but where knowledge is instead thought of as something general and applicable to a number of different contexts), is thus incompatible with a constructivist view of knowledge.

Segers, Dochy, & Cascallar (Balan, 2012 : 25) memandang penilaian pengetahuan dan proses yang kompleks berupa pertanyaan jawaban singkat dan pilihan ganda dianggap pada pokoknya yang terbaik untuk menguji pengetahuan faktual sederhana yang dihafalkan. Orientasi ini telah demikian difokuskan pada pengembangan metode untuk menilai pengetahuan yang kompleks dalam konteks terapan. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Rather, multiple-choice and short-answer questions are regarded as primarily being good for testing simple factual knowledge learnt by rote. This orientation has thus focused on the development of methods for assessing complex knowledge in applied context.

Penilaian harus dibangun dan digunakan dengan cara yang mengarah pada peningkatan pengetahuan yang hendak mereka nilai, sebagaimana dikemukakan oleh Frederiksen & Collin (Balan, 2012 :26) bahwa “assessment should be constructed and used in ways that lead to improvements of the knowledge they are intended to asses”.

Balan (2012 : 26) memandang penilaian sebagai alat untuk meningkatkan pengajaran dan untuk memberikan kondisi yang lebih baik untuk pembelajaran siswa, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Orientation within the new assessment culture to mentioned here, is an orientation that proceeds from the possibility of using the assessment as a tool for improving the teaching and for providing better conditions for students’learning. It is this orientation that is most often referred to when speaking of “formative assessment”

Maksud dari penilaian menurut NCTM (Van De Walle, 2008 : 81), yaitu :

* 1. Memonitor Kemajuan siswa

Penilaian harus memberikan guru dan siswa umpan balik terus menerus mengenai kemajuan dalam pencapaian tujuan. Penilaian selama pengajaran harus menginformasikan setiap siswa dan guru mengenai perkembangan kekuatan matematika dan kemampuan menyelesaikan soal, jadi tidak hanya menguasai kemampuan procedural.

* 1. Membuat Keputusan Pengajaran

Guru yang merencanakan tugas setiap hari untuk mengembangkan pemahaman siswa harus memiliki informasi harian mengenai bagaimana pola fikir siswa dan apa ide yang mereka gunakan dan kembangkan. Pemecahan soal harian dan diskusi memberikan lebih banyak data dan susunan yang bermanfaat dibandingkan dengan yang didapatkan dari tes tiap bab. Akan tiba saatnya anda dapat menyusun perencanaan untuk menolong siswa mengembangkan ide dibandingkan dengan mengembangkan ide dibandingkan dengan ide setelah ada fakta.

* 1. Mengevaluasi Keberhasilan Siswa

Evaluasi adalah proses penentuan manfaat dari, atau mengaitkan suatu nilai terhadap sesuatu berdasar pemeriksaan dan penilaian yang teliti. Evaluasi melibatkan guru dalam penilaian. Mungkin juga melibatkan data tapi harus memperhitungkan sumber yang beragam dan tipe-tipe informasi yang dikumpulkan selama pengajaran. Yang paling penting evaluasi harus mencerminkan criteria mengenai apa yang siswa ketahui dan pahami. Evaluasi tidak digunakan untuk membandingkan seorang siswa dengan siswa lain.

* 1. Mengevaluasi Program

Data penilaian seharusnya digunakan sebagai sebuah komponen dalam menjawab pertanyaan “Bagaimana program ini bekerja untuk mencapai tujuan saya? Dalam konteks ini, program merujuk kepada sebuah unit belajar yang terorganisasi dan perlu dibatasi demi keberhasilan seperti dengan buku teks.

NCTM (Van De Walle, 2008 : 82) mensyaratkan bahwa penilaian harus mencerminkan bidang matematika secara utuh diantaranya :

1. Konsep dan prosedur

Strategi penilaian yang baik akan memberikan keuntungan bagi siswa untuk memperlihatkan bagaimana mereka memahami konsep yang sedang didiskusikan. Tes tradisional pada umumnya mentargetkan hanya satu cara untuk mengetahui suatu ide, yang ditentukan oleh pembuat tes. Jika anda mengumpulkan informasi dari siswa yang sedang menyelesaikan kegiatannya, sementara kegiatan itu sedang didiskusikan, karena hasilnya sedang diuji sekilas saja, sementara siswa sedang mengerjakan matematika maka Anda akan mendapatkan informasi yang memberikan pandangan tentang pemahaman siswa tentang ide tersebut.

Pengetahuan prosedur, termasuk kecakapan keterampilan, harus dimasukkan, meskipun hal itu tidak harus dipertimbangkan sama pentingnya dengan pemahaman konseptual. Jika seorang siswa dapat menghitung dengan pecahan meskipun belum memiliki ide mengapa dia membutuhkan penyebut yang sama untuk penjumlahan tapi tidak perlu untuk perkalian, maka aturan-aturan yang telah “dikuasai” hanya memiliki hubungan yang sedikit kepada pengertian. Hal ini hanya akan mengindikasikan ketahanan suatu kemampuan. Sementara keterampilan rutin dapat dengan mudah dicek dengan tes tradisional, hubungan konseptual yang diinginkan membutuhkan penilaian dengan sifat yang berbeda.

1. Proses-proses matematika
2. Pemecahan soal
3. Pemahaman sebuah persoalan sebelum mulai bekerja.
4. Gunakan gambar, grafik, dan model fisik untuk membantu memecahkan soal.
5. Miliki dan gunakan strategi yang sesuai untuk pemecahan soal
6. Nilai kebenaran jawaban
7. Pemahaman
8. Selidiki metode pemecahan dan hasilnya
9. Buat dugaan berdasarkan pemahaman
10. Amati dan gunakan pola dalam matematika
11. Komunikasi
12. Jelaskan ide dengan tulisan
13. Komunikasikan ide di dalam kelas dengan jelas
14. Watak dan sikap

Penting untuk sesekali berusaha mengumpulkan data mengenai keyakinan dan kepercayaan siswa tentang kemampuan matematikanya dan juga suka atau tidaknya mereka terhadap matematika. Informasi ini lebih mudah didapatkan dengan laporan diri sendiri dan jurnal penulisan. Informasi mengenai ketekunan dan keinginan untuk berusaha memecahkan soal tersedia setiap hari dalam sebuah pendekatan berbasis soal.

Standar NCTM (Van De Walle, 2008 : 83) menjelaskan bahwa penilaian seharusnya tidak hanya dilakukan terhadap siswa, namun juga harus dilakukan untuk siswa. Penilaian harus menjadi sebuah rutinitas sebagai bagian dari kegiatan di kelas, bukannya sesuatu yang dilakukan secara terpisah.

Berdasarkan tujuan, maka penilaian dalam kelas terbagi ke dalam tiga kategori, yaitu :

* + - 1. Penilaian Formatif, yaitu penilaian yang menyediakan informasi kepada siswa dan guru untuk digunakan dalam memperbaiki kegiatan belajar dan mengajar.
			2. *Assessment of Learning* (Penilaian Sumatif), yaitu jenis penilaian yang orientasinya adalah pengumpulan informasi tentang pembelajaran yang dilakukan pada rentang waktu tertentu atau pada akhir suatu unit pelajaran.
			3. *Assessment for Learning*, yaitu penilaian formatif yang dilaksanakan sesuai dengan fungsi dan tujuan penilaian formatif secara benar.

Balan (2012 : 26) memandang penilaian perlu memberikan informasi mengenai kinerja siswa dalam kaitannya dengan tujuan dan criteria yang telah ditentukan agar dapat mengidentifikasi kekuatan dan kelemahan untuk perkembangan berkelanjutan para siswa , sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Of fundamental importance for assessments with a formative purpose is that they support students’learning in some way. In order for them to do so, they need to provide nuanced information about the students’performances in relation to (predetermined) goals and criteria. This is necessary in order for strengths and weaknesses to be identified and used as a basis for students’continued development towards the goals.

Black dan William (Balan, 2012 : 29) memandang perlunya menentukan strategi yang efektif seperti tujuan yang jelas, tugas yang berhubungan dan umpan balik yang konstruktif, serta praktek dalam penilaian diri dalam melaksanakan pembelajaran, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Point to a number of strategies that seem to be particularly effective in supporting students’ learning (e.g. clear goals, task-related and constructive feedback, as well as practice in self-assessment), which would then be worth investigating further.

Di dalam melakukan penilaian perlu menggunakan rubrik penilaian agar dapat menentukan kriteria dan harapan yang jelas terhadap penilaian yang dilakukan, sebagaimana dikemukakan oleh Jonsson dan Wiggins (Balan, 2012 : 31) bahwa : “The use of scoring rubric rubrics could support student’learning by making the criteria and expectations clearer to them, which also facilitates feedback and self-assessment.”

Penilaian harus mendukung pembelajaran penting matematika dan memberikan informasi yang berguna bagi guru dan siswa. Sebagaimana dikemukakan oleh NCTM (Posamentier et.al, 2007 : 152) bahwa : “that assessment ‘should support the learning of important mathematics and furnish useful information to both teachers and students’.”

1. A*ssessment for Learning* - AfL

Paul Black, Christine Harrison, Clare Lee, Bethan Marshall, dan Dylan Wiliam (Balan, 2012 : 32) mendefinisikan *Assessment For Learning* adalah setiap penilaian dimana prioritas pertama dalam desain dan praktek adalah untuk melayani tujuan mempromosikan pembelajaran siswa, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Assessment For Learning is any assessment for which the fisrt priority in its design and practice is to serve the purpose of promoting students’ learning. It thus differs from assessment designed primarily to serve the purposes of accountability, or of ranking, or of certifying competence. An assessment activity can help learning if it provides information that teachers and their students can use as feedback in assessing themselves and one another and in modifying the teaching and learning activities in which they are enganged. Such assessment becomes ‘formative assessment’ when the evidence is actually used to adapt the teaching work to meet learning needs.

Black dan William (Balan, 2012 : 33) menjelaskan bahwa Assessment For Learning merupakan penilaian formatif apabila mengacu pada tujuan penilaian sebenarnya, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Practice in a classroom is formative to the extent that evidence about student achievement is elicited, interpreted, and used by teachers, learners, or their peers, to make decisions about the next steps in instruction that are likely to be better, or better founded, than the decisions they would taken in the absence of the evidence that was elicited.

Menurut *Assessment Reform Group* (Rasyid, 2009 : 82), mengemukakan bahwa *Assessment for Learning* adalah proses untuk mencari dan menginterpretasi bukti-bukti untuk digunakan oleh para pelajar dan para guru untuk memutuskan di mana siswa-siswa sedang melakukan pembelajaran, dimana mereka membutuhkan untuk mencapai pembelajaran tersebut dan bagaimana cara terbaik untuk mencapainya.

Selanjutnya, *Pearson Education* (Rasyid, 2009 : 82), menjelaskan bahwa *Assessment for Learning* adalah suatu proses kolaborasi antara guru dengan siswa dan siswa dengan siswa yang terlibat satu sama lain dalam membuat struktur pembelajarannya. Hal tersebut dibangun dalam landasan yang tersajikan dalam tujuan belajar dan penetapan kriteria kelulusan.Siswa diberikan kriteria kelulusan dan memberikan dukungan untuk mencapai keberhasilan.Umpan balik perlu diberikan kepada siswa untuk memberikan penguatan dalam pembelajaran selanjutnya.Siswa diberi kesempatan untuk berpartisipasi baik dalam kegiatan penilaian kelompok maupun pribadi sehingga membangun tanggung jawab personal.

Definisi dari *Assessment Reform Group* dan *Pearson Education* ini memberi penekanan pada kolaborasi antara guru dan siswa serta pemanfaatan informasi hasil penilaian untuk memodifikasi strategi dan teknik mengajar dan belajar.

Balan (2012 : 34) menjelaskan beberapa strategi yang digunakan dalam Assessment for learning diantaranya mengklarifikasi dan berbagi criteria dan niat belajar untuk kesuksesan, merencanakan diskusi kelas yang efektif dan tugas pembelajaran lainnya yang mendapatkan bukti pemahaman siswa, memberikan umpan balik yang memajukan peserta didik, mengaktifkan siswa sebagai sumber daya instruksional untuk sama lain, dan mengaktifkan siswa sebagai pemilik pembelajaran mereka sendiri, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

1. Clarifying and sharing learning intentions and criteria for success,
2. Engineering effective classroom discussions and other learning tasks that elicit evidence of student understanding
3. Providing feedback that moves learners forward,
4. Activating students as instructional resources for one another, and
5. Activating students as the owners of their own learning.

Sadler (Balan, 2012 : 34) menjelaskan mengenai strategi *Assessment For learning melalui Peer Assessment*, terbagi pada tiga “proses kunci” pada pembelajaran dan pengajaran untuk membangun : dimana peserta didik dalam pembelajaran mereka, kemana mereka akan pergi, dan apa yang perlu dilakukan untuk membantu mereka sampai disana, sebagaimana yang dijelaskan melalui kerangka kerja berikut :

Tabel 2.1.

A framework for assessment for learning as proposed by Dylan William and Marnie Thompson (Balan, 2012 ;35)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Where the learner is going** | **Where the learner is right now** | **How to get there** |
| **Teacher** | Clarifying and sharing learning intentions and criteria for success | Engineering effective classroom discussions, and other learning tasks that elicits evidence of student understanding | Providing feedback that moves learners forwards |
| **Peer** | Understanding and sharing intentions and criteria for success | Activating students as instructional resources for one another |
| **Learner** | Understanding learning intentions and criteria for success | Activating students as owners of their own learning |

Umpan balik yang mempromosikan pembelajaran siswa dengan menggunakan pertanyaan-pertanyaan seperti : Kemana aku akan pergi? Bagaimana Aku bisa ? dan Di mana selanjutnya ? , sebagaimana dikemukakan oleh Wiliam dan Thompson (Balan, 2012 : 67) bahwa : “In order to be effective, feedback should first and foremost help students answer the following questions : Where I am going ? How I am going ? Where to next ?”

Balan (2012 : 39) menjelaskan orientasi Assessment For Learning atau penilaian dengan tujuan formatif adalah fokus guru dalam menggunakan dan mengembangkan rubrik penilaian, dan pembelajaran matematika siswa, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Two different orientations may be identified in research on mathematical education regarding assessments with a formative purpose.The first orientation is characterized by a focus on the teachers, for instance teacher’experiences of using and developing scoring rubrics.The second orientation in research on mathematical education is primarily directed towards students’ mathematical learning.

Rubrik penilaian adalah instrument yang berisi kriteria penilaian serta standar yang menentukan tingkat pencapaian masing-masing kriteria, sebagaimana dikemukakan oleh Jonsson et.al (Balan, 2012 : 57) bahwa : “The rubric is an assessment instrument that contains assessment criteria as well as standards specifying levels of attainment for each criterion.”

Penggunaan rubrik penilaian adalah untuk menghargai bagaimana siswa memproses masalah matematika, dibandingkan dengan hanya berfokus pada jawaban akhir. Sebagaimana dikemukakan oleh Black et.al (Balan, 2012 : 39) bahwa : “to value how students process mathematical problems, as opposed to only focusing on the final answer.” Dan untuk mempertimbangkan kembali pentingnya menyediakan siswa dengan komentar berkualitas tinggi tentang kekuatan dan cara-cara untuk meningkatkan nilai numeric, sebagaimana dikemukakan oleh Butler (Balan, 2012 : 40) bahwa “to reconsider the importance of providing students with high quality comments about both strengths and ways to improve, instead of only providing numerical scores.”

Fokus pada norma-norma sosial matematika dikaitkan dengan pandangan pembelajaran, yang menganggap siswa dapat maju dalam pembelajaran mereka dengan bekerja dalam kontak sosial dengan orang lain yang disebut “Zone of Proximal Development”, Vygotksy. Sebagaimana dikemukakan oleh Balan (2012 : 65) bahwa “The focus on socio-mathematical norms is associated with a view on learning, which presumes that student can advanced in their learning by working is social contact with other”.

Tabel 2.2.

Pengorganisasian Pembelajaran

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| No | Kegiatan Dosen | Kegiatan Mahasiswa | Lama |
| 1. | 1. Memberikan apersepsi dan motivasi.
2. Menuliskan tujuan dan criteria sukses di papan tulis.
3. Menjelaskan tujuan pembelajaran dan criteria sukses pada mahasiswa.

  | Memahami dengan baik tujuan pembelajaran dan criteria sukses yang disampaikan dosen | 10 menit |
| 2. | Melaksanakan pembelajaran sesuai dengan RPP yang dibuat dosen | Melaksanakan pengamalan belajar sesuai dengan RPP yang dibuat dosen | 65 menit |
| 3. | Memberikan soal | Mengerjakan soal | 15 menit |
| 4. | Melakukan penukaran pekerjaan mahasiswa secara acak | Menerima hasil pekerjaan kelompok temannya | 5 menit |
| 5. | Membagikan rubric penilaian dan bolpoint tinta merah kepada Mahasiswa | Menerima rubric penilaian dan bolpoint tinta merah |
| 6. | Rubric rinci disertai catatan variasi jawaban yang mungkin muncul, memuat langkah-langkah penyelesaian beserta skor setiap langkah. Memandu Mahasiswa dalam menggunakan rubric, dan memperketat pengawasan peer assessment, serta menanggapi segala kesulitan yang dihadapi Mahasiswa. | Melakukan *peer assessment*, beberapa mahasiswa diminta untuk memberikan umpan balik berupa tanggapan, sanggahan dan masukan terhadap pekerjaan temannya.Mahasiwa diminta memberikan balikan komentar kepada pekerjaan teman sejawatnya berupa pujian “excellent” untuk skor >85, komentar “good” untuk 70skor85, serta komentar “not-bad” untuk skor<70, disertai catatan perbaikan. | 20 menit |
| 7. | Mengambil lembar pekerjaan Mahasiswa | Mengumpulkan lembar pekerjaan kepada dosen. | 5 menit |
| 8. | Memberikan tugas individu sebagai pekerjaan rumah | Menerima tugas individu |

Kartinah (2012 : 28)

Fokus umpan balik menurut Balan (2012 : 68) diantaranya :

1. Umpan balik pada tingkat tugas adalah seberapa baik tugas dilakukan, misalnya apakah jawaban benar atau salah.
2. Umpan balik pada tingkat proses adalah tentang proses mendasari tugas dan terutama diarahkan terhadap strategi siswa untuk mendeteksi kesalahan atau mengatasi hambatan. Ketika kesalahan terdeteksi, siswa perlu mempertimbangkan kembali strategi yang diterapkan dan umpan balik pada tingkat ini dapat membantu siswa untuk menyediakan diri dengan umpan balik.
3. Umpan balik pada tingkat pengaturan diri berfokus pada cara siswa memonitor, mengarahkan, dan mengatur tindakan terhadap tujuan pembelajaran. Ini berarti bahwa umpan balik pada tingkat ini sebagian besar ditujukan untuk kemampuan meta-kognitif siswa, sehingga siswa dapat belajar untuk menilai kemajuan mereka dan mengatur pembelajaran mereka dalam kaitannya dengan tujuan dan criteria. Ini yang membedakan peserta didik yang efektif dan kurang efektif, yang lebih bergantung pada umpan balik eksternal dari guru atau teman sebaya.
4. Umpan balik yang diarahkan pada tingkat diri, berupa pujian yang harus digunakan dengan bijaksana atau tidak sama sekali.

Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

1. Feedback at the task level is about how well a task being performed, for instance whether an answer is correct or incorrect.
2. Feedback at the process level is about the processes underlying tasks and is primarily directed towards students’ strategies to detect errors or overcome impediments. When an error is detected, the student needs to reconsider the strategy adopted and feedback at this level may help students to provide themselves with feedback.
3. Feedback at the self-regulation level focuses on the way students monitor, direct, and regulate actions towards the learning goals. This means that feedback at this level is largely aimed students’ meta-cognitive skills, so that students may learn to assess their progress and regulate their learning in relation to goals and criteria. This may be one of the important features distinguishing effective learners, who are able to formulate internal feedback while they are engaged in academic tasks, from less effective learners, who depend more on external feedback from teachers on peers.
4. Feedback that is directed towards the self-level (such as students’ personal characteristics and praise) rarely seems to be effective for student learning. Feedback at this level, including praise, should therefore be used judiciously or not at all.

Pengorganisasian pembelajaran disesuaikan dengan Standar Profesional Untuk Mengajar Matematika menurut NCTM (Van De Walle, 2008) :

1. Manfaat tugas-tugas matematika

Guru matematika harus memberi tugas-tugas yang didasarkan pada :

1. Matematika yang penting dan logis
2. Pengetahuan tentang pemahaman, ketertarikan dan pengalaman siswa
3. Pengetahuan tentang cara-cara yang berbeda siswa belajar matematika

Dan yang

1. Melibatkan intelektual siswa
2. Mengembangkan pemahaman dan keahlian matematika siswa
3. Merangsang siswa untuk membuat hubungan dan mengembangkan kerangka kerja yang koheren dari ide-ide matematika
4. Meminta memformulasikan masalah, menyelesaikan masalah, dan memberi alasan secara sistematis
5. Meningkatkan komunikasi tentang matematika
6. Menyatakan matematika sebagai aktivitas manusia yang terus menerus
7. Memperlihatkan sensitivitas dan melibatkan latar belakang pengalaman dan watak atau sikap yang berbeda-beda dari siswa.
8. Meningkatkan perkembangan watak atau sikap semua siswa untuk mengerjakan matematika
9. Peran guru dalam diskusi

Guru matematika harus mengatur diskusi dengan

1. Memberikan pertanyaan-pertanyaan dan tugas-tugas yang mengundang, melibatkan, dan menantang setiap pemikiran siswa.
2. Mendengarkan secara baik-baik ide-ide siswa
3. Menanyakan kepada siswa untuk menjelaskan dan menguji ide-ide mereka dengan kata-kata maupun secara tertulis
4. Memutuskan apa yang akan dituju secara mendalam dari ide-ide yang dibawa siswa ke dalam diskusi
5. Memutuskan kapan dan bagaimana memberikan notasi dan istilah matematika terhadap ide-ide siswa
6. Memutuskan kapan memberi informasi, kapan menjelaskan sebuah topic, kapan memodelkan, kapan memimpin, dan kapan membiarkan siswa bergulat dalam kesulitan
7. Memonitor partisipasi siswa di dalam diskusi dan memutuskan kapan dan bagaimana untuk mendorong setiap siswa agar berpartisipasi.
8. Peran siswa dalam diskusi

Guru matematika harus mengembangkan diskusi sehingga para siswa

1. Mendengar, merespon, dan bertanya kepada guru dan saling bertanya kepada teman-temannya
2. Menggunakan berbagai macam alat untuk memberi alasan, membuat hubungan, menyelesaikan masalah, dan berkomunikasi.
3. Mengajukan masalah dan pertanyaan.
4. Membuat dugaan dan menyajikan penyelesaian
5. Memberi contoh dan penyanggah untuk menyelidiki suatu dugaan
6. Mencoba meyakinkan diri mereka sendiri dan teman-temannya tentang kebenaran pengungkapan, penyelesaian, dugaan dan jawaban.
7. Menyandarkan pada alasan dan bukti matematika untuk menentukan kebenaran
8. Alat-alat untuk meningkatkan diskusi

Guru matematika untuk meningkatkan diskusi harus mendorong dan memperbolehkan penggunaan

1. Computer, kalkulator, dan teknologi yang lain
2. Benda-benda kongkrit yang digunakan sebagai model
3. Gambar, diagram, table, dan grafik
4. Istilah-istilah dan symbol yang ditemukan dan disepakati
5. Metafora, analogi, dan cerita
6. Hipotesis, penjelasan dan alasan tertulis
7. Presentasi dengan kata-kata dan dramatisasi
8. Suasana belajar

Guru matematika harus membuat suasana belajar yang membantu perkembangan kekuatan matematika setiap siswa dengan

1. Menyediakan dan mengatur waktu yang diperlukan untuk mengungkap matematika yang logis dan menghadapi ide-ide serta masalah yang penting
2. Menggunakan ruang fisik dan benda-benda untuk memfasilitasi belajar matematika siswa.
3. Menyediakan sesuatu yang dapat mendorong perkembangan keahlian dan kecakapan matematika siswa
4. Menghargai dan menilai ide-ide, cara berpikir, dan watak atau sikap matematik siswa.

Dan secara konsisten mengharapkan dan mendorong siswa untuk

1. Bekerja secara mandiri atau berkelompok untuk memahami matematika
2. Mengambil resiko intelektual dengan mengajukan pertanyaan dan merumuskan dugaan
3. Memperlihatkan perasaan tentang kompetensi matematika dengan memeriksa dan mendukung ide-ide dengan menggunakan alasan matematik
4. Analisis belajar mengajar

Guru matematika harus melakukan analisis belajar mengajar secara terus menerus dengan

1. Mengamati, mendengarkan, dan mengumpulkan informasi lain tentang siswa untuk menilai apa yang mereka pelajari
2. Memeriksa pengaruh tugas, diskusi, dan suasana belajar terhadap pengetahuan, keterampilan, dan watak atau sikap siswa

Untuk

1. Memastikan bahwa setiap siswa belajar matematika yang penting dan logis dan mengembangkan watak atau sikap positif terhadap matematika
2. Menghadapi dan memperluas ide-ide siswa
3. Menyesuaikan atau mengubah aktivitas ketika mengajar
4. Membuat rencana, baik jangka pendek maupun jangka panjang
5. Menggambarkan dan memberi komentar tentang belajar setiap siswa yang ditujukan kepada orang tua, administrator, dan siswa sendiri.
6. *Peer Assessment*

Peer Assessment adalah metode penilaian dimana siswa menyediakan informasi tentang penampilannya. Sebagaimana dikemukakan oleh Topping (Majdoddin, K., 2010 : 397) bahwa :*“*Peer assessment is an assessment method through which the peers of a candidate or student are requested to provide information about his performance”. Peer Assessment adalah pengaturan dimana individu mempertimbangkan jumlah, tingkat, nilai, layak, kualitas, atau keberhasilan produk atau hasil belajar dari rekan-rekan dari status yang sama. Sebagaimana dikemukakan oleh Topping (White, 2009 : 2) bahwa : “an arrangement in which individuals consider the amount, level, value, worth, quality, or success of the products or outcomes of learning of peers of similar status” . Definisi lain mengenai Peer Assessment adalah proses dimana siswa menilai kualitas siswa lain dalam bekerja dan memberikan umpan balik, sebagaimana dikemukakan oleh Van Den Berg, Admiral, dan Pilot (Majdoddin, K., 2010 : 397) bahwa :*“*Peer Assessment as a process in which students access the quality of their fellow students’ work and provide each other with feedback*”.*

Jadi, Peer Assessment adalah sebuah metode penilaian yang melibatkan guru dan siswa, dimana siswa mempunyai kesempatan untuk memberikan penilaian terhadap hasil belajar temannya. Dalam *Assessment for Learning* *Peer Assessment* dianggap unik dan berharga karena memotivasi siswa untuk lebih berhati-hati dalam pekerjaan yang mereka lakukan, itu menguatkan suara mahasiswa dalam proses pembelajaran, dan pembelajaran mereka meningkat. Sebagaimana dikemukakan oleh Balck et.al (White, 2009 : 3) bahwa “In AfL, peer assessment is considered ‘uniquely valuable’ because it motivates students to be more careful in the work they do, it amplifies the student voice in the learning process, and their learning is improved”.

Race et.al (White, 2009 : 2) menjelaskan bahwa praktek *Peer Assessment* telah diakui memiliki manfaat besar dalam hal keuntungan belajar, dan semakin banyak digunakan dalam pendidikan tinggi untuk melibatkan siswa lebih aktif dalam proses penilaian. Sebagaimana dikemukakannya bahwa : “The Practice of Peer Assessment has been recognized as having possibly enormous benefits in terms of learning gain, and is increasingly being used in higher education to involve students more actively in the assessment process.”.

Black dan William (White, 2009 : 3) menjelaskan bahwa Peer Assessment juga merupakan prosedur berharga Assessment For Learning karena belajar siswa dipromosikan mereka sebagai peran guru dan pemeriksa satu sama lain, dan siswa merasa lebih mudah untuk memahami criteria penilaian jika mereka memeriksa pekerjaan siswa lain di samping mereka sendiri. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Peer Assessment is also valuable Assessment For Learning procedure because student learning is promoted as they take on the roles of teachers and examiners of each other, and students find it easier to make sense of assessment criteria if they examine the work of other students alongside their own.

Black et.al (White, 2009 : 3) mengingatkan bahwa model pembelajaran berpusat pada penilaian hanya akan berkembang jika siswa dibantu oleh guru untuk meningkatkan keterampilan *Peer Assessment*. Mereka juga mengemukakan bahwa tujuan utama dari *Peer* dan *Self Assessment* bukan hanya saling memberi tingkat dan nilai tetapi tujuan sebenarnya adalah identifikasi kebutuhan belajar dan sarana perbaikan. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Black et.al warn that this learner centered mode of assessment will only thrive if students are helped by teachers to develop peer assessment skills. They also make the point that “the ultimate aim of peer (and self) assessment is not that students can give each other levels and grade these are merely a means to an end….the real purpose – the identification of learning needs and the means of improvement”

*Peer assessment* atau *co assessment* digunakan sebagai perantara, sebelum memulai untuk menilai diri sendiri, dalam rangka membantu siswa mengembangkan keterampilan yang diperlukan saat penilaian diri, sebagaimana dikemukakan oleh Dochy et.al (Balan, 2012 : 79) bahwa : “peer, or co assessment is used as go between, before starting to self assess, in order to help students develop skills that are required when self assessing.”

Gouli et.al (Balan, 2012 : 79) menjelaskan bahwa *Co-assessment* atau *assessment in partnership,* siswa dan guru berkolaborasi untuk memperjelas tujuan dan criteria, bernegosiasi rincian penilaian dan mendiskusikan kesalahpahaman yang ada. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

In an environtment characterized by co-assessment, students therefore participate actively in the assessment process and students and teacher collaborate in order to clarify goals and criteria, negotiate details of the assessment, and discuss any misunderstandings that exist.

Tabel 2.3.

Sebuah Kerangka Kerja Peer Assessment (Balan, 2012 : 82)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Tugas Kelompok** | **Penilaian Sejawat** | **Penilaian Bersama** |
| **Pendahuluan** | Pasangan kelompok menilai satu sama lain dengan menggunakan rubric | Diskusi seluruh kelas |
| **Kelompok bekerja dengan tugas** | Kelompok memberikan umpan balik secara lisan | Guru memberikan umpan balik kepada setiap kelompok |

Balan (2012 : 82) menjelaskan mengenai kerangka kerja Peer Assessment diatas sebagai berikut : Sepasang kelompok menukar dan menilai solusi masing-masing dengan menggunakan rubric dan masing-masing memberikan umpan balik secara oral (penilaian sejawat dan umpan balik rekan). Kemudian guru melakukan diskusi seluruh kelas, membandingkan dan mendiskusikan kualitas solusi yang berbeda (penilaian bersama). Setelah itu, guru memberikan umpan balik individu untuk masing-masing kelompok (umpan balik guru). Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Pairs of groups exchanged andf assessed each other’s solution using the rubric and gave each other oral feedback (Peer Assessment and feedback). Then the teacher conducted a whole-class discussion, comparing and discussing the qualities of different solutions (Co-assessment). After wards, the teacher gave individual feedback to each other group(teacher feedback).

White (2009 : 6) mengemukakan Keuntungan *Peer Assessment* diantaranya membantu siswa untuk menjadi lebih otonom, bertanggung jawab, dan terlibat, mendorong siswa untuk secara kritis menganalisis pekerjaan yang dilakukan oleh orang lain, bukan hanya melihat tanda, membantu memperjelas criteria penilaian, memberikan siswa lebih luas umpan balik, lebih sejajar situasi karir mungkin dimana pengambilan keputusan yang dibuat oleh kelompok, mengurangi beban tanda pada dosen, beberapa kelompok dapat dijalankan sekaligus karena tidak semua kelompok memerlukan kehadiran dosen. Sedangkan Kelemahan *Peer Assessment* diantaranya : siswa mungkin tidak memiliki kemampuan untuk mengevaluasi satu sama lain, siswa tidak menganggapnya serius, yang memungkinkan persahabatan, nilai hiburan, dan sebagainya, untuk mempengaruhi mereka menandai, siswa mungkin tidak menyukai rekan menandai karena kemungkinan didiskriminasi, yang disalahpahami, dan sebagainya, tanpa informasi dosen, siswa dapat memberi informasi yang salah satu sama lain. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Potential advantages and disadvantages of Peer Assessment :

Advantages :

1. Helps students to become more autonomous, responsible, and involved
2. Encourages students to critically analyze work done by others, rather than simply seeing a mark
3. Helps clarify assessment criteria
4. Gives students a wider range of feedback
5. More closely parallels possible career situations where judgement is made by a group
6. Reduce the marking load on the lecturer
7. Several groups can be run at once as not all groups require the lecturer’s presence

Disadvantages :

1. Students may lack the ability to evaluate each other
2. Students may not take it seriously, allowing friendships, entertainment value, et cetera, to influence their marking
3. Students may not like peer marking because of the possibility of being discriminated against, being misunderstood, et cetera.
4. Without lecturer intervention, students may misinform each other.

Vu dan Alba (White, 2009 : 8) menjelaskan bahwa jika Peer Assessment tidak termasuk memberikan tanda, bagaimanapun berdampak positif pada perkembangan dan belajar siswa. Tindakan menandai menuntut bahwa siswa mengambil tanggung jawab lebih besar, karena mereka diwajibkan untuk mendasarkan penilaian mereka pada latihan menyeluruh kulaitas pekerjaan peer assessment mereka. Dengan demikian mereka lebih mungkin untuk mendapatkan pemahaman yang lebih mendalam materi pelajaran. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

If peer assessment excludes assigning marks, however, its positive impact on student learning and development is restricted. The act of marking demands that students take greater responsibility, as they are required to base their judgements on thorough examination of the quality of their peers’work. Thus they more likely to gain deeper understanding of the subject matter.

1. **Gaya Belajar**

Manusia adalah makhluk social yang membutuhkan interaksi dalam melangsungkan kehidupannya, agar dapat memenuhi segala kebutuhannya tentunya kita akan berusaha untuk melaksanakan tujuan itu agar dapat terlaksana sebagai bentuk tanggung jawab terhadap kehidupan kita.

Sebagai seorang pendidik kita mengetahui tentang perbedaan model pembelajaran yang biasa digunakan. Setiap guru/dosen memiliki kecenderungan untuk menggunakan gaya belajar sesuai dengan pilihannya sendiri. Hal ini yang menyebabkan peserta didik kesulitan dalam beradaptasi dengan lingkungan pembelajaran karena sumber yang mereka peroleh berbeda-beda, artinya banyak masukan yang diperoleh dari beragam individu yang berbeda.

Keanekaragaman gaya belajar yang diperoleh menyebabkan Peserta didik lebih memilih gaya belajar yang mereka sukai sehingga menentukan keberhasilan belajar mereka, karena gaya belajar yang mereka pilih mendukung terhadap potensi yang dimilikinya. Hal ini menunjukkan betapa pentingnya peserta didik menyadari akan gaya pembelajarannya sehingga memberikan masukan yang tepat untuk meningkatkan pembelajarannya. Peserta didik akan menyadari bagaimana pentingnya menerima masukan terbaik yang memberikan gaya belajar sehingga menunjang materi dan pengaturan yang sesuai agar mereka dapat bekerja sesuai dengan rencana studi mereka.

MacKeracher (Herod, 2004 : 3) mengemukakan bahwa gaya belajar merupakan cara dimana orang menadapatkan informasi, memilah informasi agar dapat meyakinkan, menggunakan arti, nilai, kemampuan dan strategi untuk menyelesaikan masalah, membuat keputusan dan membuat makna baru, dan merubah semua proses atau struktur dari daftar yang tersusun, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Learning styles may be thought of as the way in which people : take in information, select certain information for further processing, use meanings, values, skills, strategies to solve problems, make decisions and create new meanings, change any or all of the processes or structures described in this list.

DePorter dan Hernacki (Pakpahan, 2011 : 50) mendefinisikan bahwa gaya belajar adalah kombinasi dari menyerap, mengatur, dan mengolah informasi. Gaya belajar adalah cara dimana individu memilih pendekatan yang berbeda dalam melaksanakan tugas pembelajaran, sebagaimana dikemukakan oleh Hartley (Havola,2012 : 10) bahwa “learning style as a way in which individuals characteristically approach different learning tasks”. Dan gaya belajar sebagai bagian dari tabiat dalam proses pembelajaran sebagaimana dikemukakan oleh Frank Riesmann (Kopsovich, 2001: 15) bahwa “The style of learning as the idiosyncratic style elements in the learning proces*s*”.

Jadi, gaya belajar adalah suatu cara dimana individu belajar dengan menyerap, mengatur, dan mengolah informasi sehingga menjadi bermakna, bernilai dan menjadi sebuah strategi dalam menyelesaikan masalah, membuat keputusan, dan membuat makna baru yang mengubah kebiasaan belajar menjadi berproses, berstruktur dan jelas sehingga dapat meningkatkan pengetahuan dan kemampuannya sesuai dengan tujuan pembelajaran yang akan dicapai.

Menurut Howard Gardner (Tanta, 2010 : 15), modalitas belajar dapat dikarakteristik menjadi gaya belajar Auditory, Visual, Reading dan Kinesthetic.

1. Visual

Orang yang memiliki gaya belajar Visual, belajar dengan menitikberatkan ketajaman penglihatan. Artinya, bukti-bukti konkret harus diperhatikan terlebih dahulu agar mereka paham. Ciri-ciri orang yang memiliki gaya belajar visual adalah kebutuhan yang tinggi untuk melihat dan menangkap informasi secara visual sebelum mereka memahaminya. Konkretnya, yang bersangkutan lebih mudah menangkap pelajaran lewat materi bergambar. Selain itu, mereka memiliki kepekaan yang kuat terhadap warna, disamping mempunyai pemahaman yang cukup terhadap masalah artistic. Hanya saja biasanya mereka memiliki kendala untuk berdialog secara langsung karena terlalu reaktif terhadap suara, sehingga sulit mengikuti anjuran secara lisan dan sering salah menginterpretasikan kata atau ucapan.

Beberapa karakteristik visual adalah :

1. Senantiasa melihat memperhatikan gerak bibir seseorang yang berbicara kepadanya.
2. Cenderung menggunakan gerakan tubuh saat mengungkapkan sesuatu.
3. Kurang menyukai berbicara di depan kelompok, dan kurang menyukai untuk mendengarkan orang lain.
4. Biasanya tidak dapat mengingat informasi yang diberikan secara lisan.
5. Lebih menyukai peragaan daripada penjelasan lisan.
6. Biasanya orang yang Visual dapat duduk tenang di tengah situasi yang rebut/ramai tanpa merasa terganggu.
7. Auditory

Orang yang memiliki gaya belajar Auditory, belajar dengan mengandalkan pendengaran untuk bisa memahami sekaligus mengingatnya. Karakteristik model belajar ini benar-benar menempatkan pendengaran sebagai alat utama untuk menyerap informasi atau pengetahuan. Artinya, untuk bisa mengingat dan memahami informasi tertentu, yang bersangkutan haruslah mendengarnya lebih dulu. Mereka yang memiliki gaya belajar ini umumnya susah menyerap secara langsung informasi dalam bentuk tulisan, selain memiliki kesulitan menulis ataupun membaca. Beberapa cirri seorang Auditory antara lain :

1. Mampu mengingat dengan baik materi yang didiskusikan dalam kelompok.
2. Mengenal banyak sekali lagu/iklan TV
3. Suka berbicara
4. Pada umumnya bukanlah pembaca yang baik
5. Kurang dapat mengingat dengan baik apa yang baru saja dibacanya.
6. Kurang baik dalam mengerjakan tugas mengarang/menulis.
7. Kurang memperhatikan hal-hal baru dalam lingkungan sekitarnya.
8. Kinestetik

Orang yang memiliki gaya belajar kinestetik mengharuskan individu yang bersangkutan menyentuh sesuatu yang memberikan informasi tertentu agar ia bisa mengingatnya. Tentu saja, ada beberapa karakteristik model belajar seperti ini yang tak semua orang bisa melakukannya. Karakter pertama adalah menempatkan tangan sebagai alat penerima informasi utama agar bisa terus mengingatnya. Hanya dengan memegangnya saja, seseorang yang memiliki gaya belajar ini bisa menyerap informasi tanpa harus membaca penjelasannya. Karakter berikutnya dicontohkan sebagai orang yang tak tahan duduk manis berlama-lama mendengarkan penyampaian informasi. Tak heran kalau individu yang memiliki gaya belajar ini merasa bisa belajar lebih baik kalau prosesnya disertai kegiatan fisik. Kelebihannya, mereka memiliki kemampuan mengkoordinasikan sebuah tim di samping kemampuan mengendalikan gerak tubuh (athletic ability). Tak jarang, orang yang cenderung memiliki karakter ini lebih mudah menyerap dan memahami informasi dengan cara menjiplak gambar atau kata untuk kemudian belajar mengucapkannya atau memahami fakta. Mereka yang memiliki karakteristik – karakteristik di atas dianjurkan untuk belajar melalui pengalaman dengan menggunakan berbagai model peraga, semisal bekerja di lab atau belajar yang membolehkannya bermain. Cara sederhana yang juga bisa ditempuh adalah secara berkala mengalokasikan waktu untuk sejenak beristirahat di tengah waktu belajarnya. Orang yang memiliki gaya belajar kinestetik biasanya memiliki karakteristik :

1. Suka menyentuh segala sesuatu yang dijumpainya.
2. Sulit untuk berdiam diri.
3. Suka mengerjakan segala sesuatu dengan menggunakan tangan.
4. Biasanya memiliki koordinasi tubuh yang baik.
5. Suka menggunakan objek yang nyata sebagai alat bantu belajar.
6. Mempelajari hal-hal yang abstrak merupakan hal yang sangat sulit.

Gaya belajar berhubungan dengan kinerja otak, menurut Hamruni (2009 : 93) Otak merupakan bagian dari Sistem saraf Pusat (Central Nervous System). System ini sangat erat kaitannya dengan pembelajaran. Bahkan lebih dari pada itu, system saraf pusat (SSP) berkenaan dengan pengaturan terkait bagaimana satu makhluk merespon stimulus lingkungan sekitar. Di atas otak belakang tedapat otak tengah (midbrain), didalamnya terdapat Cerebellum yang merupakan tempat system limbic berada. System limbic berkenaan dengan peran respon essensial dan otomatis seperti emosi. System limbic berperan dalam penggunaan informasi dari indra penglihatan, pendengaran, sensasi tubuh, perabaan, penciuman sebagai input yang kemudian informasi ini disampaikan ke pemikir dalam otak yaitu neokorteks. Dalam neokorteks terdapat kecerdasan yang lebih tinggi, diantaranya adalah : kecerdasan linguistic, matematika, spasial/visual, kinestetik/perasa, naturalistic, musical, interpersonal, intrapersonal dan intuisi. Sebagaimana dikemukakan oleh Gardner (Gardner, H dan Moran, S., 2006 : 228) bahwa : “Gardner holds that there are eight intelligences, each oriented to a specific type of information : linguistic, logical-mathematical, musical, spatial, bodily kinesthetic, naturalistic, interpersonal, and intrapersonal.”

Michael Gazzaniga dan Roger W. Sperry (Hamruni, 2009 : 99) menjelaskan karakteristik otak manusia sebagai berikut :

1. Belahan kiri : Analisa, sebab-akibat, terkendali, diskrit, factual, bahasa, logika, pengukuran, angka, objektif, terorganisir, bagian menuju keseluruhan, sekuensial, struktur, teori.
2. Belahan kanan : Konektivitas, tidak terorganisir, eksperimental, matematika tingkat lanjut, imajinasi, intuisi, pola, kemungkinan, relaks, ritme, spontan, subjektif, sintesa, nada, keseluruhan menuju bagian.

Kanninen (2009 : 15) menjelaskan Pembelajar dengan gaya visual menggunakan pandangan mata mereka. Melihat dan membaca menjadi penting untuk pembelajar visual. Misalnya gambar, tabel, demonstrasi, handout, dan peta pikiran sangat berguna bagi mereka. Terutama catatan kuliah, buku pelajaran dan teks tertulis lainnya adalah cara yang paling berguna untuk belajar. Sangat mudah untuk menambahkan hal-hal dalam lingkungan belajar dan oleh karena itu mudah untuk menggambarkan pembelajaran siswa untuk menggunakan dan belajar di lingkungan virtual. Entitas tematik penting untuk jenis pembelajar ini.

Siswa yang belajar dengan baik melalui pendengaran dapat menemukan pembelajaran virtual berguna jika ada video klip, kuliah virtual, dan konferensi video karena mendengar dan berbicara penting untuk pembelajar auditory. Klip juga dapat dengan mudah ditambahkam ke lingkungan. Para peserta didik dengan gaya belajar auditory ingin mendengar petunjuk rinci. Mereka belajar sesuatu dalam satu waktu. Pelajar auditory mengambil manfaat dari mendengarkan ceramah dan berpartisipasi dalam diskusi.

Pelajar kinestetik belajar dengan baik melalui perasaan dan bereksperimen. Mereka lebih memilih sesi laboratorium atau perjalanan lapangan selama kelas kuliah. Peserta didik ini ingin terlibat dengan pengalaman fisik; menyentuh, merasakan, memegang, melakukan, dan menggunakan pekerjaan tangan dengan praktis. Oleh karena itu lingkungan belajar virtual membawa banyak tantangan untuk belajar mereka. Dalam proses pembelajaran semacam model virtual dapat berguna bagi mereka dimana orang dapat melihat bagaimana segala sesuatu bekerja. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Learners with visual learning style learn best using their eye sight. Seeing and reading are described to be important for visual learners. For example pictures, Tables, demonstration, handouts and mind maps are very useful for them. Especially lecture notes, textbooks and other written text is the most useful way of learning. It is easy to add those things in the learning environment and therefore it is easy to visually learning students to use and study in virtual environment. Thematic entities are important to this kind of learners.

The students who learn best through hearing (aurally) can find virtual learning useful if there are video clips, virtual lectures, and video conferences because listening and speaking are important for auditory learners. The clips can also be easily added to the environment. The learners with auditory learning style like to hear detailed directions. They learn things one at a time. Auditory learners benefit from listening to lectures and participating in discussions.

Kinesthetic learners learn best through feeling and experimenting. They prefer laboratory sessions or field trips over classroom lectures. These learners like to be involved with physical experiences; touching, feeling, holding, doing, and practical hands-on experiences. Therefore the virtual learning environment brings a lot of challenge to their learning. In the learning process some kind of virtual models can be useful for them where one can see how things work.

Banyak ciri-ciri perilaku yang merupakan kecenderungan belajar. Berikut ciri-ciri modalitas belajar yang terbaik (Hasrul, 2009 : 3 ):

1. Orang-orang Visual
2. Rapi dan teratur
3. Berbicara dengan cepat
4. Perencana dan pengatur jangka panjang yang baik
5. Teliti terhadap detail
6. Mementingkan penampilan, baik dalam hal pakaian maupun presentasi
7. Pengeja yang baik dan dapat melihat kata-kata yang sebenarnya dalam pikiran mereka.
8. Mengingat apa yang dilihat, daripada yang didengar
9. Mengingat asosiasi visual
10. Biasanya tidak terganggu oleh keributan
11. Mempunyai masalah untuk mengingat instruksi verbal kecuali jika ditulis dan sering kali minta bantuan orang untuk mengulanginya
12. Pembaca cepat dan tekun
13. Lebih suka membaca daripada dibacakan
14. Membutuhkan pandangan dan tujuan yang menyeluruh dan bersikap waspada sebelum secara mental merasa pasti tentang suatu masalah atau proyek.
15. Mencoret-coret tanpa arti selama berbicara didalam telpon dan dalam rapat
16. Lupa menyampaikan pesan verbal kepada orang lain
17. Lupa menjawab pertanyaan dengan jawaban singkat ya atau tidak.
18. Lebih suka melakukan demonstrasi daripada berpidato
19. Lebih suka seni daripada music
20. Seringkali mengetahui apa yang harus dikatakan, tetapi tidak pandai memilih kata-kata
21. Kadang-kadang kehilangan konsentrasi ketika mereka ingin memperhatikan
22. Orang-orang Auditorial
23. Berbicara kepada diri sendiri saat kerja
24. Mudah terganggu oleh keributan
25. Menggerakkan bibir mereka dan mengucapkan tulisan dibuku ketika membaca
26. Senang membaca dengan keras dan mendengarkan
27. Dapat mengulangi kembali dan menirukan nada, irama dan warna suara
28. Merasa kesulitan untuk menulis, tetapi hebat dalam bercerita
29. Berbicara dengan irama yang terpolah
30. Biasanya suka music daripada seni
31. Belajar dengan mendengarkan dan mengingat apa yang didiskusikan daripada yang dilihat
32. Suka berbicara, suka berdiskusi, dan menjelaskan sesuatu panjang lebar
33. Mempunyai masalah dengan pekerjaan-pekerjaan yang melibatkan visualisasi seperti memotong bagian-bagian hingga sesuai satu sama lain
34. Lebih pandai mengeja dengan keras daripada menuliskannya
35. Lebih suka gurauan lisan daripada membaca komik
36. Orang-orang Kinestatik
37. Berbicara dengan perlahan
38. Menanggapi perhatian fisik
39. Menyentuh orang untuk mendapatkan perhatian mereka
40. Berdiri dekat ketika berbicara dengan orang
41. Selalu berorientasi pada fisik dan banyak bergerak
42. Mempunyai perkembangan awal otot-otot yang besar
43. Belajar melalui memanipulasi dan praktik
44. Menghafal dengan cara berjalan dan melihat
45. Menggunakan jari sebagai penunjuk ketika membaca
46. Banyak menggunakan isyarat tubuh
47. Tidak dapat duduk diam untuk waktu lama.
48. Tidak dapat mengingat geografi, kecuali jika mereka memang telah berada di tempat itu.
49. Menggunakan kata-kata yang mengandung aksi
50. Menyukai buku-buku yang berorientasi pada plot, mereka mencerminkan aksi dengan gerakan tubuh saat membaca.
51. Kemungkinan tulisannya jelek
52. Ingin melakukan segala sesuatu
53. Menyukai permainan yang menyibukkan

Rose dan Nicholl (Majid, 2013 : 266) memaparkan hasil studi yang dilakukan lebih dari 5.000 siswa di Amerika Serikat, Hongkong, dan Jepang, mulai kelas 5 sampai kelas 12. Hasil studi tersebut menunjukkan kecenderungan belajar visual sebanyak 29%, auditori sebanyak 34%, dan kinestetik sebanyak 37%. Namun pada saat mereka mencapai usia dewasa, kesukaan pada gaya belajar visual ternyata lebih mendominasi.

Banyak instrumen tersedia untuk membantu pelajar dewasa menemukan gaya pembelajaran yang mereka pilih termasuk yang dikembangkan WVABE Profesional Development Program (2003 : 11). WVABE Profesional Development Program mengembangkan Instrumen C.I.T.E (Babich, Burdine, Albright, dan Randol, 1976) dirumuskan pada Pusat Guru Murdoch di Wichita, Kansas untuk membantu guru menentukan gaya belajar yang disukai oleh siswa-siswanya. Hal ini dibagi menjadi tiga bidang utama:

1. **Pengumpulan informasi** termasuk bahasa auditori, bahasa visual, numerik auditori, numerik visual, dan bahasa auditori-visual, numerik auditori, numerik visual, dan kombinasi auditori-visual-kinestetik.
2. **Kondisi kerja** fokus pada apakah seorang siswa bekerja lebih baik sendiri atau dalam kelompok.
3. **Ekspresi** mempertimbangkan apakah seorang siswa lebih baik pada komunikasi lisan atau tertulis.

Skor pada Inventarisasi Gaya Pembelajaran jatuh kedalam salah satu dari tiga kategori: besar, kecil, dan tidak berarti. Kategori-kategori ini dapat didefinisikan sebagai berikut:

1. **Besar :** Siswa lebih memilih mode pembelajaran ini, merasa nyaman dengan itu, dan menggunakannya untuk pembelajaran yang penting (untuk siswa). Seorang siswa tidak selalu memiliki satu dan hanya satu gaya pilihan.
2. **Kecil :** Siswa menggunakan model ini, tetapi biasanya sebagai pilihan kedua atau dalam hubungannya dengan gaya belajar lainnya.
3. **Tidak berarti :** Siswa memilih untuk tidak menggunakan ini jika pilihan lain tersedia. Siswa tidak merasa nyaman dengan gaya ini.

Frank B. Mann, III, Wyoming County, Virginia Barat, memprogram sistem aplikasi komputer untuk Inventarisasi Gaya Pembelajaran CITE sehingga siswa dapat menanggapi pertanyaan-pertanyaan dengan menggunakan komputer dan komputer menghitung skor secara otomatis. Guru dapat memperoleh salinan dengan menghubungi Louise Miller di 1-800-766-7372 e-mail: lbmiller@access.k12.wv.us

Tabel 2.4.

Definisi dan Teknik Pengajaran untuk Gaya Pembelajaran Besar

|  |  |
| --- | --- |
| **Gaya Pembelajaran** | **Teknik Pengajaran** |
| **Bahasa Visual:** Siswa yang belajar dengan baik dari melihat kata-kata dalam buku-buku, di papan tulis, grafik atau buku kerja. Dia dapat menulis kata-kata itu yang diberikan secara oral untuk pembelajaran dengan melihatnya diatas kertas. Dia mengingat dan menggunakan informasi yang lebih baik jika telah membaca. | Siswa ini akan mendapatkan keuntungan dari berbagai buku, pamflet dan bahan-bahan tertulis pada beberapa tingkat kesulitan. Dengan diberikan beberapa waktu sendirian dengan buku, ia dapat belajar lebih banyak daripada di kelas. Pastikan bahwa informasi penting telah diberikan diatas kertas, atau bahwa ia mencatatan jika Anda ingin siswa ini untuk mengingat informasi spesifik. |
| **Numerik-Visual:** Siswa ini harus melihat angka di papan tulis, dalam sebuah buku, atau di atas kertas untuk bekerja dengan angka. Dia lebih cenderung untuk mengingat dan memahami fakta-fakta matematika jika ia telah melihatnya. Dia tampaknya tidak membutuhkan banyak penjelasan lisan. | Siswa ini akan mendapatkan keuntungan dari lembar kerja, buku kerja, dan teks. Berikan berbagai bahan tertulis dan berikan waktu untuk mempelajarinya. Dalam bermain game dan terlibat dalam kegiatan dengan angka dan masalah nomor, pastikan mereka terlihat, angka yang dicetak, bukan permainan dan aktivitas oral. Data penting harus diberikan di atas kertas. |
| **Bahasa auditori:** Ini adalah siswa yang belajar dari mendengar kata-kata yang diucapkan. Anda mungkin mendengar dia bersuara atau melihat bibirnya atau tenggorokannya bergerak ketika ia membaca, terutama ketika berusaha untuk memahami materi baru. Dia akan lebih mampu memahami dan mengingat kata-kata atau fakta yang telah dipelajari dengan pendengaran. | Siswa ini akan mendapatkan keuntungan dari mendengarkan kaset audio, praktek lisan hafalan, kuliah atau diskusi kelas. Dia dapat mengambil manfaat dari menggunakan tape recorder untuk membuat kaset untuk mendengarkan kemudian, dengan mengajarkan siswa lain, atau bercakap-cakap dengan guru. Kelompok dua atau lebih, permainan atau kegiatan interaksi memberikan suara kata-kata yang diucapkan itu sangat penting untuk siswa ini. |
| **Numerik-Auditori:** Siswa ini belajar dari mendengar angka dan penjelasan lisan. Dia mungkin ingat nomor telepon dan loker dengan mudah, dan menjadi sukses dengan angka oral, permainan dan teka-teki. Dia mungkin melakukan hampir serta tanpa buku matematika, bahan tertulis tidak penting. Dia mungkin bisa bekerja dengan masalah di kepalanya. Anda mungkin mendengar siswa ini mengatakan angka dengan keras atau melihat bibirnya bergerak ketika masalah dibacakan. | Siswa ini akan mendapatkan keuntungan dari kaset suara matematika atau dari bekerja dengan orang lain, berbicara tentang suatu masalah. Bahkan membaca penjelasan tertulis dengan keras akan membantu. Permainan atau kegiatan dimana masalah nomor diucapkan akan membantu. Siswa ini akan mendapatkan keuntungan dari memberikan les lain atau memberikan penjelasan kepada kelompok belajarnya atau guru. Pastikan fakta penting diucapkan. |
| Siswa A / V / K belajar terbaik dengan pengalaman dan keterlibatan diri. Dia pasti membutuhkan kombinasi rangsangan. Manipulasi bahan bersama dengan pemandangan dan suara yang menyertainya (kata dan angka yang terlihat dan berbicara) akan membuat perbedaan besar kepadanya. Siswa ini mungkin tidak tampak mampu memahami, atau menyimpan pikirannya pada pekerjaan kecuali dia benar-benar terlibat. Dia berusaha untuk menangani, menyentuh dan bekerja dengan apa yang sedang dipelajari. Kadang-kadang hanya menulis atau menggeliat secara simbolis pada jari adalah gejala dari pelajar A / V / K. | Siswa ini harus diberikan lebih dari sekedar membaca atau tugas matematika. Libatkan dia dengan setidaknya satu siswa lain dan berikan dia suatu kegiatan untuk berhubungan dengan tugas. Temani audio-tape dengan gambar, benda-benda dan aktivitas seperti menggambar atau menulis atau mengikuti petunjuk dengan keterlibatan fisik. |
| **Individual-Sosial:** Siswa ini lebih banyak melakukan pekerjaan sendiri. Dia berpikir yang terbaik, dan lebih mengingat ketika dia telah belajar sendiri. Dia lebih peduli pendapatnya sendiri daripada gagasan orang lain. Anda tidak akan memiliki banyak kesulitan menjaga siswa ini dari sosialisasi yang berlebihan selama di kelas. | Siswa ini harus diizinkan untuk melakukan pembelajaran yang penting saja. Jika Anda merasa ia membutuhkan sosialisasi, simpan untuk situasi non-pembelajaran. Biarkan dia pergi ke perpustakaan atau kembali di sudut ruangan untuk menyendiri. Jangan memaksa kerja kelompok pada dirinya ketika akan membuat siswa marah akan diadakan kembali atau terganggu oleh orang lain. Beberapa pemikir besar yang penyendiri. |
| **Kelompok-Sosial:** Mahasiswa ini berusaha untuk belajar dengan setidaknya satu siswa lain dan ia tidak akan mendapatkan banyak hal ketika melakukan sendiri. Dia menghargai ide-ide dan preferensi orang lain. Interaksi kelompok meningkatkan pembelajarannya dan pengakuan fakta kemudian. Sosialisasi ini penting untuk siswa ini. | Siswa ini perlu melakukan pembelajaran penting dengan orang lain. Stimulasi kelompok mungkin lebih penting pada waktu tertentu dalam proses pembelajaran dari pada orang lain dan Anda mungkin dapat memfasilitasi waktu untuk siswa ini. |
| **Oral Ekspresif:** Siswa ini lebih suka mengatakan apa yang dia tahu. Dia berbicara dengan lancar, nyaman, dan jelas. Guru mungkin menemukan bahwa pelajar ini tahu lebih banyak daripada yang ditunjukkan tes tertulis. Dia mungkin kurang malu daripada yang lain tentang memberi laporan atau berbicara dengan guru atau teman sekelas. Koordinasi otot yang terlibat dalam penulisan mungkin sulit bagi pelajar ini. Pengorganisasian dan menempatkan pikiran diatas kertas mungkin terlalu lambat dan membosankan bagi siswa ini. | Izinkan siswa ini untuk membuat laporan lisan bukan yang tertulis. Apakah dalam konferensi, kelompok kecil atau besar, evaluasi dia lebih menurut apa yang dikatakan daripada apa yang tertulis. Laporan dapat dibuat di tape, untuk menghemat waktu kelas. Mintalah minimal karya tulis, tapi dengan kualitas yang baik sehingga ia tidak akan mengabaikan dasar-dasar komposisi dan keterbacaan. Grammar dapat dikoreksi secara lisan tetapi paling baik dilakukan di lain waktu. |
| **Ekspresif-Tertulis:** Siswa ini dapat menulis esai dengan lancar dan jawaban yang baik pada tes untuk menunjukkan apa yang dia tahu. Dia merasa kurang nyaman, bahkan mungkin bodoh ketika jawaban lisan diperlukan. Pikirannya lebih terorganisir diatas kertas daripada ketika mereka diberikan secara oral. | Siswa ini harus diizinkan untuk menulis laporan, menyimpan buku catatan dan jurnal untuk mata ujian dan mengambil tes tertulis untuk evaluasi. Transaksi Oral harus dibawah kondisi non-tekanan, bahkan mungkin dalam sebuah konferensi satu-per-satu. |

Menurut Coffield (Gilakjani, 2012 : 108) mempelajari gaya belajar memberikan beberapa manfaat diantaranya membuat individu dapat mengambil tanggung jawab untuk belajar mereka sendiri, orang mengetahui gaya belajar mereka sendiri, dan menentukan karakteristik gaya belajar yang sesuai dengan gaya belajarnya, mengembangkan pemahaman gaya belajar yang sesuai dengan lingkungannya sehingga dapat beinteraksi dengan baik dengan lingkungannya, dan mampu menggunakan cara yang berbeda dalam mengembangkan gaya belajarnya. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

One of the most significant issues in learning to learn is an individul’s taking the responsibility for his/her own learning. The individuals should know what their own learning styles are and what characteristics this style has they should thereby behave according to this style. In this way, the individual can acquire the constantly changing and increasing amount of information without need for the assistance of others. When the learner takes the responsibility of his/her own learning,s/he attributes meaning to the process of learning. S/he develops an understanding of his/her own form of learning style and becomes much more satisfied with the environment s/he interacts with. Every opportunity for learning is a chance for him/her. It is in the learner’s hand to use different ways and develop the learning styles to some extent.

Mc Carthy et al (Gilakjani, 2012 : 109) memberikan alasan betapa pentingnya gaya belajar untuk dipelajari diantaranya gaya belajar orang berbeda-beda karena setiap orang berbeda satu sama lain secara alami, gaya belajar menawarkan kesempatan untuk mengajar dengan menggunakan berbagai metode dengan cara yang efektif, dan mengatur banyak hal dalam pendidikan dan komunikasi sehingga menyadari gaya belajar siswa kita, kualitas psikologis, dan perbedaan motivasi akan membantu kita mengatur pelajaran dengan tepat dan sesuai dengan kondisi, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Learning style is important for many reason; however, there are three vital ones. First of all, people’s learning styles will vary because everyone is different from one another naturally. Secondly, it offers the opportunity to teach by using a wide range of methods in an effective way. Sticking to just one model unthinkingly will create a monotonous learning environment, so not every one will enjoy the lesson. In other words, learning and teaching will be just words and not rooted in reality. Thirdly, we can manage many things in education and communication if we really recognize the groups we are called to. Of course, we may not know every detail, however, being aware of our student’s learning styles, psychological qualities and motivational differences will help us regulate our lessons appropriately and according to the conditions.

Menurut Gilakjani (2012 : 109) keuntungan dari mempelajari gaya belajar diantaranya ketika individu mengetahui gaya belajarnya ia akan mengintegrasikannya dalam proses belajar sehingga belajar lebih mudah, cepat dan akan berhasil. Gaya belajar membantu individu menjadi pemecah masalah yang efektif, semakin sukses individu memecahkan masalah yang dihadapi semakin banyak control individu dalam mengambil alih hidupnya sendiri. Individu harus mengenali daerah yang sesuai untuk karakteristik gaya belajarnya untuk menghindari rasa tidak percaya diri, kemungkinan tidak berhasil dan menghindari frustasi. Pengetahuan gaya belajar memberikan informasi kepada siswa mengapa ia telah belajar dengan cara yang berbeda dengan yang lain, diantaranya untuk mengontrol proses pembelajaran, sehingga menumbuhkan belajar mandiri agar dapat mengambil tanggung jawab sendiri untuk belajar mereka sendiri, memperoleh pengetahuan yang terus menerus bergeser dan mengalami perubahan tanpa bantuan orang lain sehingga menumbuhkan percaya diri secara konsisten, belajar menangkap pengetahuan dengan cara yang sesuai untuk mengurangi control belebihan para guru. Pada titik ini guru membimbing siswa dan siswa mengambil tanggung jawab untuk pembelajaran mereka, sehingga proses dan segala sesuatu berada dalam kendali mereka. Orang-orang mengidentifikasi tujuan mereka, tidak seperti mereka yang gaya belajarnya tidak teridentifikasi. Mereka mengetahui yang mereka inginkan untuk belajar dan bagaimana mendapatkannya, sehingga kesdaran ini mengubah pandangan mereka dalam mempelajari hal-hal yang baru. Sebagaimana dikemukakannya bahwa ;

Learning style has an important place in the lives of individuals. When the individuals knows his/her learning style, s/he will integrate it in the process of learning so s/he will learn more easily and fast and will be successful. Another advantage of the identification of the own learning style by the student is that it will help the student to become an effective problem solver. The more successful the individual is at solving the problems s/he faces, the more control s/he will take over his/her own life. It is important that individuals receive education in areas suitable for their learning styles. A person educated in an area having no relationship to his/her learning style may lack confidence and s/he may be less successful; s/he may as a result become frustrated.

Knowledge of learning style also provides information to the student as to why s/he has learnt in a different way than others. It helps to control the process of learning. It is vital because one of the most important signals in learning is to learn to be autonomous, that is, for the individual to take responsibility for his/her own learning. Because of this, s/he should know what learning style is. This has to be part of the learning process to enable the individual to obtain knowledge, which constantly shifts and changes, without any help from others. Briefly, confidence in learning will consistently rise when learners know how to learn. Learning to learn and grasping knowledge in a suitable manner will lessen the need for an overbearing control by teachers. At this point, teachers guide the students. The students take responsibility for their learning, they are at the centre of the process and everything is under their control. They search answers to the problems and benefit from their unique performances and preferences in their learning styles. Those people will identify their aims, unlike those whose learning style preferences are not identified. They know what they want to learn and “how”. This awareness will change their perspectives on learning new things.

Menurut Tanta (2010 : 8) beberapa penelitian yang bermaksud mengidentifikasi gaya belajar mahasiswa menemukan bahwa mahasiswa dengan gaya belajar tertentu menunjukkan prestasi yang lebih baik karena mereka lebih puas selama mengikuti perkuliahan, sebagaimana dikemukakan oleh Baker et al (Tanta, 2010 : 8). Hasil lain menunjukkan bahwa mahasiswa dengan gaya belajar yang mirip dengan dosen pengampu matakuliah tertentu, cenderung memiliki kinerja yang lebih baik atau lebih tinggi tingkat kepuasannya sebagaimana dikemukakan oleh Gaiger (Tanta, 2010 : 8).

Dalam penelitian ini penulis menggunakan *Microsoft Power Point* dan *Microsoft Mathematics* sebagai media untuk menunjang kemampuan auditori, visual dan kinestetik.

1. ***Mathematical Problem Solving***

 Problem solving adalah setiap urutan yang diarahkan pada tujuan operasi kognitif, sebagaimana dikemukakan oleh Jonassen (dalam Mugisha, 2012 : 21)bahwa“Problem Solving is Any goal-directed sequence of cognitive operations”MenurutKluwe (Mugisha, 2012 : 21) Problem solving dianggap sebagai aktivitas kognitif yang paling penting dalam konteks sehari-hari dan professional, sebagaimana dikemukakannya bahwa “Problem solving is generally regarded as the most important cognitive activity in everyday and professional contexts*”*.

Menurut Gagne (Foshay, 2003 : 5) Problem solving adalah sintesis dari aturan dan konsep ke dalam suatu tatanan yang lebih tinggi yang diterapkan pada situasi yang dibatasi, sebagaimana dikemukakannya “Problem Solving is synthesis of the other rules and concepts into higher order rules which can be applied to constrained situation.” Sedangkan Jonassen and Tessmer (dalam Foshay 2003 : 5) memandang *problem solving* meliputi sikap serta kognitif, aspek motivasi dan sikap seperti : usaha, percaya diri, kecemasan, ketekunan, dan pengetahuan tentang diri yang penting bagi proses pemecahan masalah, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Problem Solving also includes attitudinal as well as cognitive component. To solve problems, learner have to want to do so, and they have to believe they can. Motivation and attitudinal aspects such as effort, confidence, anxiety, persistence and knowledge about self are important to the problem solving process.

*“*Helping students construct a deep understanding of mathematical ideas and processes by engaging them in doing Mathematics: creating, conjecturing, exploring, testing, and verifying*”* (Masingila, Mau, Lambdin, dos Santon dan Raymond dalam Mugisha, 2012 : 21)

*Mathematical Problem Solving* adalah aktivitas kognitif yang paling penting dalam kehidupan sehari-hari dan konteks professional. Kegiatan pemecahan masalah bertujuan membangun pemahaman mendalam tentang ide-ide matematika dan proses berpikir matematika dengan melibatkan mereka dalam matematika seperti : menciptakan, konjekturing, mengeksplorasi, pengujian, dan verifikasi, sehingga dapat meningkatkan kepercayaan diri, mengurangi kecemasan dan menambah pengetahuan. Hal ini sesuai dengan pendapat yang dikemukakan Mathematical Sciences Education Board (Van De Walle, 2008 : 12) bahwa sebagai sesuatu yang sifatnya praktis, matematika merupakan ilmu tentang pola dan urutan. Matematika tidak membahas tentang molekul atau sel, tetapi membahas tentang bilangan, kemungkinan, bentuk, algoritma, dan perubahan. Sebagai ilmu dengan objek yang abstrak, matematika bergantung pada logika, bukan pada pengamatan sebagai standar kebenarannya, meskipun menggunakan pengamatan, simulasi, dan bahkan percobaan sebagai alat untuk menemukan kebenaran.

*Mathematical problem* adalah tugas yang seseorang atau sekelompok orang ingin atau perlu untuk menemukan solusinya dan yang mereka tidak memiliki prosedur mudah diakses yang menjamin atau benar-benar menentukan solusinya, sebagaimana dikemukakan oleh Lester (Kaur, 2009 : 5) bahwa : “Mathematical problem as a task that a person or a group of persons want or need to find a solution for and for which they do not have a readily accessible procedure that guarantees or completely determines the solution”. Hal ini sesuai dengan definisi soal yang dikemukakan oleh Hiebert dkk (Van De Walle, 2008 : 38) bahwa soal didefinisikan sebagai sebarang tugas atau kegiatan dimana siswa belum mempunyai aturan atau metode penyelesaian dan juga siswa belum melihat bahwa ada metode penyelesaian khusus “yang benar”.

Soal-soal untuk belajar matematika juga memiliki ciri-ciri sebagai berikut :

1. Soal harus disesuaikan dengan kondisi siswa. Rancangan atau pemilihan tugas harus didasarkan pada pemahaman terakhir yang dimiliki siswa. Siswa harus memiliki ide-ide agar bisa terlibat dan menyelesaikan soal dan memandang soal sebagai sesuatu yang menantang dan menarik.
2. Soal harus dikaitkan dengan matematika yang akan dipelajari siswa. Dalam menyelesaikan soal atau mengerjakan kegiatan, siswa terutama harus diarahkan untuk memahami matematika yang terkait, sehingga mereka terlibat dalam mengembangkan pemahaman terhadap ide-ide matematika. Meskipun boleh dan bahkan diinginkan untuk memiliki konteks soal yang menarik siswa, tetapi aspek ini janganlah menjadi fokus dari kegiatan. Kegiatan non matematik (seperti memotong, menempel, memberi warna, dan sebagainya) jangan sampai mengurangi kegiatan matematikanya.
3. Jawaban dan metode penyelesaian soal memerlukan justifikasi dan penjelasan. Siswa harus memahami bahwa tanggung jawab untuk menentukan apakah jawabannya benar dan mengapa benar adalah pada diri mereka. Pembenaran harus merupakan bagian utuh dari penyelesaian mereka.

Hembree *et.al* (Balan, 2012 : 49) menjelaskan bahwa kompetensi matematika adalah kemampuan untuk menggunakan dan memahami konsep matematika sehingga dapat menggunakan symbol matematika sebagaimana dikemukakannya bahwa :

That in order to solve problems, students have to use several aspects of mathematical competency (such as the ability to use and understand mathematical concepts and procedures, as well as to communicate and use mathematical symbols.

Menurut Hiebert dan Carpenter (Van De Walle, 2008 : 28) “penemuan-penemuan pada pemahaman dapat menghasilkan pemahaman baru, sebagaimana bola salju. Semakin besar jaringan dan menjadi lebih terstruktur, semakin besar kemungkinan untuk penemuan.” Selanjutnya Skemp (Van De Walle, 2008 : 28) mencatat bahwa jika memperoleh pengetahuan merupakan hal yang menyenangkan, maka orang-orang yang telah mempunyai pengetahuan memperoleh pengetahuan kemungkinan besar akan menemukan sendiri ide-ide baru, khsusnya ketika mengahadapi situasi pemecahan soal.

*Mathematical problem solving* termasuk kemampuan berpikir tingkat tinggi, seperti visualisasi, asosiasi, abstraksi, pemahaman, manipulasi, penalaran, analisis, sintesis, generalisasi setiap yang perlu dikelola dan terkoordinasi. Sebagaimana dikemukakan oleh Garofalo & Lester (dalam Foshay, 2003 : 3) “Problem solving included higher order thinking skills such as “visualization, association, abstraction, comprehension, manipulation, reasoning, analysis, synthesis, generalization each needing to be ‘managed’ and ‘coordinated’”.

Menurut Krathwohl (Lewy, 2009 : 16) menyatakan bahwa indicator untuk mengukur kemampuan berpikir tingkat tinggi meliputi :

1. Menganalisis
2. Menganalisis informasi yang masuk dan membagi-bagi atau menstrukturkan informasi ke dalam bagian yang lebih kecil untuk mengenali pola atau hubungannya.
3. Mampu mengenali serta membedakan factor penyebab dan akibat dari sebuah scenario yang rumit
4. Mengidentifikasi/merumuskan pertanyaan
5. Mengevaluasi
6. Memberikan penilaian terhadap solusi, gagasan, dan metodologi dengan menggunakan criteria yang cocok atau standar yang ada untuk memastikan nilai efektifitas atau manfaatnya.
7. Membuat hipotesis, mengkritik, dan melakukan pengujian.
8. Menerima atau menolak suatu pernyataan berdasarkan criteria yang telah ditetapkan
9. Mengkreasi
10. Membuat generalisasi suatu ide atau cara pandang terhadap sesuatu
11. Merancang suatu cara untuk menyelesaikan masalah
12. Mengorganisasikan unsure-unsur atau bagaian-bagian menjadi struktur baru yang belum pernah ada sebelumnya.

Menurut Stein (Lewy, 2009 : 16) berpikir tingkat tinggi menggunakan pemikiran yang kompleks, non algorithmic untuk menyelesaikan suatu tugas, ada yang tidak dapat diprediksi, menggunakan pendekatan yang berbeda dengan tugas yang telah ada dan berbeda dengan contoh. Jadi, soal untuk mengukur kemampuan berpikir tingkat tinggi itu indikatornya : non algorithmic, cenderung kompleks, memiliki solusi yang mungkin lebih dari satu, membutuhkan usaha untuk menemukan struktur dalam ketidakaturan.

Gagne (dalam Foshay 2003 : 5) menjelaskan bahwa *problem solving* terdiri dari dua jenis pengetahuan yaitu deklaratif dan procedural*,* pengetahuan deklaratif berkaitan erat dengan pengetahuan konteks yang disebutkan diatas. Sebuah kesalahan umum adalah untuk mengajarkan hanya pengetahuan deklaratif, dan menganggap bahwa siswa yang sudah menguasai pengetahuan deklaratif dapat memecahkan masalah dalam domain. Sebaliknya, upaya untuk mengajarkan problem solving sendiri, tanpa mengajar deklaratif (konteks) pengetahuan pendukung juga tidak efektif.Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Instruction in problem solving needs to focus on two distinct types of knowledge : declarative and procedural. Declarative knowledge is closely related to the context knowledge mentioned above. A common error is to teach only declarative knowledge, and assume that learners who have mastered declarative knowledge can solve problems in domain. Conversely, attempts to teach problem solving alone, without teaching the supporting declarative (context) knowledge are also ineffective.

Tabel 2.5.

Three type of declarative knowledge

|  |  |
| --- | --- |
| Declarative Knowledge Type | Example |
| Facts (“know what” simple associations) | This car is a 1998 Chevrolet Camaro |
| Concepts (“know that” ability to identify and cluster examples) | Kinds of cars include coupe, sedan and station wagon |
| Principles (“know why” ability to predict and explain the behavior of a system) | If you turn the steering wheel clockwise, then the car will turn right (because the steering wheel moves a rack & pinion gear which is connected to arms which turn the wheels). |

(Foshay, 2003 : 6)

Foshay (2003 : 6) membedakan pemahaman pengetahuan deklaratif menjadi dua bagian yaitu ahli (*expert*) dan pemula (*novice*), pemecah masalah ahli memiliki pemahaman yang lebih dalam dan representasi dari suatu situasi secara nyata, dan mampu menggunakan berbagai metode dan strategi, sedangkan pemula lebih banyak membuat kesalahan daripada ahli sering membuat kesalahpahaman, kecerobohan, dan menebak acak. Pemecah masalah ahli mampu mensintesis pengetahuan deklaratif mereka yang kaya untuk menghasilkan perubahan secara dinamis, sedangkan pemula kurang terstruktur dan memiliki model mental yang salah yang sering menjadi sumber kesalahan dalam melaksanakan problem solving. Selanjutnya pemecah masalah ahli memiliki sikap dan keyakinan bahwa masalah dapat diselesaikan melalui analisis gigih positif, sedangkan pemula sebagaimana kurang memiliki keyakinan seperti itu. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

The declarative knowledge of expert and novice problem solvers differs in three main ways :

First, expert problem solvers have deeper understandings and representations of a domain (context). Expert problem solvers are able to draw on an extensive reservoir of past experiences solving analogous problems in the same domain, and can switch between various methods and strategies. Novices do not know as much as experts about the context. Novices make more errors than experts, and their errors are mostly related to misconceptions rather than carelessness or random guessing.

Second, expert problem solvers synthesize their rich declarative knowledge to generate a dynamically changing, personal mental model of the system or problem space for solving a particular class of problems. Novices often rely on naïve, less complete, poorly structured and even incorrect mental models. These mental modeling errors are often the source of novice problem solving mistakes.

Third, expert problem solvers have a positive attitude and confidence that problems can be solved through persistent analysis. Novices often lack these properties.

Pengetahuan prosedur tentang matematika menurut Van De Walle (2008 : 29) adalah pengetahuan tentang aturan atau cara yang digunakan untuk menyelesaikan tugas-tugas matematika. Foshay (2003 : 8) menjelaskan bahwa Pengetahuan prosedural terbagi menjadi beberapa jenis masalah yang berhubungan (A Continuum of Problem Types), diantaranya masalah yang terstruktur dengan baik, masalah yang cukup terstruktur dan masalah yang kurang terstruktur. Masalah yang terstruktur dengan baik selalu menggunakan langkah yang sama dalam menghasilkan penyelesaian, sehingga strategi penyelesaian biasanya dapat diprediksi, memiliki satu jawaban benar, dan semua informasi awal biasanya merupakan bagian dari pernyataan masalah. Masalah yang cukup terstruktur membutuhkan strategi dan adaptasi agar sesuai dengan situasi tertentu sehingga seringkali menghasilkan lebih dari satu strategi penyelesaian yang dapat diterima, memiliki satu jawaban benar, informasi yang dibutuhkan seringkali harus dikumpulkan. Dan masalah yang kurang terstruktur biasanya menghasilkan penyelesaian yang tidak dapat didefinisikan atau dapat diprediksi, memiliki banyak cara pandang, tujuan dan penyelesaian, dan tidak ada satupun penyelesaian yang didefinisikan dengan baik dan disepakati sebagai penyelesaian. Sebagaimana dikemukakannya berikut :

* + - 1. Well structured problems

Problems that always use the same step by step solution.

Characteristics :

1. Solution strategy is usually predictable
2. Convergent (one right answer)
3. All starting information is usually part of the problem statement
	* + 1. Moderately structured problems

Problems that require varying strategies and adaptions to fit particular contexts.

Characteristic :

1. Often more than one acceptable solution strategy.
2. Convergent (one right answer)
3. Needed information often must be gathered.
	* + 1. Ill structured problemst
4. Solution is not well defined or predictable. Multiple perspectives, goals, and solutions.
5. There is no single well defined and agreed upon solution, there may not be a fully satisfactory solution at all.
6. Needed information often must be gathered.

Hembree et.al (Balan, 2012 : 49) menjelaskan bahwa untuk memecahkan masalah, diperlukan kompetensi matematika meliputi kemampuan untuk menggunakan dan memahami konsep-konsep dan prosedur matematika, serta untuk berkomunikasi dan menggunakan symbol matematika, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

That in order to solve problems, students have to use several aspects of mathematical competency (such as the ability to use and understand mathematical concepts and procedures, as well as to communicate and use mathematical symbols)

Schoenfeld dan De Corte ( Balan, 2012 : 62) menjelaskan bahwa factor yang mendukung terhadap mathematical problem solving adalah sumber daya, heuristic, kontrol dan kepercayaan. Sumber terdiri dari apa yang disebut “pengetahuan spesifik domain” seperti teorema, definisi, bukti, dan algoritma. Heuristik terdiri dari metode praktis, strategi, dan teknik yang digunakan untuk memecahkan masalah. Kontrol adalah tentang mengelola dan menggunakan sumber daya dan heuristic. Keyakinan terdiri dari keyakinan tentang diri sendiri, matematika, dan pembelajaran matematika. Sebagaimana dikemukakannya bahwa:

Student mathematical behavior is determined by four factors ; resources, heuristics, control and beliefs. Resources stand for what De Corte calls “domain-spesific knowledge’, such as theorems, definitions, proofs, and algorithm. Heuristics consists of thumbs, strategies, and techniques used to solve a problem. Control is about managing and employing resources and heuristics, which in terminology of De Corte can be referred to as “cognitive self regulation”. A student’s system of beliefs consist of beliefs about oneself and about mathematics and mathematical learning.

Herman (2000 :4) mengemukakan cara mengajarkan problem solving sebagaimana dikemukakannya bahwa :

1. Strategi *problem solving* dapat secara spesifik diajarkan.
2. Tidak ada satupun strategi yang dapat digunakan secara tepat untuk setiap masalah yang dihadapi.
3. Berbagai strategi pemecahan masalah dapat diajarkan pada siswa dengan maksud untuk memberikan pengalaman agar mereka dapat memanfaatkannya pada saat menghadapi berbagai variasi masalah. Mereka harus didorong untuk mencoba memecahkan masalah yang berbeda-beda dengan menggunakan strategi yang sama dan diikuti dengan diskusi mengapa suatu strategi hanya sesuai untuk masalah tertentu.
4. Siswa perlu dihadapkan pada berbagai permasalahan yang tidak dapat diselesaikan secara cepat sehingga memerlukan upaya mencoba berbagai alternative pemecahan.
5. Kemampuan anak dalam problem solving sangat berkaitan dengan tingkat perkembangan mereka. Dengan demikian masalah-masalah yang diberikan pada anak, tingkat kesulitannya harus disesuaikan dengan perkembangan mereka.

Polya (1973 : 5), mengembangkan empat prinsip *problem solving* yang mungkin berguna dalam pemecahan masalah-masalah tertentu, yang langkah-langkahnya sebagai berikut ini :

1. Understanding the problem (Memahami masalah)

Langkah pertama adalah untuk membaca masalah dan pastikan bahwa Anda memahaminya dengan jelas. Polya (1973 : 7) mengajarkan guru untuk memberikan beberapa pertanyaan kepada siswa dalam menuntun mereka untuk memahami masalah, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

First of all, the verbal statement of the problem must be understood. The teacher can check this, up to a certain extent; he asks the student to repeat the statement, and the student should be able to state the problem fluently. The student should also be able to point out the principal parts of the problem fluently. The student should also be able to point out the principal parts of the problem, the unknown, the data, the condition. Hence, the teacher can seldom afford to miss the questions : What is the unknown? What are the data ? What is the condition ?

The student should consider the principal parts of the problem attentively, repeatedly, and from various sides. If there is a figure connected with the problem he should draw a figure and point out on it the unknown and the data. If it necessary to give names to these objects he should introduce suitable notation; devoting some attention to the appropriate choice of signs, he obliged to consider the objects for which the signs have to chosen. There is another question which may be useful in this preparatory stage provided that we do not expert a definitive answer but just a provisional answer, a guess: Is it possible to satisfy the condition?

1. Devising a plan (Merencanakan Penyelesaian Masalah)

Polya (1973 : 8) menjelaskan bahwa di dalam memahami masalah agar dapat membuat rencana penyelesaian akan panjang dan berliku, sehingga mendekati siswa harus dengan rendah hati sehingga dapat membangkitkan ide yang cemerlang. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

The way from understanding the problem to conceiving a plan may be long and tortuous. In fact, the main achievement in the solution of a problem is to conceive the idea of a plan. This idea may emerge gradually. Or, after apparently unsuccesfull trials and period of hesitation, it may occur suddenly, in flash as a “bright idea”. The best that the teacher can do for the student is to procure for him, by unobtrusive help, a bright idea. The questions and suggestions we are going to discuss tend to provoke such an idea.

Polya (1973 : 9) menjelaskan bahwa menemukan hubungan antara informasi yang diberikan dan yang tidak diketahui akan memungkinkan Anda untuk menghitung yang tidak diketahui, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

The materials necessary for solving a mathematical problem are certain relevant items of our formerly acquired mathematical knowledge, as formerly solved problems, or formerly proved theorems. Thus, it is often appropriate to start the work with the question: Do you know a related problem?

The difficulty is that there are usually too many problems which are somewhat related to our present problem, that is, have some point in common with it. How can we choose the one, or the few, which are really useful? There is a suggestion that puts our finger on an essential common point: Look at the unknown! And try to think of a familiar problem having the same or a similar unknown.

If we succeed in recalling a formerly solved problem which is closely related to our present problem, we are lucky. We should try to deserve such luck; we may deserve it by exploiting it. Here is a problem related to yours and solved before. Could you use it.

1. Carrying out the plan (Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah)

Polya (1973 : 12) memandang factor kesabaran merupakan penunjang agar dapat melaksanakan rencana penyelesaian dengan mudah, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

To devise a plan, to conceive the idea of the solution is not easy. It takes so much to succeed; formerly acquired knowledge, good mental habits, concentration upon the purpose, and one more thing; good luck. To carry out the plan is much easier; what we need is mainly patience.

The plan gives a general outline; we have to convince ourselves that the details fit into the outline, and so we have to examine the details one after the other, patiently, till everything is perfectly clear, and no obscure corner remains in which an error could be hidden.

If the student has really conceived a plan, the teacher has now a relatively peaceful time. The main danger is that the student forgets his plan. This may easily happen if the student received his plan from outside, and accepted it on the authority of the teacher; but if he worked for it himself, even with some help, and conceived the final idea with satisfaction, he will not lose this idea easily. Yet the teacher must insist that the student should check each step.

We may convince ourselves of the correctness of a step in our reasoning either “intuitively” or “formally”. We may concentrate upon the point in question till we see it so clearly and distinctly that we have no doubt that the step is correct; or we may derive the point in question according to formal rules. (The difference between “insight” and “formal proof” is clear enough in many important cases; we may leave further discussion to philosophers).

The main point is that the student should be honestly convinced of the corectmess of each step. In certain cases, the teacher may emphasize the difference between “seeing” and “proving” : Can you see clearly that the step is correct? But can you also prove that the step is correct?

1. Looking back (Pemeriksaan Kembali)

Polya (1973, 15) menjelaskan bahwa siswa telah berhasil dalam pemecahan masalah, ketika mampu mendapatkan penyelesaian dari masalah itu dan memberikan alasan yang ditulis dengan rapi, tetapi seringkali mereka melupakan makna dari proses penyelesaian masalah itu. Pertimbangan untuk melihat kembali hasil penyelesaian dan menjelaskan cara pengerjaannya dapat membantu menggabungkan pengetahuan mereka dan mengembangkan kemampuan mereka untuk memecahkan masalah. Seorang guru yang baik harus memberikan pemahaman kepada mird-muridnya bahwa suatu masalah tidak ada yang benar-benar selesai dengan tuntas, karena masih ada banyak penyelesaian yang terkandung di dalam suatu masalah, artinya kita akan selalu meningkatkan pemahaman kita terhadap penyelesaian-penyelesaian masalah itu. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Even fairly good students, when they have obtained the solution of the problem and written down neatly the argument, shut their books and look for something else. Doing so, they miss an important and instructive phase of the work. By looking back at the completed solution, by reconsidering and reexamining the result and the path that led to it, they could consolidation their knowledge and develop their ability to solve problems. A good teacher should understand and impress on his students the view that no problems whatever is completely exhausted. There remains always something to do; with sufficient study and pentetration, we could improve any solution, and in any case, we can always improve our understanding of the solution.

Strategi problem solving Polya sebagaimana dikemukakan oleh Newell (1981 : 9) yaitu :

**“Understand the problem** :

What is the unknown ? The Data? The Condition?

Is the condition satisfiable? Sufficient for unknown? Insufficient? Redundant? Contradictory?

Draw a figure. Introduce suitable notation.

Separate the parts of the condition. Write them down.

**Devise a plan** :

Seen the problem before? In a different form?

Know a related problem? A theorem that could be useful?

Know a familiar problem with the same unknown? With a similar unknown?

Given a related solved problem, Use it, Its result? Its method? Could an auxiliary element help?

Restate the problem. Restate it still differently.

Go back to definitions.

Solve first some related problem.

More accessible? General? Special? Analogous?

Solve a part of the problem? Keep part of condition?

Use the data somehow. What other data could determine the unknown?

Change the unknown? The data? Both? Make them closer to each other.

Use all the data? The whole condition? All essential notions?

**Carry Out the plan :**

Check each step.

See it clearly? Prove it?

**Examine the solution :**

Check the result, The argument.

Derive the result differently? See it at a glance?

Use the result elsewhere? The method elsewhere?”

Newell (1981 : 9) menjelaskan hal tersebut bahwa itu adalah cara tertentu untuk melanjutkan, itu adalah cara rasional untuk melanjutkan, melibatkan tujuan cadangan dan rencana cadangan, dan kejadian tersebut yang diamati. Sebagaimana dikemukakannya bahwa : “It is a specific way to proceed, It is a rational way to proceed, It involves subgoals and subplans, and Its occurrence is observable.’

Problem Solving menurut Solso (Pujiadi, 2008 : 31) didefinisikan sebagai berpikir yang mengarahkan pada jawaban terhadap suatu masalah yang melibatkan pembentukan dan memilih tanggapan-tanggapan. Dalam memecahkan masalah terdapat beberapa pendekatan antara lain *exhaustis search* yang mencoba semua kemungkinan jawaban.

Pendekatan pemecahan masalah yang lain adalah *heuristic,* yaitu suatu aturan yang melibatkan penyelidikan pada masalah yang lebih selektif. Menurut Polya (Pujiadi, 2008 : 31) *heuristic* adalah penalaran yang tidak final dan tegas tetapi hanya masuk akal dan bersifat sementara yang tujuannya untuk menemukan jawaban suatu masalah yang diberikan.

Menurut Krulik (Pujiadi, 2008 : 31) lima tahap heuristic yang mendasari proses pemecahan masalah adalah sebagai berikut :

1. Membaca dan berpikir

Dalam *heuristic* ini masalah dianalisis melalui berpikir kritis, fakta-fakta diuji dan dievaluasi, pertanyaan ditentukan, setting fisik divisualisasikan, dijabarkan, dan dipahami. Masalah ditranslasi dalam bahasa pembaca, hubungan-hubungan dibuat antar bagian-bagian dari masalah.

1. Pengungkapan dan perencanaan

Pada tahap ini pemecah masalah menganalisis data dan menentukan apakah ada informasi yang memadai, pengecoh dieliminasi, data diorganisasi dalam satu table, gambar, model, dan sebagainya. Dari sini suatu rencana menemukan jawaban dikembangkan.

1. Memilih suatu strategi

*Heuristic* ketiga ini dalam daftar diperhatikan oleh banyak orang sebagai *heuristic* yang paling sulit dari semua *heuristic*. Suatu strategi adalah bagian dari proses pemecahan masalah yang memberi arah kepada pemecah masalah yang mengantarkan kepada ditemukannya jawaban. Seleksinya disarankan melalui dua tahap sebelumnya yang mendahului rencana *heuristic* Strategi bukan sebagai kekhususan masalah seperti algoritma, dan strategi sering digunakan dalam kombinasi-kombinasi. Pertanyaan yang sulit dalam pemecahan masalah adalah bagaimana memilih strategi yang cocok. Apa yang harus dikatakan kepada siswa terhadap strategi yang dipilih? Sebagai suatu keterampilan yang lain keberhasilan dalam memecahkan masalah diperoleh melalui latihan. Setelah para siswa berhasil dalam memecahkan masalah, mereka harus selalu latihan seni memecahkan masalah dengan memecahkan masalah-masalah actual. Mereka harus juga mencoba memecahkan masalah-masalah menggunakan berbagai macam strategi yang mungkin.

1. Menemukan suatu jawaban

Di sini keterampilan matematika yang cocok dilakukan untuk menemukan suatu jawaban. Perkirakan, jika cocok, harus dimunculkan.

1. Refleksi dan perluasan

Pertama-tama jawaban harus dicek untuk ketelitian peninjauan jika kondisi awal masalah diberikan, dan jika pertanyaan telah dijawab dengan benar, tetapi masih banyak yang harus dilakukan pada tahap ini. Ini adalah tempat berpikir kreatif dimaksimalkan. Penyelesaian alternative harus ditemukan dan didiskusikan. Masalah dapat dirubah dan merubah kondisi awal atau interpretasinya. Jika mungkin proses harus diperluas untuk menemukan suatu generalisasi atau konsep-konsep matematika berdasarkan situasi ini. Variasi yang menarik dari masalah semula harus ditunjukkan dan didiskusikan oleh siswa.

Tahapan diatas bersifat bebas dan tidak berurutan dan tentu saja orang yang terlibat dalam proses *heuristic* ini bergerak bolak-balik tidak beraturan. Akan tetapi setiap langkah-langkah individu membedakan tujuan yang akan dicapai dalam arti berkaitan dengan sub-sub keterampilan mereka.

Menurut Soedjoko (Pujiadi, 2008 ;33), keberhasilan dalam pemecahan masalah tergantung pada kepemilikan sekelompok sub-sub keterampilan yang berkaitan dengan setiap langkah-langkah *heuristic*. Banyak penelitian dalam pemecahan masalah menunjukkan bahwa penguasaan sub-sub keterampilan ini akan meningkat selama penampilan pemecahan masalah dan penalaran berlangsung. Sub-sub keterampilan merupakan kombinasi dari keterampilan matematika dan verbal yang kemungkinan siswa dapat mencapai tujuan dalam tahap *heuristic* tersebut diatas. Menggunakan sub-sub keterampilan sebagai blok-blok pembangun pada pemecahan masalah akan sering menjadikan kombinasi-kombinasi menjadi lebih bermakna dan lebih efektif sebagi “ketajaman” siswa pada sub-sub keterampilan ini. Siswa-siswa memerlukan banyak waktu dan kesempatan untuk melatih setiap sub-sub keterampilan.

Brooks (2007) mengemukakan beberapa strategi yang dapat digunakan dalam merencanakan suatu penyelesaian, sebagaimana yang dikemukakannya :

* + - 1. Try to Recognize Something Familiar (Cobalah untuk Mengenali Sesuatu yang Familiar).

Brooks (2007 :1) memandang dalam mengenali sesuatu yang familiar berarti kita menghubungkan situasi tertentu ke pengetahuan sebelumnya, sebagaimana dikemukakannya bahwa : “Relate the given situation to previous knowledge. Look at the unknown and try to recall a more familiar problem that has a similar unknown.”

* + - 1. Try to Recognize Patterns (Cobalah untuk Mengenali Pola).

Brooks (2007 : 1) menjelaskan bahwa beberapa masalah problem solving dapat diselesaikan dengan mengenali bahwa beberapa jenis pola terjadi. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Some problems are solved by recognizing that some kind of patterns is occurring. The patterns could be geometric, or numerical, or algebraic. If you can see regularity or repetition in a problem, you might be able to guess what the continuing pattern is and the prove it.

* + - 1. Use Analogy (Gunakan Analogi).

Brooks (2007 : 1) memandang bahwa kita harus mencoba untuk memikirkan masalah analog, yaitu, masalah yang sama, masalah yang terkait, tapi satu yang lebih mudah dari masalah asli. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Try to think of an analogous problem, that is, a similar problem, a related problem, but one that is easier than the original problem. If you can solve the similar, simpler problem, then it might give you the clues you need to solve the original, more difficult problem. For instance, if a problem involves very large numbers, you could first try a similar problem with smaller numbers. Or if the problem involves three dimensional geometry, you could look for a similar problem in two dimensional geometry. Or if the problem you start with is a general one, you could first try a special case.

* + - 1. Introduce Something Extra (Perkenalkan Sesuatu yang Ekstra).

Brooks (2007:1) menjelaskan mungkin kadang-kadang diperlukan untuk memperkenalkan sesuatu yang baru, bantuan tambahan, untuk membantu membuat hubungan antara yang diberikan dan yang tidak diketahui. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

It may sometimes be necessary to introduce something new, an auxiliary aid, to help make the connection between the given and the unknown. For instance, in a problem where a diagram is useful the auxiliary aid could be a new line drawn in a diagram. In more algebraic problem it could be a new unknown that is related to the original unknown.

1. Take case (Ambil Kasus).

Kadang-kadang kita harus membagi masalah ke dalam beberapa kasus dan memberikan argumen yang berbeda untuk masing-masing kasus. Sebagaimana dikemukakan oleh Brooks (2007 : 1) bahwa : “We may sometimes have to split a problem into several case and give a different argument for each of the cases. For instance, we often have to use this strategy in dealing with absolute value.”

1. Work backward (Bekerja Mundur).

Brooks (2007 : 1) menjelaskan bahwa kadang-kadang sangat berguna untuk membayangkan bahwa masalah Anda terpecahkan dan bekerja mundur, langkah demi langkah, sampai Anda tiba pada data yang diberikan, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Sometimes it is useful to imagine that your problem is solved and work backward, step by step, until you arrive at the given data. Then you may be able to reverse your step and thereby construct a solution to the original problem. This procedure is commonly used in solving equations. For instance, in solving the equation , we suppose that is a number that satisfies and work backward. We add 5 to each side be reversed, we have solved the problem.

1. Establish Subgoals (Tetapkan Sub Tujuan).

Dalam masalah yang kompleks, sering kali berguna untuk mengatur sub tujuan (dimana situasi yang diinginkan hanya terpenuhi sebagian). Sebagaimana dikemukakan oleh Brooks (2007 : 2) bahwa “In a complex problem it is often useful to set subgoals (in which the desired situation is only partially fulfilled). If we can first reach these subgoals, then we may be able to build on them to reach our final goal.”

1. Indirect Reasoning (Penalaran tidak Langsung).

Brooks (2007 : 2) menjelaskan bahwa dalam menggunakan bukti dengan kontradiksi untuk membuktikan bahwa P menyiratkan Q, kita asumsikan bahwa P benar dan Q salah, serta mencoba untuk melihat mengapa hal ini tidak bisa terjadi. Bagaimanapun juga kita harus menggunakan informasi ini dan tiba pada kontradiksi dengan apa yang benar-benar kita tahu benar, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Sometimes it is appropriate to attack a problem indirectly. In using proof by contradiction to prove that P implies Q, we assume that P is true and Q is false and try to see why this can’t happen. Somehow we have to use this information and arrive at contradiction to what we absolutely know ia true.

1. Mathematical Induction (Induksi matematika).

Brooks (2007 : 2) menjelaskan bahwa dalam membuktikan pernyataan yang melibatkan bilangan bulat positif n, seringkali sangat membantu dengan menggunakan prinsip Induksi matematika, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

In proving statements that involve a positive integer n, it is frequently helpful to use the following principle.

Let Sn be statement about the positive integer n.

Suppose that

1. S1 is true
2. Sk+1 is true whenever Sk is true.

Then Sn is true for all positive integers n.

Larson (1983), merangkum *mathematical problem solving* menjadi 12 macam sebagai berikut :

1. Search for a pattern (mencari pola)

Larson (1983 : 2), memandang *problem solving* memulai analisis dengan merasakan adanya masalah dan mempunyai cara penyelesaian masalah yang masuk akal, Hal ini paling baik dilakukan dengan memeriksa kasus khusus dan eksplorasi dilakukan secara sistematis, mencari pola yang mungkin muncul dan menebak pola selanjutnya, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Virtually all problem solvers begin their analysis by getting a feel for the problem, by convincing themselves of the plausibility of the result. This is best done by examining the most immediate special cases; when this exploration is undertaken in a systematic way, patterns may emerge that will suggest ideas for proceeding with the problem.

1. Draw a figure (Buatlah gambar)

Larson (1983 : 9), menjelaskan problem solving dapat dijelaskan dengan dibantu gambar, diagram atau grafik, untuk mengasimilasi data yang relevan untuk melihat hubungan dan ketergantungannya, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

Whenever possible it is helpful to describe a problem pictorially, by means of a pigure, a diagram, or a graph. A diagrammatic representation usually makes it easier to assimilate the relevant data and to notice relationships and dependences.

1. Formulate an equivalent problem (Bentuklah Masalah yang setara)

Larson (1983 : 15) memulai langkah pertama problem solving untuk mengumpulkan data, untuk mengeksplorasi, untuk memahami, untuk mencari data yang berhubungan, untuk menyusun dugaan, untuk menganalisis data dalam merumuskan masalah menjadi masalah setara yang lebih sederhana, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

The message of the preceding section is that the first step in problem solving is to gather data, to explore, to understand, to relate,to conjecture, to analyze. But what happens when it is not possible to do this in a meaningful way, either because the computations become too complicated or because the problem simply admits no special cases that shed any insight? In this section we will consider some problems of this type. The recommendation of this section is to try to reformulate the problem into an equivalent but simpler form. The appeal is to one's imagination and creativity. Some standard reformulation techniques involve algebraic or trigonometric manipulation, substitution, or change of variable, use of one-to-one correspondence, and reinterpretation in the languange of another subject (algebra, geometry, analysis, combinatorics, etc).

1. Modify the problem (Lakukan Modifikasi pada soal)

Larson (1983 : 22) menjelaskan bahwa dalam mencari penyelesaian masalah, penyelesaian masalah yang satu tersirat penyelesaian masalah yang lain. Kita melihat kasus-kasus di mana penyelesaian masalah yang dimodifikasi (atau penunjang) masalah, masalah B, berarti penyelesaian dari A, tetapi belum tentu sebaliknya. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

In the course of work on problem A we may be led to consider problem B. Characteristically, this change in problems is announced by such phrases as "it suffices to show that....." or "we may assume that..." or "without loss of generality....". In the last section we looked at examples in which A and B were equivalent problems, that is, the solution of either one of them implied the solution of the other. In this section we look at cases where the solution of the modified (or auxiliary) problem, problem B, implies the solution of A, but not necessarily vice versa.

1. Choose effective notation (Pilih Notasi yang Tepat)

Larson (1983 : 25) , menjelaskan bahwa langkah pertama dalam menyelesaikan masalah adalah dengan menerjemahkan masalah kedalam istilah simbolik, semua konsep kunci harus diidentifikasi dan diberi label; redudansi dalam notasi dapat dihilangkan sebagai hubungan yang ditemukan, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

One of the first steps in working a mathematics problem is to translate the problem into symbolic terms. At the outset, all key concepts should be identified and labeled; redundancies in notation can be eliminated as relationships are discovered.

1. Exploit Symmetri (Pergunakan Simetri)

Larson (1983 : 30) menjelaskan Kehadiran simetri dalam masalah biasanya menyediakan sarana untuk mengurangi jumlah pekerjaan dalam mecari penyelesaian masalah, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

The presence of symmetry in a problem usually provides a means for reducing the amount of work in arriving at a solution. For example, consider the product (a+b+c)(a2+b2+c2-ab-ac-bc). Since each factor is symmetrical in a,b,c (the expression remains unchanged whenever any pair of its variables are interchanged), the same will be true of the product. As a result, if a3 appears in the product, so will a2c, b2a, b2c, c2a, c2b, and each will occur with the same coefficient, etc. Thus, a quick check shows the product will have form

A(a3+b3+c3) +B(a2b + a2c + b2a + b2c + c2a + c2b) + C(abc).

It is an easy matter to check that A=1, B=0, and C=-3.

1. Divide into cases (Kerjakan dalam Kasus-kasus)

Larson (1983 : 36) menjelaskan bahwa masalah dapat dibagi menjadi sejumlah kecil sub masalah, yang masing-masing dapat ditangani secara terpisah secara kasus per kasus, sebagaimana dikemukakannya bahwa :

If often happens that a problem can be divided into a small number of subproblems, each of which can be handled separately in a case-by-case manner. This is especially true when the problem contains a universal quantitier ("for all x....). For example, the proof of a proposition of the form "for all integers..." might be carried out by arguing the even and odd cases seperately. Similarly, a theorem about triangles might be proved by dividing it into three cases depending upon whether the triangles is acute,right, or obtuse.

3

2

1

Gambar 2.1

Theorem about Triangles

Occasionally, the subproblems can be arranged hierarchically into subgoals, so that the first cases, once established, can be used to verify the succeeding stages. Such a procedure is called hillclimbing.

In the early stages of analysis, it is good to think about how a problem might be subdivided into small number of (hopefully) simpler subproblems. The heuristic of this section is often given in the following form: "If you can't solve the problem, find a simpler related problem and solve it."

1. Work backward (Bekerja Mundur)

Larson (1983 ; 40) menjelaskan bahwa untuk bekerja mundur berarti untuk menganggap kesimpulan dan kemudian menarik kesimpulan dari penjelasan secara deduksi sampai kita tiba di sesuatu yang dikenal atau sesuatu yang dapat dengan mudah dibuktikan. Setelah tiba pada hal yang di diberikan atau diketahui, kita kemudian membalikkan langkah-langkah dalam argumen dan melanjutkan ke depan untuk menarik kesimpulan. Sebagaimana dikemukakannya bahwa :

To work backward means to assume the conclusion and then to draw deductions from the conclusion until we arrive at something known or something which can be easily proved. After we arrive at the given or the known, we then reverse the steps in the argument and proceed forward to the conclusion.

This procedure is common in high-school algebra and trigonometry. For example, to find all real numbers which satisfy 2x+3=7, we argue as follows. Suppose that x satisfy 2x+3=7. Then, subtract 3 from each side of the equation and divideeach side by 2, to get x=2. Since each step in this derivation can be reversed, we conclude that 2 does indeed satisfy 2x+3=7 and is the only such number.

Often, in routine manipulations such as in the previous example, an explicit rewriting of the steps is not done. However, it is important to be aware of what can, and what cannot, be reversed. For example, consider the equation . (Here, as usual, the square root is interpreted as the positive square root). Write the equation in the form , and square each side to get , or equivalently, . Square a second time to get , or . We conclude that if there is a number  such that , it has to equal . However,  does not satisfy the original equation. The reason for this is that the steps are not all reversible. Thus, in this example, we proceed from  to . When this is reversed, however, the argument goes from to .

1. Argue with contradiction (Berargumentasi dengan Kontradiksi)

Larson (1983: 45) memandang bahwa Untuk berdebat dengan kontradiksi berarti menganggap kesimpulannya adalah tidak benar dan kemudian menggunakan deduksi sampai kita tiba disesuatu yang bertentangan baik dengan apa yang diberikan (metode tidak langsung) atau apa yang dikenal untuk menjadi kenyataan(reductio adabsurdum), sebagaimana yang dikemukakannya bahwa :

To argue by contradiction means to assume the conclusion is not true and then to draw deductions until we arrive at something that is contradictory either to what is given (the indirect method) or to what is known to be true (reductio ad absurdum). Thus, for example, to prove is irrational, we might assume it is rational and proceed to derive a contradiction. The method is often appropriate when the conclusion is easily negated, when the hypotheses offer very little substance for manipulation, or when there is a dearth of ideas about how to proceed.

As a simple example of this method of proof, consider the following argument which shows that the harmonic series diverges. Suppose on the contrary, that it converges say to r. Then



 

 

 =

A contradiction.We are forced to conclude that the series diverges.

1. Pursue parity (Pertimbangkan Paritas)

Larson (1983 : 47) memandang bahwa ide sederhana paritas kesederhanaan dan keanehan adalah konsep *problem solving* yang kuat dengan berbagai aplikasi. Sebagaimana dikemukakannya bahwa : “The simple idea of parity-evennes and oddness-is a powerful problem-solving concept with a wide variety of applications.”

1. Consider extreme cases (Perhatikan Kasus-kasus Ekstrim)

Larson (1983 : 50) menjelaskan bahwa Pada tahap awal eksplorasi masalah, sering membantu untuk mempertimbangkan konsekuensi dari membiarkan parameter masalah bervariasi dari satu nilai ekstrim yang lain, sebagaimana dikemukakannya bahwa ;

In the beginning stages of problem exploration, it is often helpful to consider the consequences of letting the problem parameters vary from one extreme value to another. In this section we shall see that the existence of extreme positions are often the key to understanding existence results (problems of the sort "prove there is an  such that ").

1. Generalize (Lakukan Perumuman)

Larson (1983 : 54) menjelaskan bahwa masalah dapat disederhanakan, dibuatkan alur penyelesaiannya, dan dapat dimengerti bila digeneralisasi, sebagaimana dikemukakannya bahwa

It may seem paradoxical, but it is often the case that a problem can be simplifed, and made more tractable and understandable, when it is generalized. This fact of life is well appreciated by mathematicians; in fact, abstraction and generalization are basic characteristics of modern mathematics. A more general setting provides a broader perspective, strips away nonessential features, and provides a whole new arsenal of techniques.

Menurut Sumarmo (Pujiadi, 2008 :35) pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika merupakan strategi/pendekatan dan sekaligus sebagai tujuan yang harus dicapai. Pemecahan masalah sebagai pendekatan dalam pembelajaran, digunakan untuk menemukan dan memahami materi atau konsep matematika. Sedangkan sebagai tujuan dalam pembelajaran, merupakan kemampuan yang harus dicapai siswa. Kemampuan tersebut meliputi kemampuan : mengidentifikasi unsur yang diketahui, ditanyakan, serta kecukupan unsur yang diperlukan; merumuskan masalah dari situasi sehari-hari dalam matematika; menerapkan startegi untuk menyelesaikan berbagai jenis masalah atau menginterpretasikan hasil sesuai permasalahan semula; menyusun model matematika dan menyelesaikannya untuk masalah nyata dan menggunakan matematika secara bermakna.

 Gotoh (Pujiadi, 2008 : 35) menyatakan tingkatan berpikir matematis dalam memecahkan masalah terdiri 3 tingkatan yang dinamakan aktivitas empiris (informal), algoritmis (formal) dan konstruktif (kreatif). Dalam tingkat pertama, berbagai teknik atau aplikasi praktis dari aturan dan prosedur matematis digunakan untuk memecahkan masalah tanpa suatu kesadaran yang pasti/tertentu, sehingga masih dalam tahap coba-coba. Dalam tingkat kedua, teknik-teknik matematis digunakan secara eksplisit untuk menuju operasi, penghitungan, manipulasi dan penyelesaian masalah. Sedang pada tingkat ketiga, pengambilan keputusan non algoritmis ditunjukkan dalam memecahkan masalah non rutin seperti suatu masalah penemuan dan pengkonstruksian beberapa aturan. Tingkatan yang dikembangkan ini lebih menekankan pada klasifikasi cara siswa memecahkan masalah matematika dengan memanfaatkan konsep-konsep matematika yang sudah diketahui. Tingkat pertama, siswa memecahkan masalah dengan coba-coba. Tingkat kedua, ia menggunakan langkah matematis yang sudah diketahui dan tingkat ketiga, ia mampu menciptakan langkah matematis sendiri.

1. **Pembelajaran Langsung**

Model pembelajaran langsung (Trianto, 2007 : 29) adalah salah satu pendekatan mengajar yang dirancang khusus untuk menunjang proses belajar siswa yang berkaitan dengan pengetahuan deklaratif dan perubahan prosedural yang terstruktur dengan baik yang dapat diajarkan dengan pola kegiatan yang bertahap, selangkah demi selangkah.

Menurut Suprijono (2011 : 46), “Pembelajaran langsung atau *direct instruction* dikenal dengan sebutan *active teaching*. Pembelajaran langsung juga dinamakan *whole-class teaching*. Penyebutan itu mengacu pada gaya mengajar di mana guru terlibat aktif dalam mengusung isi pelajaran kepada peserta didik dan mengajarkannya secara langsung kepada seluruh kelas.”

Majid (2013 : 11) menjelaskan bahwa Strategi pembelajaran langsung merupakan strategi yang kadar berpusat pada gurunya paling tinggi, dan paling sering digunakan. Pada strategi ini termasuk di dalamnya metode-metode ceramah, pertanyaan didaktik, pengajaran eksplisit, praktek dan latihan, serta demonstrasi. Strategi pembelajaran langsung efektif digunakan untuk memperluas informasi atau mengembangkan keterampilan langkah demi langkah.

Bagan Sintaks/Fase-fase Pembelajaran Langsung

Tabel 2.6.

|  |  |
| --- | --- |
| **Fase-fase** | **Perilaku Guru** |
| 1. *Establishing Set*

Menyampaikan tujuan dan mempersiapkan peserta didik | Menjelaskan tujuan pembelajaran, informasi latar belakang pelajaran, mempersiapkan peserta didik untuk belajar. |
| 1. *Demonstrating*

Mendemonstrasikan pengetahuan atau keterampilan | Mendemonstrasikan keterampilan yang benar , menyajikan informasi tahap demi tahap |
| 1. *Guided Practice*

Membimbing pelatihan | Merencanakan dan member pelatihan awal |
| 1. *Feed back*

Mengecek pemahaman dan memberikan umpan balik | Mengecek apakah peserta didik telah berhasil melakukan tugas dengan baik, member umpan balik |
| 1. *Extended Practice*

Memberikan kesempatan untuk pelatihan lanjutan dan penerapan  | Mempersiapkan kesempatan melakukan pelatihan lanjutan, dengan perhatian khusus pada penerapan kepada situasi lebih kompleks dalam kehidupan sehari-hari. |

Ciri-ciri model pembelajaran langsung (Trianto, 2007 : 29) :

* + - 1. Adanya tujuan pembelajaran dan pengaruh model pada siswa termasuk prosedur penilaian belajar.
			2. Sintaks atau pola keseluruhan dan alur kegiatan pembelajaran
			3. Sistem pengelolaan dan lingkungan belajar model yang diperlukan agar kegiatan pembelajaran tertentu dapat berlangsung dengan berhasil.

Pelaksanaan Pembelajaran langsung (Trianto, 2007 : 33) :

1. Tugas-tugas Perencanaan

Pengajaran langsung dapat diterapkan di bidang studi yang berorientasi pada penampilan atau kinerja seperti matematika.

1. Merumuskan Tujuan

Untuk merumuskan tujuan pembelajaran dapat digunakan model Merger. Merger (Trianto, 2007 : 34) mengemukakan bahwa tujuan pembelajaran khusus harus sangat spesifik. Tujuan yang ditulis dalam format Merger dikenal sebagai tujuan perilaku dan terdiri dari tiga bagian.

1. Perilaku siswa, apa yang akan dilakukan siswa/jenis-jenis perilaku siswa yang diharapkan guru untuk dilakukan sebagai bukti bahwa tujuan itu telah dicapai.
2. Situasi pengetesan, di bawah kondisi tertentu perilaku itu akan teramati atau diharapkan terjadi.
3. Kriteria kinerja, ditetapkan standar atau tingkat kinerja sebagai standar atau tingkat kinerja yang dapat diamati.
4. Memilih Isi

Kebanyakan guru pemula meskipun telah beberapa tahun mengajar, tidak dapat diharapkan akan menguasai sepenuhnya materi pelajaran yang diajarkan. Bagi mereka yang masih dalam proses menguasai sepenuhnya materi ajar, disarankan agar memilih materi ajar mengacu pada GBPP kurikulum yang berlaku, dan buku ajar tertentu.

1. Melakukan Analisis Tugas

Analisis tugas ialah yang digunakan oleh guru untuk mengidentifikasi dengan presisi yang tinggi hakekat yang setepatnya dari suatu keterampilan atau butir pengetahuan yang terstruktur dengan baik, yang akan diajarkan oleh guru. Ide yang melatarbelakangi analisis tugas ialah, bahwa informasi dan keterampilan yang kompleks tidak dapat dipelajari semuanya dalam kurun waktu tertentu. Untuk mengembangkan pemahaman yang mudah dan pada akhirnya penguasaan, keterampilan dan pengertian kompleks itu lebih dulu harus dibagi menjadi komponen bagian, sehingga dapat diajarkan berturutan dengan logis dan tahap demi tahap.

1. Merencanakan Waktu dan Ruang

Pada suatu pengajaran langsung, merencanakan dan mengelola waktu merupakan kegiatan yang sangat penting. Ada dua hal yang perlu diperhatikan guru :

1. Memastikan bahwa waktu yang disediakan sepadan dengan bakat dan kemampuan siswa.
2. Memotivasi siswa agar mereka tetap melakukan tugas-tugasnya dengan perhatian yang optimal. Mengenal dengan baik siswa-siswa yang akan diajar, sangat bermanfaat untuk menentukan alokasi waktu pembelajaran. Merencanakan dan mengelola ruang untuk pembelajaran langsung. Juga sama pentingnya.
3. Langkah-langkah Pembelajaran Model Pembelajaran Langsung
	1. Menyampaikan Tujuan dan Menyiapkan Siswa

Tujuan langkah awal ini untuk menarik dan memusatkan perhatian siswa, serta memotivasi mereka untuk berperan serta dalam pelajaran itu.

* 1. Menyampaikan Tujuan

Siswa perlu mengetahui dengan jelas, mengapa mereka berpartisipasi dalam suatu pelajaran tertentu, dan mereka perlu mengetahui apa yang harus dapat mereka lakukan setelah selesai berperan serta dalam pelajaran itu.

* 1. Menyiapkan Siswa

Kegiatan ini bertujuan untuk menarik perhatian siswa, memusatkan perhatian siswa pada pokok pembicaraan, dan mengingatkan kembali pada hasil belajar yang telah dimilikinya, yang relevan dengan pokok pembicaraan yang akan dipelajari.

* 1. Presentasi dan Demonstrasi

Fase kedua pembelajaran langsung adalah melakukan presentasi atau demonstrasi pengetahuan dan keterampilan.

* 1. Mencapai Kejelasan

Hasil-hasil penelitian secara konsisten menunjukkan bahwa kemampuan guru untuk memberikan informasi yang jelas dan spesifik kepada siswa, mempunyai dampak yang positif terhadap proses belajar siswa.

* 1. Melakukan Demonstrasi

Agar dapat mendemonstrasikan suatu konsep atau keterampilan dengan berhasil, guru perlu dengan sepenuhnya menguasai konsep atau keterampilan yang akan didemonstrasikan, dan berlatih melakukan demonstrasi untuk menguasai komponen-komponennya.

* 1. Mencapai pemahaman dan penguasaan

Untuk menjamin agar siswa akan mengamati tingkah laku yang benar dan bukan sebaliknya, guru perlu benar-benar memperhatikan apa yang terjadi pada setiap tahap demonstrasi ini berarti, bahwa jika guru menghendaki agar siswa-siswanya dapat melakukan sesuatu yang benar, guru perlu berupaya agar segala sesuatu yang didemonstrasikan juga benar.

* 1. Berlatih

Agar dapat mendemonstrasikan sesuatu dengan benar diperlukan latihan yang intensif, dan memperhatikan aspek-aspek penting dari keterampilan atau konsep yang didemonstrasikan.

* 1. Memberikan Latihan Terbimbing

Ada beberapa hal yang perlu diperhatikan oleh guru dalam menerapkan dan melakukan pelatihan.

1. Menugasi siswa melakukan latihan singkat dan bermakna
2. Memberikan pelatihan pada siswa sampai benar-benar menguasai konsep/keterampilan yang dipelajari.
3. Hati-hati terhadap latihan yang berkelanjutan, pelatihan yang dilakukan terus menerus dalam waktu yang lama dapat menimbulkan kejenuhan pada siswa, dan
4. Memperhatikan tahap-tahap awal pelatihan, yang mungkin saja siswa melakukan keterampilan yang kurang benar atau bahkan salah tanpa disadari.
	1. Mengecek Pemahaman dan Memberikan Umpan Balik

Pedoman yang perlu dipertimbangkan dalam memberikan umpan balik adalah :

1. Memberikan umpan balik sesegera mungkin setelah latihan, hal ini tidak berarti umpan balik perlu diberikan kepada siswa dengan seketika, namun umpan balik seharusnya diberikan cukup segera setelah latihan sehingga siswa dapat mengingat dengan jelas kinerja mereka sendiri.
2. Mengupayakan agar umpan balik jelas dan spesifik mungkin agar paling dapat membantu siswa. Misal “Tiga kata tertulis salah pada makalah Anda : Efiktif, posatif, dan vartikal”, bukan, “Terlalu banyak kata yang salah ketik.”
3. Umpan balik ditujukan langsung pada tingkah laku dan bukan pada maksud yang tersirat dalam tingkah laku tersebut. Misal, “Saya tidak dapat membaca tulisan Anda, karena jarak antara baris yang satu dengan baris yang lain terlalu rapat” dan bukan “Tulisan tidak rapi dan kurang jelas”.
4. Menjaga umpan balik sesuai dengan tingkat perkembangan siswa. Umpan balik harus diberikan secara hati-hati agar berguna. Kadang-kadang, siswa diberi umpan balik terlalu banyak atau umpan balik yang terlalu rumit bagi siswa untuk menanganinya.
5. Memberikan pujian dan umpan balik pada kinerja yang benar. Tentunya setiap siswa lebih menyukai umpan balik yang positif daripada yang negative. Pada umumnya pujian akan diterima sedangkan umpan balik negative mungkin ditolak.
6. Apabila memberi umpan balik negative, tunjukkan bagaimana melakukannya dengan benar. Apabila mengetahui bahwa sesuatu telah dilakukan salah, umpan balik harus selalu disertai dengan demonstrasi yang benar oleh guru.
7. Membantu siswa memusatkan perhatiannya pada proses dan bukan pada hasil. Merupakan tanggung jawab guru agar siswa memusatkan perhatiannya pada proses atau teknik tertentu. Siswa perlu disadarkan, bahwa teknik yang salah dapat saja memberikan hasil tetapi hasil tersebut akan menjadi penghambat untuk perkembangannya lebih lanjut.
8. Mengajari siswa cara memberi umpan balik kepada dirinya, dan bagaimana menilai keberhasilan kinerjanya sendiri. Belajar bagaimana menilai keberhasilan sendiri dan memberikan umpan balik kepada dirinya sendiri merupakan hal penting yang perlu dipelajari oleh siswa.
	1. Memberikan Kesempatan Latihan Mandiri

Ada beberapa hal yang perlu diperhatikan oleh guru dalam memberikan tugas mandiri yaitu :

1. Tugas yang diberikan bukan merupakan kelanjutan dari proses pembelajaran, tetapi merupakan kelanjutan pelatihan untuk pembelajaran berikutnya.
2. Guru seyogyanya menginformasikan kepada orang tua siswa tentang tingkat keterlibatan mereka dalam membimbing siswa dirumah.
3. Guru perlu memberikan umpan balik tentang hasil tugas yang diberikan kepada siswa dirumah.

Majid (2013 : 74) mengemukakan Kelebihan pembelajaran langsung diantaranya :

* + - 1. Guru dapat mengendalikan isi materi dan urutan informasi yang diterima oleh siswa, sehingga dapat mempertahankan fokus mengenai apa yang harus dicapai oleh siswa.
			2. Dapat diterapkan secara efektif dalam kelas yang besar maupun kecil
			3. Merupakan cara yang paling efektif untuk mengajarkan konsep dan keterampilan-keterampilan yang eksplisit kepada siswa yang berprestasi rendah.
			4. Menekankan kegiatan mendengarkan (melalui ceramah) sehingga membantu siswa yang cocok belajar dengan cara-cara ini. Ceramah dapat bermanfaat untuk menyampaikan informasi kepada siswa yang tidak suka membaca atau yang tidak memiliki keterampilan dalam menyusun dan menafsirkan informasi, serta untuk menyampaikan pengetahuan yang tidak tersedia secara langsung bagi siswa, termasuk contoh-contoh yang relevan dan hasil-hasil penelitian terkini.
			5. Model pembelajaran direct instruction (terutama kegiatan demonstrasi) dapat memberikan tantangan untuk mempertimbangkan kesenjangan antara teori (hal yang seharusnya) dan observasi (kenyataan yang terjadi). Dengan hal ini memungkinkan siswa untuk berkonsentrasi pada hasil-hasil dari suatu tugas, bukan teknik-teknik dalam menghasilkannya. Hal ini penting, terutama jika siswa tidak memiliki kepercayaan diri atau keterampilan dalam melakukan tugas tersebut.
			6. Siswa yang tidak dapat mengarahkan diri sendiri dapat tetap berprestasi apabila model pembelajaran langsung digunakan secara efektif.

Majid (2013 : 74) mengemukakan Kekurangan pembelajaran langsung dinataranya :

1. Sulit untuk mengawasi perbedaan dalam hal kemampuan, pengetahuan awal, tingkat pembelajaran dan pemahaman, gaya belajar, atau ketertarikan siswa
2. Karena siswa hanya memiliki sedikit kesempatan untuk terlibat secara aktif, sulit bagi siswa untuk mengembangkan keterampilan social dan interpersonal mereka.
3. Karena guru memainkan peran pusat, kesuksesan strategi pembelajaran ini bergantung pada image guru. Jika guru tidak tampak siap, berpengetahuan, percaya diri, antusias, dan terstruktur, siswa dapat menjadi bosan, teralihkan perhatiannya, dan pembelajaran mereka akan terhambat.
4. Model pembelajaran langsung sangat bergantung pada gaya komunikasi guru. Komunikator yang buruk cenderung menghasilkan pembelajaran yang buruk pula, dan model pembelajaran langsung membatasi kesempatan guru untuk menampilkan banyak perilaku komunikasi positif
5. Jika model pembelajaran langsung tidak banyak melibatkan siswa, siswa akan kehilangan perhatian setelah 10-15 menit, dan hanya akan mengingat sedikit isi materi yang disampaikan.
6. **Hasil Penelitian yang relevan**
7. Balan. (2012) menunjukkan suatu peningkatan kinerja pemecahan masalah bagi siswa dalam kelompok intervensi, misalnya tentang seberapa baik mereka mampu menafsirkan masalah dan menggunakan metode matematika yang tepat untuk menyelesaikannya.
8. Mansyur. (2011) menunjukkan bahwa penerapan *Assessment for Learning* dalam pembelajaran matematika meningkatkan motivasi, kepercayaan diri, kesadaran diri siswa, perilaku siswa selama pembelajaran, dan kemampuan siswa terhadap matematika.
9. Kartinah. (2012) mengemukakan bahwa pembelajaran berbasis Afl dapat meningkatkan mathematical problem solving mahasiswa pada mata kuliah kalkulus II.