REPUBLIK INDONESIA
KEMENTERIAN HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA

SURAT PENCATATAN
CIPTAAN

Dalam rangka pelindungan ciptaan di bidang ilmu pengetahuan, seni dan sastra berdasarkan Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta, dengan ini menerangkan:

Nomor dan tanggal permohonan	:	EC00202134544, 23 Juli 2021
Pencipta		
Nama	:	**Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd, Dr. In In Supianti, M.Pd dkk**
Alamat	:	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu , Bandung, JAWA BARAT, 40287
Kewarganegaraan	:	Indonesia
Pemegang Hak Cipta		
Nama	:	**Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd, Dr. In In Supianti, M.Pd dkk**
Alamat	:	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu , Bandung, JAWA BARAT, 40287
Kewarganegaraan	:	Indonesia
Jenis Ciptaan	:	**Modul**
Judul Ciptaan	:	**Kaidah Pencacahan**
Tanggal dan tempat diumumkan untuk pertama kali di wilayah Indonesia atau di luar wilayah Indonesia	:	23 Juli 2021, di Bandung
Jangka waktu pelindungan	:	Berlaku selama hidup Pencipta dan terus berlangsung selama 70 (tujuh puluh) tahun setelah Pencipta meninggal dunia, terhitung mulai tanggal 1 Januari tahun berikutnya.
Nomor pencatatan	:	000261347

adalah benar berdasarkan keterangan yang diberikan oleh Pemohon.
Surat Pencatatan Hak Cipta atau produk Hak terkait ini sesuai dengan Pasal 72 Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta.

a.n. MENTERI HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA
DIREKTUR JENDERAL KEKAYAAN INTELEKTUAL

Dr. Freddy Harris, S.H., LL.M., ACCS.
NIP. 196611181994031001

LAMPIRAN PENCIPTA

No	Nama	Alamat
1	Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu
2	Dr. In In Supianti, M.Pd	Komp. Permata Biru Blok E No 54 RT 005 RW 019 Kel. Cinunuk Kec. Cileunyi
3	Dahlia fisher, ST., S.Pd., M. Pd	Jl. Kadipaten Raya No. 55 RT 003 RW 003 Kel Antapani Kidul Kec Antapani
4	Acep Saeful Malik, M.Pd	Kp.Ciburial RT.03 RW.06 Desa Cibogo Kec.Lembang

LAMPIRAN PEMEGANG

No	Nama	Alamat
1	Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu
2	Dr. In In Supianti, M.Pd	Komp. Permata Biru Blok E No 54 RT 005 RW 019 Kel. Cinunuk Kec. Cileunyi
3	Dahlia fisher, ST., S.Pd., M. Pd	Jl. Kadipaten Raya No. 55 RT 003 RW 003 Kel Antapani Kidul Kec Antapani
4	Acep Saeful Malik, M.Pd	Kp.Ciburial RT.03 RW.06 Desa Cibogo Kec.Lembang

K 2013 Rev

MODUL MATEMATIKA

KAIDAH PENCACAHAN

2021

Penulis :
Prof.Dr.Hj.R. Poppy Yaniawati.,M.Pd
Dr. In In Supianti.,M.Pd
Dahlia Fisher.,ST.,S.Pd.,M.Pd
Acep Saeful Malik., M.Pd

UNTUK SISWA
SMA/SMK/MAK

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Kuasa, karena atas berkah, rahmat, dan karunia-Nya, penyusunan modul Matematika materi Kaidah Pencacahan untuk SMA, SMK dan MAK dapat diselesaikan.

Modul ini disusun sebagai salah satu bahan ajar dalam pelaksanaan kegiatan belajar mengajar mata pelajaran Matematika di sekolah.

Dalam modul ini disajikan materi kaidah pencacahan untuk pembelajaran matematika secara sederhana, efektif, dan mudah dimengerti yang disertai contoh dalam kehidupan. Simbol, tabel, diagram, dan gambar disajikan untuk mempermudah siswa dalam memahami materi yang sedang dipelajari. Modul ini juga dilengkapi contoh soal dan tugas-tugas di setiap subbab dan akhir bab.

Sesuai dengan tujuan dalam pembelajaran Matematika, siswa diharapkan dapat memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep, dan mengaplikasikannya untuk memecahkan masalah.

Siswa juga diharapkan mampu menggunakan penalaran, mengomunikasikan gagasan dengan berbagai perangkat matematika, berpikir kritis, serta memiliki sikap menghargai matematika dalam kehidupan.

Akhirnya kami menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu penerbitan modul ini.

Bandung, 16 Juli 2021

DAFTAR ISI

KOMPETENSI DASAR

Dalam tiap jenjang pendidikan pasti ada standar kompetensi, kompetensi dasar, dan indikator karena untuk mengetahui materi apa saja yang akan dipelajari dan tujuan apa saja yang harus dicapai sehingga mudah karena terarah dan merupakan program yang telah terstruktur dalam tiap sekolah. Dimana dari standar kompetensi, kompetensi dasar, dan indikator dapat mengetahuai kemampuan, keterampilan dan sikap peserta didik sehingga secara spesifisik dapat dijadikan untuk menilai ketercapaian hasil pembelajaran dan juga dijadikan tolak ukur sejauh mana penguasaan siswa terhadap suatu pokok bahasan atau mata pelajaran tertentu.

Oleh karena itu, sangat penting sekali adanya standar kompetensi, kompetensi dasar, dan indikator dalam pendidikan karena sebagai patokan dalam proses pembelajaran untuk mencapai tujuan pembelajaran. Kompetensi Dasar adalah pengetahuan, keterampilan dan sikap minimal yang harus dicapai oleh siswa untuk menunjukkan bahwa siswa telah menguasai standar kompetensi yang telah ditetapkan, oleh karena itulah maka kompetensi dasar merupakan penjabaran dari standar kompetensi. Adapun dalam mengkaji kompetensi dasar mata pelajaran sebagaimana yang tercantum pada standar isi dilakukan dengan memperhatikan hal-hal sebagai berikut: (1) Urutan berdasarkan hierarki konsep disiplin ilmu dan/ atau tingkat kesulitan materi, tidak harus selalu sesuai dengan urutan yang ada distandar isi, (2) Keterkaitan antara standar kompetensi dan kompetensi dasar dalam mata pelajaran, (3) Pada dasarnya rumusan kompetensi dasar itu ada yang operasional maupun yang tidak operasional karena setiap kata kerja tindakan yang berada pada kelompok pemahaman dan juga pengetahuan yang tidak bisa digunakan untuk rumusan kompetensi dasar. Sehingga langkah-langkah untuk menyusun kompetensi dasar adalah sebagai berikut: (a) Menjabarkan Kompetensi yang dimaksud, dengan bertanya : “kemampuan apa saja yang harus dimiliki siswa agar standar kompetensi dapat dicapai?” jawaban dari pertanyaan tersebut kemudian didaftar baik yang menyangkut pengetahuan, sikap dan keterampilan, (b) Tulislah rumusan Kompetensi Dasarnya. Adapun kompetensi dasar pada modul ini adalah sebagai berikut :

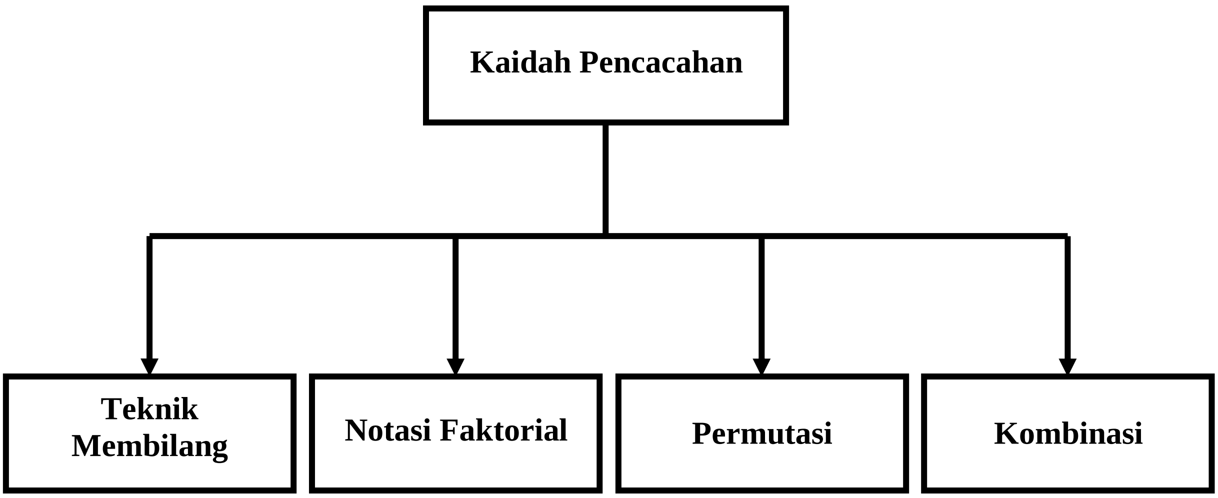
1. Menganalisis aturan pencacahan (aturan penjumlahan, aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi) melalui masalah kontekstual.
2. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan kaidah pencacahan (aturan penjumlahan, aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi).

TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah proses pembelajaran, siswa diharapkan dapat :

1. Melalui penggalian informasi peserta didik mampu menjelaskan pengertian kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi secara mandiri.
2. Melalui diskusi peserta didik mampu menentukan banyak cara menyelesaikan masalah dengan kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi dengan penuh rasa ingin tahu.
3. Melalui latihan, peserta didik dapat menyelesaikan masalah dengan menggunakan kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi secara mandiri.
4. Melalui unjuk kerja/presentasi, peserta didik dapat menyajikan penyelesaian masalah kontekstual berkaitan dengan kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi bertanggungjawab.

PETA KONSEP



SEJARAH

Pada tahun 1654, seorang penjudi yang bernama Chevalier de Mere menemukan sistem perjudian. Ketika Chevalier kalah dalam berjudi dia meminta temannya Blaise Pascal (1623-1662) untuk menganalisis sistim perjudiannya. Pascal menemukan bahwa sistem yang dipunyai oleh Chevalier akan mengakibatkan peluang dia kalah 51 %. Pascal kemudian menjadi tertarik dengan peluang, dan mulailah dia mempelajari masalah perjudian. Dia mendiskusikannya dengan matematikawan terkenal yang lain yaitu Pierre de Fermat (1601-1665). Mereka berdiskusi pada tahun 1654 antara bulan Juni dan Oktober melalui 7 buah surat yang ditulis oleh Blaise Pascal dan Pierre de Fermat yang membentuk asal kejadian dari konsep peluang.

Sumber : https://bit.ly/3dE7rbE

MASALAH KONTEKSTUAL

Melalui pembelajaran *e-modul* matematika ini dengan materi materi kaidah pencacahan. Apa yang dimaksud kaidah pencacahan? Perhatikan beberapa contoh permasalahan berikut. Jika kita mau berfoto berjajar, berapa macam posisi berbeda yang dapat dibentuk? Atau jika ingin membuat *password* dari acakan huruf-huruf pada nama kita, berapa macam *password* yang bisa dibuat?

Gambar Plat nomor Kendaraan

Sumber: [*https://bit.ly/3k9EruX*](https://bit.ly/3k9EruX)

Contoh berikutnya, berapa jumlah maksimal kendaraan bermotor yang dapat terdaftar pada daerah Banyumas seperti gambar di atas? Berapa jumlah maksimal seluruh kendaraan di Jawa Tengah, atau di Indonesia? Banyak masalah yang dapat diselesaikan dengan kaidah pencacahan. Cara penerbitan NIK pada KTP, pembentukan nomor *handphone*, dan sebagainya. Menarik sekali bukan?

KAIDAH PENCACAHAN

Kompetensi Dasar Teori Kaidah Pencacahan terdiri dari dua Kompetensi Dasar. Pada penyajian modul ini, Kompetensi Dasar tentang Kaidah Pencacahan memuat Peta Konsep, Tujuan Pembelajaran, Sejarah, Uraian Materi, Contoh Soal, Rangkuman, Latihan Soal dan *Postest*. Kompetensi Dasar dalam modul ini adalah Kaidah Pencacahan, Notasi Faktorial, Permutasi dan Kombinasi yang digunakan untuk menyelesaikan masalah–masalah peluang suatu kejadian pada kehidupan sehari-hari dalam rangka untuk menunjang program keahliannya. Sebelum mempelajari kompetensi ini diharapkan anda telah menguasai standar kompetensi Sistem Bilangan Real terutama tentang perkalian, pembagian, penjumlahan dan pengurangan bilangan real. Pada modul ini terdapat soal-soal latihan yang disusun dari soal-soal yang mudah sampai soal-soal yang sukar. Latihan soal ini digunakan untuk mengukur kemampuan anda terhadap kompetensi dasar ini, artinya setelah mempelajari kompetensi dasar ini secara mandiri dengan bimbingan guru sebagai fasilitator, ukur sendiri kemampuan anda dengan mengerjakan soal-soal latihan tersebut. Untuk melancarkan kemampuan anda supaya lebih baik dalam mengerjakan soal, disarankan semua soal dalam latihan ini dikerjakan baik di sekolah dengan bimbingan guru maupun di rumah. Untuk mengukur standar kompetensi lulusan tiap peserta didik, di akhir Kompetensi Dasar, guru akan memberikan evaluasi apakah anda layak atau belum layak mempelajari Kompetensi Dasar berikutnya. Anda dinyatakan layak jika anda dapat mengerjakan soal 70% atau lebih soal-soal evaluasi yang akan diberikan guru.

Dalam kehidupan sehari-hari, Anda mungkin menghadapi masalah pengaturan/penyusunan suatu objek yang terdiri atas beberapa unsur. Contoh masalah penyusunan suatu objek dari beberapa unsur adalah sebagai berikut.

1. Penyusunan jadwal pertandingan antara dua kesebelasan dari beberapa kesebelasan dalam turnamen sepakbola.
2. Penyusunan nomor kendaraan bermotor sebagai identitas kepemilikan kendaraan.
3. Penyusunan nomor telepon yang berguna untuk berkomunikasi, dan lain sebagainya.

Untuk menyelesaikan masalah pengaturan/penyusunan yang mungkin terjadi dari contoh-contoh tersebut, digunakan kaidah pencacahan.

Kaidah pencacahan (*counting rules*) adalah suatu kaidah yang digunakan untuk menghitung semua kemungkinan yang dapat terjadi dalam suatu kejadian. Ada beberapa teknik pencacahan, yaitu teknik membilang, notasi faktorial, permutasi dan kombinasi.

A. TEKNIK MEMBILANG

Teknik membilang disebut juga aturan pengisian tempat (*filling slots*) atau aturan perkalian, karena dalam menghitung semua kemungkinan yang dapat terjadi dalam suatu kejadian digunakan operasi perkalian. Perhatikan contoh berikut.

Contoh 1:

Sumber : https://bit.ly/2FDbUP9

Seorang siswa memiliki dua sepatu berwarna hitam dan putih serta empat kaus kaki jenis A, jenis B, jenis C dan jenis D. Jika siswa tersebut akan menggunakan pasangan sepatu dan kaus kaki yang dimilikinya, tentukan banyak pasangan sepatu dan kaus kaki yang dapat terjadi.

Penyelesaian :

Untuk menentukan masalah sederhana tersebut, yaitu menentukan banyak susunan sepatu dan kaus kaki yang mungkin terjadi, dapat digunakan tabel silang, diagram pohon, maupun himpunan pasangan berurutan.

- Tabel silang

Jenis Kaus Kaki dan Warna Sepatu	A	B	C	D
Hitam (h)	(h,A)	(h,B)	(h,C)	(h,D)
Putih (p)	(p,A)	(p,B)	(p,C)	(p,D)

- Diagram pohon

Warna Sepatu	Jenis Kaus Kaki	Warna Sepatu	Jenis Kaus Kaki
Hitam (h)	A (h,A)	Putih (p)	A (p,A)
	B (h,B)		B (p,B)
	C (h, C)		C (p,C)
	D (h,D)		D (p,D)

- Pasangan Berurutan

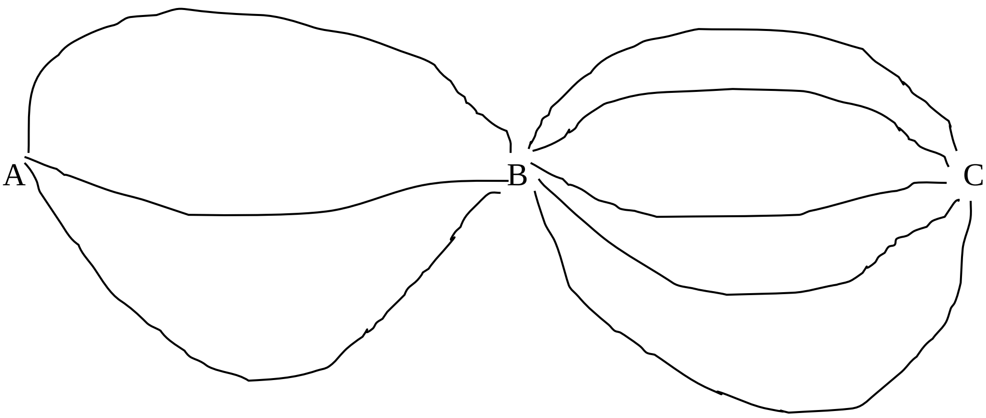
  Misalkan himpunan warna sepatu dinyatakan dengan S = {h,p} dan himpunan jenis kaus kaki dinyatakan K = {A, B, C, D}. Himpunan pasangan terurut dari himpunan S dan himpunan K dapat ditulis {(h,A), (h,B), (h,C), (h,D), (p,A), (p,B), (p,C), (p,D)}. Jadi, ada 8 pasang susunan sepatu dan kaus kaki yang dapat terjadi. Jika masalah tidak sesederhana tersebut, digunakan cara lain yang lebih efektif. Masalah pada contoh tersebut dapat juga diselesaikan dengan cara berikut.

  Misalkan k_1 = banyak sepatu = 2 dan k_2 = banyak kaus kaki = 4. Banyak susunan sepatu dan kaus kaki yang dapat terjadi adalah K = $k_1 \times k_2 = 2 \times 4 = 8$.

Dari uraian tersebut, dapat disimpulkan adanya aturan berikut. Jika kejadian pertama terdiri atas k_1 cara yang berbeda, kejadian kedua terdiri k_2 cara yang berbeda, dan seterusnya sampai kejadian ke-n, banyak cara yang berbeda yang dapat terjadi dari seluruh kejadian tersebut adalah $k_1 \times k_2 \times \ldots \times k_n$. Aturan ini disebut sebagai aturan pengisian tempat atau aturan perkalian.

Contoh 2 :

Misalkan dari Kota A ke kota B ada tiga jalan yang dapat dilalui dan dari Kota B ke Kota C ada lima jalan yang dapat dilalui. Tentukan banyak jalan yang mungkin dapat dilalui untuk bepergian dari Kota A ke Kota C melalui B. Seperti pada gambar berikut.



Penyelesaian :

Dari Kota A ke Kota B ada 3 jalan dan dari Kota B ke Kota C ada 5 jalan. Jadi, seluruhnya ada $3 \times 5 = 15$ jalan yang dapat dilalui.

Contoh 3 :

Dari angka-angka 0,1,2,3,4,5, dan 7 akan dibentuk bilangan ribuan dan tidak boleh ada angka yang sama. Tentukan :

a. Banyak bilangan yang dapat terjadi,
b. Banyak bilangan ganjil yang dapat terjadi, dan
c. Banyak bilangan yang kurang dari 4.000 yang dapat terjadi.

Penyelesaian :

a. Angka pertama (ribuan) dapat dipilih dari 6 angka yang mungkin, yaitu 1,2,3,4,5, dan 7. Misalkan dipilih angka 1. Oleh karena angkaangkanya tidak boleh berulang, angka kedua (ratusan) dapat dipilih dari 6 angka yang mungkin, yaitu 0,2,3,4,5, dan 7. Misalkan dipilih angka 0. Angka ketiga (puluhan) dapat dipilih dari 5 angka yang mungkin, yaitu 2,3,4,5, dan 7. Misalkan yang dipilih angka 2. Angka keempat (satuan) dapat dipilih dari 4 angka yang mungkin, yaitu 3,4,5, dan 7. Jadi, banyak bilangan yang mungkin dapat terjadi adalah $6 \times 6 \times 5 \times 4 = 720$ bilangan.
b. Bilangan ganjil dapat terjadi jika angka satuannya merupakan angka ganjil. Angka satuan dapat dipilih dari 4 angka yang mungkin, yaitu 1,3,5, dan 7. Misalkan dipilih angka 1. Angka ribuan dapat dipilih dari 5 angka yang mungkin, yaitu 2,3,4,5, dan 7. Misalkan dipilih angka 2. Angka ratusan dapat dipilih dari 5 angka yang mungkin, yaitu 0,3,4,5, dan 7. Misalkan dipilih angka 3. Angka puluhan dapat dipilih dari 4 angka yang mungkin, yaitu 0,4,5, dan 7. Jadi, banyak bilangan ganjil yang dapat terjadi adalah $5 \times 5 \times 4 \times 4 = 400$ bilangan.
c. Angka ribuan dapat dipilih dari 3 angka yang mungkin, yaitu 1, 2, dan 3. Misalkan dipilih angka 1. Angka ratusan dapat dipilih dari 6 angka yang mungkin, yaitu 0,2,3,4,5, dan 7. Misalkan dipilih angka 2. Angka puluhan dapat dipilih dari 5 angka yang mungkin, yaitu 0,3,4,5, dan 7. Misalkan dipilih angka 3. Angka satuan dapat dipilih dari 4 angka yang mungkin, yaitu 0,4,5, dan 7. Jadi, banyak bilangan dapat terjadi adalah $3 \times 6 \times 5 \times 4 = 360$ bilangan.

Dari beberapa contoh di atas, dapat disimpulkan adanya prinsip (kaidah) sebagai berikut.

Jika kejadian pertama dapat terjadi dengan n_1 cara yang berbeda, kejadian kedua terjadi dalam n_2 cara yang berbeda dan kejadian ketiga dapat terjadi n_3 cara yang berbeda, dan seterusnya, maka seluruh kejadian tersebut dapat terjadi dalam $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots$ cara yang berbeda.

B. NOTASI FAKTORIAL

Misalkan n bilangan asli. Bentuk $n!$ dinamakan n faktorial yang didefinisikan sebagai berikut.

$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times ... \times 3 \times 2 \times 1$

Jadi $n!$ merupakan perkalian dari n bilangan asli yang terurut.

Contoh 1 :

Hitunglah nilai berikut.

a. $\frac{10!}{8!}$

b. $\frac{100!}{97!3!}$

Penyelesaian:

a. $\frac{10!}{8!} = \frac{10\times9\times8!}{8!} = 90$

b. $\frac{100!}{97!3!} = \frac{100\times99\times98\times97!}{97!3\times2\times1} = \frac{100\times99\times98}{6} = 161.700$

Contoh 2 :

Tulislah bentuk berikut ke dalam notasi faktorial.

a. $17 \times 18 \times 19 \times 20$

b. $n \times (n - 1) \times (n - 2) \times (n - 3)$

Penyelesaian :

a. $17 \times 18 \times 19 \times 20 = \frac{20\times19\times18\times17\times16...\times3\times2\times1}{16\times...\times3\times2\times1} = \frac{20!}{16!}$

b. $n \times (n - 1) \times (n - 2) \times (n - 3) = \frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times(n-3)\times(n-4)\times...\times3\times2\times1}{(n-4)\times...\times3\times2\times1} = \frac{n!}{(n-4)!}$

Contoh 3 :

Uraikan bentuk berikut ini menjadi polinom (suku banyak) untuk n $\geq$ 1

$$\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$$

Penyelesaian :

$$\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)!}{(n-1)!}$$

$(n + 2)(n + 1)n$

$n^3 + 3n^2 + 2n$

Contoh 4 :

Hitunglah nilai *n* dari persamaan

$$\frac{(n+5)!}{(n+3)!} = 210$$

Penyelesaian :

$$\frac{(n+5)!}{(n+3)!} = 210$$

$$\frac{(n+5)(n+4)(n+3)!}{(n+3)!} = 210$$

$$(n+5)(n+4) = 210$$

$$n^2 + 9n + 20 - 210 = 0$$

$$n^2 + 9n - 190 = 0$$

$$n - 10)(n + 19) = 0$$

n = 10 atau *n* = -19 (tidak memenuhi)

Jadi, *n* = 10.

C. PERMUTASI

Permutasi adalah banyak cara untuk menyusun *n* unsur yang berbeda dalam urutan tertentu tanpa ada unsur yang diulang dari unsur-unsur tersebut. Untuk lebih jelasnya perhatikan uraian berikut.

1. Permutasi dari unsur-unsur yang berbeda

Perhatikan ilustrasi berikut.

Misalkan dari angka-angka 1,2,3, dan 4 akan disusun bilangan berikut.

a. Bilangan yang terdiri atas satu angka, diperoleh bilangan 1,2,3, dan 4. Banyak susunan bilangan satu angka adalah :

$$\frac{4!}{(4-1)!} = \frac{4!}{3!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

b. Bilangan yang terdiri atas dua angka yang berbeda, diperoleh bilangan 12,21,13,31,14,41,23,32,24,42,34,dan 43. Dengan menggunakan aturan perkalian, yaitu puluhan dapat ditempati 4 angka yang tersedia dan satuan dapat ditempati 3 angka sisa yang tersedia, diperoleh banyak susunan bilangan = 4 × 3 = 12.

   Banyak susunan bilangan dua angka yang tidak memuat angka yang sama adalah :

$$\frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 12$$

c. Bilangan yang terdiri atas tiga angka yang berbeda. Dengan menggunakan aturan perkalian, yaitu ratusan dapat ditempati 4 angka yang tersedia, puluhan dapat ditempati 3 angka sisa yang tersedia, dan satuan dapat ditempati 2 angka sisa yang tersedia. Diperoleh banyak susunan bilangan 4 × 3 × 2 = 24.

   Banyak susunan bilangan tiga angka yang tidak memuat angka yang sama adalah :

$$\frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 24$$

d. Bilangan yang terdiri atas empat angka yang berbeda. Dengan menggunakan aturan perkalian, diperoleh banyak susunan = 4 × 3 × 2 × 1 = 24.

   Banyak susunan bilangan empat angka yang tidak memuat angka yang sama adalah :

$$\frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 24$$

Berdasarkan ilustrasi di atas, dapat disimpulkan bahwa penyusunan *k* unsur tanpa ada unsur yang diulang dari unsur-unsur tersebut yang diambil dari *n* unsur yang berbeda dengan $k \leq n$ adalah banyak susunan:

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times (n-k+1)$$

$$\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times...\times(n-k+1)\times(n-k)\times(n-k-1)\times...\times3\times2\times1}{(n-k)\times(n-k-1)\times...\times3\times2\times1}$$

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

Susunan k unsur tanpa ada unsur diulang dari unsur-unsur tersebut yan diambil dari *n* unsur yang berbeda dengan $k \leq n$ disebut permutasi *k* unsur dari *n* unsur yang tersedia. Banyak permutasi *k* unsur dari *n* unsur yang tersedia dinotasikan dengan :

P_k^n.

$$P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}, k \leq n$$

Contoh 1 :

Hitung nilai dari :

P_2^{12}

Penyelesaian :

$$P_2^{12} = \frac{12!}{(12-2)!}\frac{12!}{10!} = \frac{12\times 11\times 10!}{10!} = 12\times 11 = 132$$

Contoh 2 :

Dari angka-angka 1,2,3,5,7,8, dan 9 akan dibentuk bilangan yang terdiri atas empat angka berbeda. Tentukan banyak susunan bilangan yang terbentuk.

Penyelesaian :

Menyusun bilangan yang terdiri atas empat angka berbeda berarti menyusun empat angka berbeda dari tujuh angka yang tersedia. Sehingga, banyak permutasi 4 unsur berbeda dari 7 unsur yang tersedia adalah sebagai berikut:

$$P_4^7 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{7\times 6\times 5\times 4\times 3!}{3!} = 7\times 6\times 5\times 4 = 840$$

Jadi, banyak susunan bilangan yang terbentuk adalah 840 susunan.

2. Permutasi yang memuat beberapa unsur yang sama

Pada pembahasan permutasi sebelumnya, *n* unsur yang tersedia adalah unsur yang berbeda. Bagaimana jika dalam *n* unsur tersebut terdapat unsur yang sama?

Banyak permutasi *n* unsur yang memuat k_1 unsur yang sama, k_2 unsur yang sama, k_3 unsur yang sama, dan seterusnya hingga k_n unsur yang sama, dengan $k_1 + k_2 + k_3 + ... + k_n = n$, dapat ditentukan dengan rumus berikut.

$$P_{(k1,k2,k3,...,kn)}^n = \frac{n!}{k_1!k_2!k_3!...k_n!}$$

Contoh 1 :

Tentukanlah banyak susunan berikut.

a. 6 unsur yang memuat 4 unsur yang sama

b. 12 unsur yang memuat 4 unsur yang sama, 5 unsur lainnya sama, dan 3 unsur lainnya lagi sama.

c. 9 kelereng berdampingan yang terdiri atas 4 kelereng berwarna merah, 3 kelereng berwarna hitam, dan 2 kelereng berwarna putih.

Penyelesaian :

a. $P = \frac{6!}{4!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{4\times3\times2\times1} = 30$

b. $P = \frac{12!}{4!5!3!} = \frac{12\times11\times10\times9\times8\times7\times6\times5!}{4\times3\times2\times1\times5!\times3\times2\times1} = 27.720$

c. $P = \frac{9!}{4!3!2!} = \frac{9\times8\times7\times6\times5\times4!}{4!\times3\times2\times1\times2\times1} = 1.260$

Contoh 2 :

Tentukan banyak kata yang dapat disusun dari semua huruf pada kata “PENCACAHAN”.

Penyelesaian :

Pada kata “PENCACAHAN” terdapat 10 huruf dengan 2 huruf N, 3 huruf A, dan 2 huruf C. Banyak kata yang dapat disusun adalah:

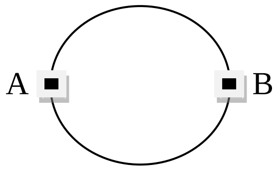
$$P = \frac{10!}{2!3!2!} = \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3!}{2!\times3!\times2!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151.200$$

Jadi, banyak kata yang dapat disusun dari semua huruf pada kata “PENCACAHAN” adalah 151.200 kata.

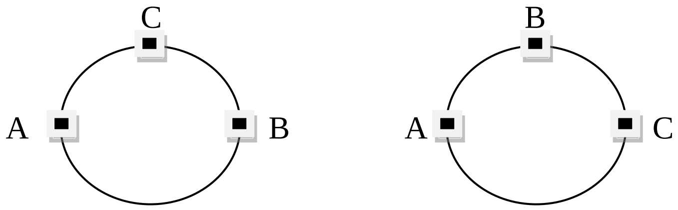
3. Permutasi Siklis

Permutasi siklis merupakan permutasi melingkar. Permutasi siklis dari *n* unsur yang tersedia memperhitungkan tempat kedudukan unsur di lingkaran terhadap unsur lainnya karena *n* unsur tersebut ditempatkan secara melingkar. Perhatikan ilustrasi berikut.

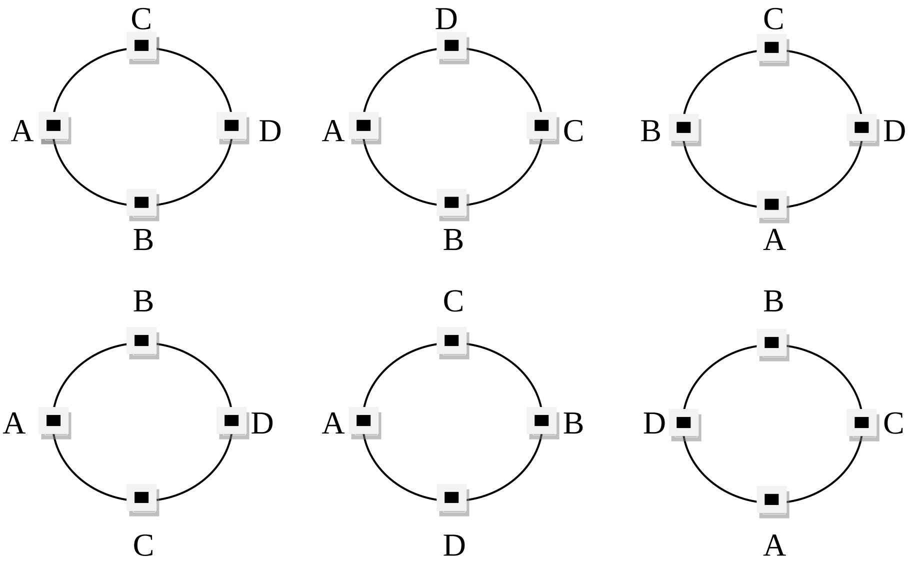
- Jika ada unsur duduk melingkar, banyak susunan ada 1 = (2 – 1)!, yaitu :



- Jika ada tiga unsur duduk melingkar, banyak susunanada 2 = (2 – 1)!, yaitu :



- Jika ada empat unsur duduk melingkar, banyak susunan ada 6 = (4 – 1)!, yaitu :



Sumber : Buku Paket Matematika untuk SMK/MAK kelas XI

Berdasarkan ilustrasi di atas, dapat disimpulkan bahwa jika *n* unsur yang berbeda dan disusun dalam bentuk siklis (melingkar), banyak susunan yang terjadi adalah (*n* – 1)!. Sehingga banyak permutasi siklis dari *n* unsur dapat dirumuskan sebagai berikut.

$P^{n}_{siklis} = (n-1)!$

Contoh 1 :

Enam peserta rapat akan menempati kursi pada meja bundar. Tentukan banyak susunan posisi duduk yang dapat terjadi. Seperti pada gambar berikut ini.

Sumber : https://bit.ly/3key49y

Penyelesaian :

Banyak unsur : n = 6

$P_{siklis}^{6} = (6-1)! = 5! = 120$ susunan

Contoh 2 :

Tujuh siswa pengurus OSIS suatu sekolah dengan Aldi, Tiara, dan Yusuf ada di dalamnya, akan duduk mengelilingi meja bundar. Tentukan banyak susunan posisi duduk yang terjadi jika :

a. Semua pengurus OSIS bebas untuk memilih tempat duduk;
b. Aldi, Tiara, dan Yusuf harus duduk berdampingan; dan
c. Aldi, Tiara, dan Yusuf tidak boleh ketiganya duduk berdampingan.

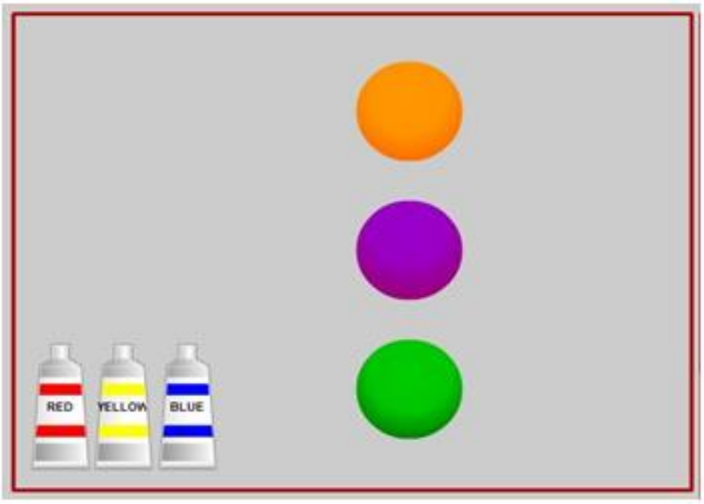
Penyelesaian :

a. Jika semua pengurus OSIS bebas untuk memilih, banyak susunan posisi duduk yang terjadi merupakan permutasi siklis. Jadi, banyak susunan posisi duduknya adalah (7 – 1)! = 6! = 720 susunan.
b. Jika Aldi, Tiara, dan Yusuf harus duduk berdampingan, mereka bertiga dianggap satu unsur dalam susunan siklis, maka jumlah unsur dalam susunan siklis menjadi 5 unsur. Sehingga, banyak susunan posisi duduknya adalah (5 – 1)! = 4! = 24. Tetapi Aldi, Tiara, dan Yusuf dapat bertukar tempat sebanyak 3! = 6. Jadi, banyak susunan posisi duduknya menjadi = 24 × 6 = 144.
c. Banyak posisi duduk jika Aldi, Tiara, dan Yusuf tidak boleh duduk berdampingan sama dengan selisih banyak posisi duduk semua pengurus dan banyak posisi mereka bertiga duduk berdampingan. Jadi, banyak susunan posisi duduknya 720 – 144 = 576 susunan.

D. KOMBINASI

Kombinasi adalah banyak cara untuk menyusun *n* unsur yang berbeda tanpa ada unsur yang diulang dari unsur-unsur tersebut dan tanpa memperhatikan urutan. Untuk lebih jelasnya, perhatikan ilustrasi berikut.

1. Misalkan kalian mempuyai 3 warna, yaitu merah, kuning, dan biru dengan volume dan kekentalan yang sama. Kalian ingin membuat warna baru hasil campuran 2 warna yang ada. Banyak warna baru yang kalian peroleh adalah orange, ungu, dan hijau. Hasil pencampuran 2 warna tersebut dapat disebut sebagai kombinasi 2 unsur yang diambil dari 3 unsur.



Sumber : animasi .swf

2. Pada suatu rapat organisasi terpilih 5 calon untuk menjadi pengurus organisasi yang terdiri dari 3 orang. Para calon pengurus tersebut adalah Andi, Budi, Citra, Desi dan Emir. Berapa banyak kepengurusan yang dapat dibentuk?

Penyelesaian :

Kepengurusan yang dibentuk tidak menyebutkan jabatan sehingga kepengurusan tersebut hanya berupa kombinasi pengurus. Dengan demikian kepengurusan yang dapat dibentuk :

Sumber : animasi .swf

Permasalahan diatas berkaitan dengan masalah kombinasi dalam kehidupan sehari-ari yang sering kita jumpai. Pembahasan tentang kombinasi adalah sebagai berikut.

1. Kombinasi dari unsur-unsur yang berbeda

Misalkan empat warna cat yang berbeda, yaitu merah (M), kuning (K), hijau (H), dan ungu (U) akan dicampur untuk menghasilkan warna lain. Banyak cara mencampur cat tersebut adalah sebaai berikut.

a. Mencampur hanya satu warna, yaitu M, K, H, dan U. Banyak warna yang dihasilkan adalah :

$$\frac{4!}{(4-1)!\,1!} = 4$$

b. Mencampurkan dua warna, yaitu MK = KM, MH = HM, MU = UM. KH = HK, KU = UK, dan HU = UH. Banyak warna yang dihasilkan adalah :

$$\frac{4!}{(4-2)!\,2!} = 6$$

c. Mencampurkan tiga warna, yaitu MKH, MKU, KHU, dan MHU. Banyak warna yang dihasilkan adalah :

$$\frac{4!}{(4-3)!\,3!} = 4$$

(ingat MKH=MHK=KHM=KMH=HMK=HKM).

d. Mencampurkan empat warna, yaitu MKHU. Banyak warna yang dihasilkan adalah :

$$\frac{4!}{(4-4)!\,4!} = 1$$

Berdasarkan ilustrasi tersebut, dapat disimpulkan bahwa penyusunan *k* unsur tanpa ada unsur yang diulang dari unsur-unsur tersebut dan tanpa memperhatikan urutan yang diambil dari *n* unsur yang berbeda dengan $k \leq n$ disebut kombinasi *k* unsur dari *n* unsur yang tersedia. Banyak kombinasi *k* unsur dari *n* unsur yang tersedia dinotasikan dengan:

C_k^n.

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}, k \leq n$$

Contoh 1:

Tentukanlah nilai dari kombinasi berikut.

a. C_2^{100}

b. $\frac{C_1^6 . C_2^7}{C_8^{18}}$

Penyelesaian :

a. $C_2^{100} = \frac{100!}{(100-2)!2!} = \frac{100!}{98!2!} = \frac{100 \times 99 \times 98!}{98!2 \times 1} = 4.950$

b. $\frac{C_1^6 . C_2^7}{C_8^{18}} = \frac{\frac{6!}{5!1!} \cdot \frac{7!}{5!2!}}{\frac{18!}{10!8!}} = \frac{6.21}{286} = \frac{63}{143}$

Contoh 2 :

Tentukan *n* dari persamaan

$9. C_3^{(n+2)} = 44. C_2^n$

Penyelesaian :

$$9. \frac{(n+2)!}{(n+2-3)! \times 3!} = 44. \frac{n!}{(n-2)! \times 2!}$$

$$\frac{9. (n+2)!}{(n-1)! \times 6} = \frac{44. n!}{(n-2)! \times 2}$$

$$\frac{3. n! (n+1)(n+2)}{2. (n-2)! (n-1)} = \frac{22. n!}{(n-2)!}$$

$$\frac{3(n+1)(n+2)}{2(n-1)} = 22$$

$$n^2 + 9n + 6 = 44n - 44$$

$$3n^2 - 35n + 50 = 0$$

$(n-10)(3n-5)=0$

$(n-10)=0$

atau

$(3n-5)=0$

$n=10$

$n=\frac{5}{3}$ (tidak memenuhi)

Jadi, nilai $n = 10$

2. Kombinasi yang memuat beberapa unsur yang sama

Pada pembahasan kombinasi sebelumnya, n unsur yang tersedia adalah unsur berbeda. Bagaimana jika dalam n unsur tersebut terdapat unsur yang sama? Misalkan terdapat n unsur yang terdiri atas $q_1, q_2, q_3, \ldots q_e$. Unsur q_1 ada sebanyak n_1, unsur q_2 ada sebanyak n_2, unsur q_3 ada sebanyak n_3, ... dan unsur q_e ada sebanyak n_e, sehingga $n_1 + n_2 + n_3 + \ldots n_e = n$.

Dari n unsur tersebut, akan diambil k unsur yang terdiri atas k_1 unsur q_1, k_2 unsur q_2, k_3 unsur q_3, ..., dan k_e unsur qe dengan $k1 + k2 + k3 + \ldots ke = k$. Banyak cara pengambilan (kombinasi $k1$, $k2$, $k3$, ... ke unsur dari n_1 , n_2 , n_3 , ...n_e unsur) sebagai berikut.

$C_{k1}^{n1} . C_{k2}^{n2} . C_{k3}^{n3} \ldots . C_{ke}^{ne}$

Contoh :

Seorang petani hendak membeli 4 ekor sapi, 3 ekor kuda, dan 2 ekor kambing dari seorang peternak yang memiliki 6 ekor sapi, 7 ekor kuda, dan 10 ekor kambing. Berapa banyak cara petani tersebut dapat memilih hewan-hewan tersebut?

Sumber : https://bit.ly/3o19L16

Penyelesaian :

Petani dapat :

- Memilih 4 ekor sapi dan 6 ekor sapi dengan

$$C_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!\,4!} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2! \times 4!} = 15 \text{ cara}$$

- Memilih 3 ekor kuda dari 7 ekor kuda

$$C_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!\,3!} = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3!} = 35 \text{ cara}$$

- Memilih 2 ekor kambing dari 10 ekor kambing

$$C_2^{10} = \frac{10!}{(10-2)!\,2!} = \frac{10!}{8!\,2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2!} = 45 \text{ cara}$$

Jadi, total cara pemilihan hewan-hewan tersebut adalah 15 × 35 × 45 = 23.625 cara.

Aplikasi Permutasi dan Kombinasi

Dalam kehidupan sehari-hari, kadang Anda dihadapkan dengan masalah untuk menentukan banyak cara pemilihan beebrapa objek, menentukan banyak susunan kepanitiaan, dan lain sebagainya. Misalnya berapa banyak cara memilih beberapa siswa dari sekelompok siswa sebagai pengurus kelas, berapa banyak cara memilih beberapa kelereng dari kantong yang berisi kelereng warna-warni dan masih banyak lagi kasus yang lain. Beda kasus, akan berbeda juga menyelesaikannya. Untuk lebih membantu dalam menentukan apakah soal tersebut diselesaikan dengan kombinasi maupun permutasi, perhatikan tips berikut.

Perbedaan permutasi dan kombinasi dalam menyelesaikan soal-soal verbal adalah sebagai berikut.

a. Soal verbal diselesaikan dengan permutasi jika urutan unsur dibalik bernilai berbeda atau unsur dalam soal tersebut memiliki status.

b. Soal verbal diselesaikan dengan kombinasi jika urutan unsur dibalik bernilai sama atau unsur dalam soal tersebut tidak memiliki status.

RANGKUMAN

- Jika kejadian pertama terdiri atas k_1, cara yang berbeda, kejadian kedua terdiri atas k_2 cara yang berbeda, dan seterusnya sampai kejadian ke-n, banyak cara yang berbeda yang dapat terjadi dari seluruh kejadian tersebut adalah $k_1 \times k_2 \times \ldots k_n$. Aturan ini disebut sebagai aturan pengisian tempat atau aturan perkalian.
- Untuk n bilangan asli. Bentuk $n!$ dinamakan n faktorial yang didefinisikan sebagai berikut. $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$
- Banyak permutasi k unsur dari n unsur yang tersedia adalah :

  $P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}, k \leq n$
- Banyak permutasi n unsur yang memuat k_1 unsur yang sama, k_2 unsur yang sama, k_3 unsur yang sama, dan seterusnya hingga k_n unsur yang sama, dengan $k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_n = n$, dapat ditentukan dengan rumus berikut.

  $P_{(k1,k2,k3,\ldots,kn)}^n = \frac{n!}{k_1!k_2!k_3!\ldots k_n!}$
- Permutasi siklis dari n unsur adalah $P_{siklis}^n = (n-1)!$
- Banyak kombinasi k unsur dari n unsur yang tersedia dinotasikan dengan:

  $C_k^n = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}, k \leq n$
- Misalkan terdapat n unsur yang terdiri atas $q_1, q_2, q_3, \ldots q_e$. Unsur q_1 ada sebanyak n_1, unsur q_2 ada sebanyak n_2, unsur q_3 ada sebanyak n_3, ... dan unsur q_e ada sebanyak n_e, sehingga $n_1 + n_2 + n_3 + \ldots n_e = n$. Dari n unsur tersebut, akan diambil k unsur yang terdiri atas k_1 unsur q_1, k_2 unsur q_2, k_3 unsur q_3, ..., dan k_e unsur qe dengan $k1 + k2 + k3 + \ldots ke = k$. Banyak cara pengambilan (kombinasi $k1$, $k2$, $k3$, ... ke unsur dari n_1 , n_2 , n_3 , ...n_e unsur) sebagai berikut. $C_{k1}^{n1}.C_{k2}^{n2}.C_{k3}^{n3}\ldots.C_{ke}^{ne}$
- Perbedaan permutasi dan kombinasi dalam menyelesaikan soal-soal verbal adalah sebagai berikut.
  a. Soal verbal diselesaikan dengan permutasi jika urutan unsur dibalik bernilai berbeda atau unsur dalam soal tersebut memiliki status.
  b. Soal verbal diselesaikan dengan kombinasi jika urutan unsur dibalik bernilai sama atau unsur dalam soal tersebut tidak memiliki status.

EVALUASI

LATIHAN SOAL 1

1. Pada suatu rapat organisasi terpilih 7 orang calon untuk menjadi pengurus organisasi dengan jabatan ketua dan sekretaris. Banyaknya susunan pengurus yang dapat dibentuk adalah ....
   a. 13
   b. 14
   c. 28
   d. 42
   e. 49
2. Suatu bilangan genap terdiri dari dua angka. Banyak bilangan genap tersebut yang dapat disusun dari angka-angka 1,2,3,4,6, dan 8 adalah .... Bilangan
   a. 12
   b. 20
   c. 24
   d. 30
   e. 36
3. Suatu sekolah akan memilih sepasang siswa teladan yang terdiri dari seorang siswa dan seorang siswi. Para calon peserta teladan yang terpilih terdiri dari 3 orang siswa dan 5 orang siswi. Banyak pasangan yang mungkin terpilih adalah ....
   a. 8
   b. 12
   c. 15
   d. 20
   e. 24
4. Andi berangkat dari kota Jakarta menuju kota Bandung dengan melalui kota Bogor. Ada 4 jalan yang dapat ditempuh Andi dari Jakarta menuju Bogor dan 3 jalan yang dapat dilalui dari Bogor menuju Bandung. Banyak jalan yang dapat dilalui Andi agar sampai ke Bandung adalah ....
   a. 16
   b. 12
   c. 9

d. 8

e. 7

5. Seorang siswa memiliki 3 pasang sepatu warna putih, merah dan hitam serta lima kaus kaki berjenis A, B, C, D dan E. Banyak pasangan sepatu dan kaus kaki yang dapat dipakai siswa tersebut adalah ....

   a. 15

   b. 8

   c. 6

   d. 4

   e. 2

6. Pada suatu rapat organisasi terpilih 8 orang calon pengurus untuk jabatan ketua, wakil ketua dan sekretaris. Banyak kemungkinan banyak susunan pengurus organisasi tersebut adalah ....

   a. 336

   b. 294

   c. 252

   d. 180

   e. 120

7. Seorang intelijen ingin membuat kata sandi yang terdiri dari 3 huruf yang berbeda. Huruf tersebut diambil dari 7 huruf yang pertama pada abjad latin. Jika huruf awal merupakan huruf vokal, maka banyak kata sandi yang dapat disusun adalah ....

   a. 60

   b. 90

   c. 180

   d. 210

   e. 343

8. Sebuah bilangan terdiri dari 3 angka yang berbeda akan disusun dari angka 1,2,4,5,6,8. Jika bilangan itu nilainya kurang dari 500, maka banyak bilangan tersebut yang dapat disusun adalah ....

   a. 120

   b. 100

   c. 75

   d. 60

e. 40

9. Dari angka-angka 1,2,3,4,5,6,7,8,9 akan disusun bilangan-bilangan yang terdiri atas dua angka yang berbeda. Banyaknya susunan bilangan yang mungkin terjadi adalah ....

   a. 36

   b. 72

   c. 336

   d. 504

   e. 720

10. Suatu bilangan terdiri dari 3 angka yang berbeda akan disusun dari angka-angka 2,3,4,5,7,8,9. Jika bilangan tersebut nilainya lebih dari 300 dan merupakan bilangan ganjil, maka banyak bilangan tersebut adalah ....

    a. 100

    b. 120

    c. 150

    d. 180

    e. 210

LATIHAN SOAL 2

1. Banyak cara untuk menyusun huruf-huruf C, A, N, T, I dan K adalah ....
   a. 120
   b. 720
   c. 830
   d. 936
   e. 1042
2. Terdapat buah mangga, jeruk, apel dan salak. Masing-masing satu buah akan disusun berjajar. Banyaknya susunan yang dapat dibentuk dari buah-buahan tersebut adalah ....
   a. 5
   b. 6
   c. 10
   d. 12
   e. 24

   (UN 2006/2007)
3. Banyaknya bilangan yang dapat dibentuk dari angka 5,7, dan 9 jika tidak boleh ada angka yang sama adalah ....
   a. 3
   b. 4
   c. 5
   d. 6
   e. 7
4. Nilai dari P(5,3) adalah ....
   a. 20
   b. 30
   c. 40
   d. 50
   e. 60
5. Banyak susunan 3 huruf dari huruf-huruf A,B,C,D,E dan F adalah ....

a. 120

b. 144

c. 150

d. 180

e. 210

6. Banyak kata dapat disusun dengan semua huruf pada kata “ADA” adalah ....

a. 3

b. 4

c. 5

d. 6

e. 7

7. Dalam suatu pertemuan, ada 8 peserta akan menempati 8 kursi yang mengelilingi meja bundar seperti pada gambar. Banyak susunan yang mungkin terjadi adalah ....

a. 5.040 susunan

b. 5.400 susunan

c. 6.000 susunan

d. 7.200 susunan

e. 8.400 susunan

Sumber : https://bit.ly/3o8w30S

8. Suatu kelompok pengajian ibu-ibu mempunyai anggota 10 orang. Apabila setiap pengajian duduknya melingkar, banyak cara posisi ibu-ibu dalam duduk melingkar adalah ....

a. 720 cara

b. 1.008 cara

c. 3.528 cara

d. 362.880 cara

e. 3.628.800 cara

(UN 2004/2005)

9. Banyak susunan agar 9 kelereng berdampingan yang terdiri atas 4 kelereng berwarna merah, 3 kelereng berwarna hitam dan 2 kelereng berwarna putih adalah .... susunan

a. 1.230

b. 1.240

c. 1.250

d. 1.260

e. 1.270

10. Banyak kata yang dapat disusun dari kata "PASUNDAN" adalah .... susunan

a. 10.080

b. 11.720

c. 13.370

d. 14.340

e. 15.100

LATIHAN SOAL 3

1. Rapat dihadiri oleh 10 orang, akan dipilih 3 orang untuk berbicara. Banyaknya cara untuk memilih ketiga orang tersebut adalah ....
   a. 720 cara
   b. 540 cara
   c. 120 cara
   d. 90 cara
   e. 71 cara

   (UN 2005/2006)
2. Hasil dari C(7,3) adalah ....
   a. 15
   b. 14
   c. 13
   d. 12
   e. 35
3. Pada suatu pertemuan dihadiri oleh 16 orang. Jika setiap orang yang hadir saling bersalaman maka banyak salaman yang terjadi adalah ....
   a. 144
   b. 120
   c. 96
   d. 72
   e. 64
4. Pada suatu mangkok terdapat 6 permen Fox, 8 permen Trebor, dan 10 permen Sugus, jika seorang anak mengambil 4 buah permen secara acak maka banyak cara untuk mengambil 4 permen Sugus adalah....
   a. 15
   b. 60
   c. 70
   d. 210
   e. 1001

5. Pada ulangan matematika, setiap siswa dapat memilih 8 butir dari 10 butir soal yang tersedia. Jika butir soal nomor 4 dan 9 wajib dikerjakan maka banyak pilihan butir soal yang akan dikerjakan siswa adalah ....
   a. 28
   b. 45
   c. 63
   d. 90
   e. 120
6. Sebuah tim SAR berjumlah 12 orang yang terdiri dari 7 orang WANADRI dan 5 orang Mapala akan dibentuk untuk membantu menyelamatkan korban kecelakaan pesawat udara di gunung Pangrango. Jika WANADRI menyediakan 8 orang dan Mapala 7 orang, maka banyak tim SAR yang dapat dibentuk adalah ....
   a. 29
   b. 64
   c. 120
   d. 168
   e. 448
7. Dari suatu kotak terdapat 12 bola yang teridiri dari 6 bola berwarnaa putih, 4 berwarna hijau dan sisanya berwarna hitam. Jika diambil 3 bola sekaligus dari kotak tersebut, maka banyak cara untuk mendapatkan 2 bola putih dan 1 bola hitam adalah....
   a. 17
   b. 21
   c. 30
   d. 35
   e. 45
8. Seorang peternak membeli 4 ekor sapi dan 3 ekor kambing dari seseorang yang memiliki 6 ekor sapi dan 10 ekor kambing. Banyak cara untuk memilih 3 ekor kambing adalah ....
   a. 100
   b. 110
   c. 120
   d. 130
   e. 140

9. Sebuah tim akan dibentuk untuk mengikuti lomba cepat tepat. Tim tersebut terdiri dari 2 wanita dan 1 pria. Sekolah memiliki 6 calon peserta wanita dan 4 calon peserta pria. Banyak cara untuk membentuk tim tersebut adalah ....

   a. 12
   b. 24
   c. 48
   d. 56
   e. 60

10. Banyak memilih 4 anggota dari 9 anggota jika salah seorang sudah terpilih adalah ....

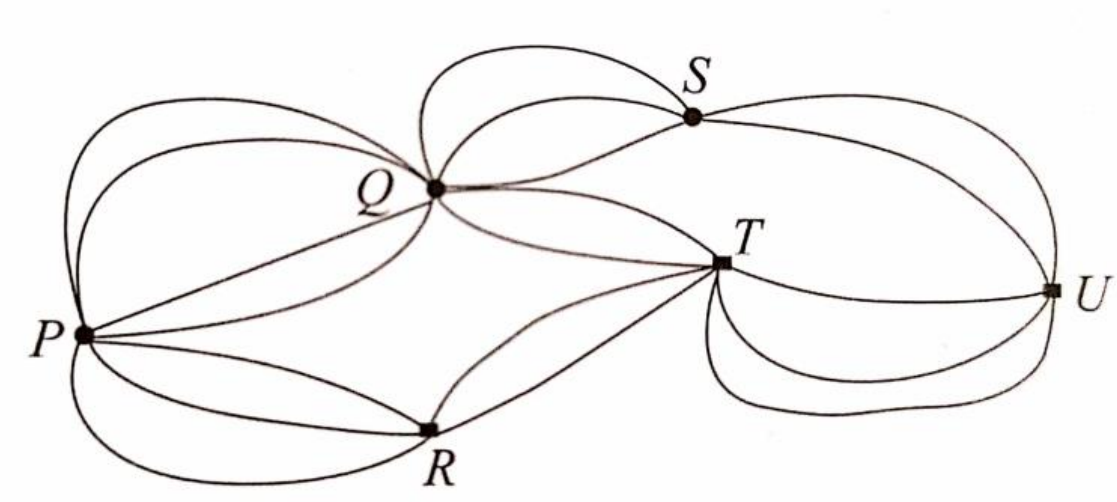
   a. 56
   b. 120
   c. 144
   d. 240
   e. 260

POSTEST

Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : XI/2
Materi Pokok : Kaidah Pencacahan
Waktu : 2 x 45 menit
Semua soal harus dikerjakan.

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan tepat dan jelas.

1. Pak Aldo adalah seorang guru yang tinggal di kota P dan mengajar pada sekolah yang terletak di kota R, S dan U. Ia pergi mengajar ke sekolah yang terletak di kota U setiap hari Senin sampai dengan Jum'at, di kota R setiap hari Senin dan di kota S setiap hari Selasa. Sehingga sebelum pergi ke sekolah di kota U, Pak Aldo harus mengajar terlebih dahulu di kota R dan kota S, seperti tersaji pada gambar berikut.



Identifikasi masalah tersebut kemudian selesaikanlah :

a. banyak jalan yang dapat dilalui Aldo dengan jarak tempuh terpendek pada hari Senin
b. banyak jalan yang dapat dilalui Aldo dengan jarak tempuh terpendek pada hari Selasa
c. total semua jalan yang dapat ditempuh dari kota P ke kota U

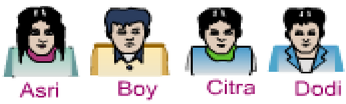
2. Tujuh siswa Pengurus OSIS suatu sekolah dengan Aldi, Tiara, dan Yusuf ada di dalamnya, akan duduk mengelilingi meja bundar. Identifikasi dan rumuskanlah masalah di atas, kemudian tentukan banyak susunan posisi duduk yang terjadi jika :

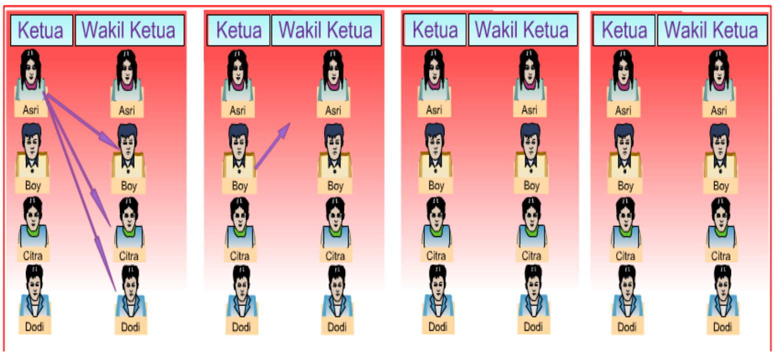
a. Semua Pengurus OSIS bebas untuk memilih tempat duduk
b. Aldi, Tiara dan Yusuf harus duduk berdampingan

c. Aldi, Tiara dan Yusuf tidak boleh ketiganya duduk berdampingan

3. Siswa kelas XI A sedang mengikuti ulangan Matematika. Pada ulangan tersebut setiap siswa diwajibkan mengerjakan 6 soal dari 10 soal dengan syarat tiga soal terakhir harus dikerjakan. Identifikasi masalah tersebut kemudian tentukan banyak cara pemilihan soal yang dapat dilakukan oleh siswa pada ulangan tersebut

4. Pada suatu rapat organisasi terpilih 4 orang calon untuk jabatan ketua dan wakil ketua. Para calon tersebut bernam Asri, Boy, Citra dan Dodi. Berdasarkan sudut pandang Anda, analisa dan tentukanlah banyak kemungkinan susunan kepengurusan yang dapat dibentuk dengan memberi tanda panah pada gambar berikut.





Banyak susunan kepengurusan adalah :

Ketua x Wakil Ketua

______ x ______ = ______

5. Seorang peternak akan membeli tiga ekor ayam dan dua ekor kambing dari seorang pedagang yang memiliki enam ekor ayam dan empat ekor kambing. Dengan mengungkapkan/mengemukakan definisi dari masalah tersebut, tentukanlah banyak cara peternak tersebut dapat memilih ternak-ternak yang di inginkan?

6. Suatu kelompok pengajian ibu-ibu mempunyai anggota delapan orang. Tentukanlah banyak cara delapan orang duduk melingkar jika tiga orang tertentu harus duduk terpisah. Evaluasi dan selesaikanlah masalah tersebut.

PEMBAHASAN LATIHAN SOAL

PEMBAHASAN LATIHAN SOAL 1

1. Misalkan :

   Jabatan Ketua dapat dipilih dari 7 calon

   Jabatan Sekretaris dapat dipilih dari 6 calon, karena 1 orang harus terpilih sebagai ketua.

   Jadi, banyaknya susunan pengurus yang dapat dibentuk adalah $7 \times 6 =$ **42 susunan (D)**

2. Misalkan :

   Slot angka pertama dapat dipilih dari 6 angka, yaitu 1,2,3,4,6,8

   slot angka kedua dapat dipilih dari 4 angka, yaitu 2,4,6,8 (bilangan genap)

   Jadi, banyaknya susunan bilangan genap terdiri dari 2 angka yang berbeda dari angka-angka 1,2,3,4,6,8 adalah $6 \times 4=$ **24 susunan (C)**

3. Misalkan p = banyak calon siswa dan q = banyak calon peserta siswi. Banyak susunan siswa dan siswi yang dapat terjadi adalah $p \times q = 3 \times 5 =$ **15 (C)**

4. Dari Jakarta menuju Bogor ada 4 jalan dan dari kota Bogor menuju Bandung ada 3 jalan. Jadi seluruhnya ada $4\times3=$**12** jalan yang dapat dilalui **(B)**

5. Misalkan s = banyak sepatu = 3 dan k = banyak kaus kaki = 5. banyak susunan sepatu dan kaus kaki yang dapat terjadi adalah $s \times k = 3 \times 5 =$ **15 (A)**

6. Ketua = 8 ; Wakil Ketua = 7; Sekretaris = 6

   Maka, banyak cara memilih adalah $8 \times 7 \times 6 =$ **336** cara **(A)**

7. Misalkan terdapat 7 huruf pertama akan digunakan, yaitu A,B,C,D,E,F,G.

   Slot pertama diisi oleh 2 huruf karena diisi oleh huruf vokal, yaitu A atau E

   Slot kedua diisi oleh 6 huruf, karena 1 huruf sudah mengisi slot pertama (karena huruf harus berbeda)

   Slot ketiga diisi oleh 5 huruf , 2 huruf sudah mengisi slot pertama dan kedua (karena huruf harus berbeda)

   Jadi, banyaknya kata sandi yang dapat disusun adalah $2 \times 6 \times 5 =$ **60 (A)**

8. Slot pertama dapat dipilih dari 3 angka, yaitu 1,2,4. Oleh karena bilangan itu nilainya kurang dari 500. Misalnya dipilih angka 2.

   Slot kedua diisi oleh 5 angka, karena satu angka harus mengisi slot pertama, yaitu 1,4,5,6,8. Misalnya dipilih angka 8.

   Slot ketiga diisi oleh 4 angka, karena 2 angka harus mengisi slot pertma dan kedua, yaitu 1,4,5,6. Misalnya dipilih angka 6.

Jadi, banyak bilangan tersebut dapat disusun 3×5×4= **60 (D)**

9. Angka pertama dapat dipilih dari 9 angka, yaitu 1,2,3,4,5,6,7,8,9. misalnya dipilih angka 2.

   Angka kedua dapat dipilih dari 8 angka, karena salah satu angka harus mengisi tempat pada pertama, yaitu 1,3,4,5,6,7,8,9. misalnya dipilih angka 3.

   Jadi, banyak susunan bilangan yang mungkin terjadi adalah 9 × 8 = **72 (B)**

10. Slot ketiga dapat diisi oleh 4 angka ganjil, yaitu 3,5,7,9. Misalnya dipilih angka 3

    Slot kedua dapat dipilih dari 6 angka, karena salah satu angka harus mengisi slot ketiga dan tidak boleh berulang, yaitu 2,4,5,7,8,9. Misalnya dipilih angka 2.

    Slot pertama dapat dipilih dari 5 angka, yaitu 4,5,7,8,9. Angka 2 tidak termasuk karena bilangan yang diminta lebih dari 300.

    Jadi, banyak susunan bilangan tersebut adalah 5 × 6 × 4 = **120 (B)**

PEMBAHASAN LATIHAN SOAL 2

1. $n = 6$

   $P_6^6 = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \text{ cara}$

   (B)

2. $n = 4$

   $P_4^4 = 4! = 24 \text{ cara}$

   (E)

3. $n = 3$

   $P_3^3 = 3! = 6 \text{ cara}$

   (D)

4. $\mathrm{P}_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times2!}{2!} = 60 \text{ cara}$

   (E)

5. Masalah tersebut adalah masalah permutasi 3 unsur dari 6 unsur

   $$\mathrm{P}_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120 \text{ cara}$$

   (A)

6. Jika digunakan rumus permutasi dengan n = 3, maka

   Padahal kata yang dibentuk hanya ada 3, yaitu ADA, AAD dan DAA.

   Hal ini terjadi karena ada huruf yang sama, yaitu huruf A. Sehingga, bila dalam n unsur tersebut terdapat unsur yang sama, maka rumus permutasi yang digunakan adalah :

   $$\mathrm{P} = \frac{3!}{2!} = 3$$

   (A)

7. $n = 8$

   $\mathrm{P}_{\text{siklis}}^8 = (8-1)! = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5.040 \text{ susunan}$

   (A)

8. $n = 10$

   $\mathrm{P}_{\text{siklis}}^{10} = (10-1)! = 9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362.880 \text{ susunan}$

   (D)

9. $\mathrm{P} = \frac{9!}{4!3!2!} = \frac{9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{4\times3\times2\times1\times3\times2\times1\times2\times1} = 9 \times 4 \times 7 \times 5 = 1.260$

   (D)

10. $\mathrm{P} = \frac{8!}{2!2!} = \frac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 2 \times 3 = 10.080 \text{ susunan}$

    (A)

PEMBAHASAN LATIHAN SOAL 3

1. Dari 10 orang akan dipilih 3 orang. Banyak cara pemilihan 3 orang dari 10 orang adalah :

   $$C_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!\,3!} = \frac{10!}{7!\,3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times\times 7!}{7!\,3 \times 2 \times 1} = 10 \times 3 \times 4 = 120 \text{ cara}$$

   (C)

2. $C_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!\,3!} = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{7\times6\times5\times4!}{4!\,3\times2\times1} = 35 \text{ cara}$

   (E)

3. Dari 16 orang misalkan A bersalaman dengan B, maka B sekaligus bersalaman dengan A, sehingga AB = BA. Artinya tidak memperhatikan urutan.

   Diketahui :

   n = 16

   r = 2

   $$C_2^{16} = \frac{16!}{(16-2)!\,2!} = \frac{16!}{14!\,2!} = \frac{16 \times 15 \times 14!}{14!\,2 \times 1} = 120 \text{ cara}$$

   (B)

4. Pengembilan seluruhnay permen sugus adalah :

   n = 10

   r = 4

   $$C_4^{10} = \frac{10!}{(10-4)!\,4!} = \frac{10!}{6!\,4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5 \times 3 \times 2 \times 7 = 210 \text{ cara}$$

   (D)

5. Dari 10 soal, dipilih 8 soal.

   4 dan 9 wajib dikerjakan.

   n = 10 – 2 = 8

   r = 8 – 2 = 6

   $$C_6^8 = \frac{8!}{(8-6)!\,6!} = \frac{8!}{2!\,6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6! \times 2 \times 1} = 4 \times 7 = 28 \text{ cara}$$

   (A)

6. Wanadri :

   n = 8

   r = 7

   $$C_7^8 = \frac{8!}{(8-7)!\,7!} = \frac{8!}{1!\,7!} = \frac{8 \times 7!}{7! \times 1!} = 8 \text{ cara}$$

   Mapala

$n = 7$

$r = 5$

$$C_5^7 = \frac{7!}{(7-5)!\,5!} = \frac{7!}{2!\,5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2! \times 5!} = 21 \text{ cara}$$

Jadi, banyak Tim SAR yang dapat dibentuk adalah

8 × 21 = 168 cara

(D)

7. Pengambilan 2 bola putih dari 6 bola putih yang tersedia sebanyak

$$C_2^6 = \frac{6!}{(6-2)!\,2!} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2 \times 1} = 15 \text{ cara}$$

Pengambilan 1 bola hitam dari 2 bola hitam sebanyak

$$C_1^2 = \frac{2!}{(2-1)!\,1!} = 2 \text{ cara}$$

Banyak cara untuk mendapatkan 2 bola putih dan 1 bola hitam adalah :

15 × 2 = 30 cara

(C)

8. Memilih 3 ekor kambing dari 10 ekor kambing adalah:

$n = 10$

$r = 3$

$$C_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!\,3!} = \frac{10!}{7!\,3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!\,3 \times 2 \times 1} = 5 \times 3 \times 8 = 120 \text{ cara}$$

(C)

9. Pemilihan tim dari wanita

$$C_2^6 = \frac{6!}{(6-2)!\,2!} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!\,2 \times 1} = 15 \text{ cara}$$

Pemilihan tim dari pria

$$C_1^4 = \frac{4!}{(4-1)!\,1!} = \frac{4!}{3!\,1!} = \frac{4 \times 3!}{3!\,1} = 4 \text{ cara}$$

Maka, banyak cara untuk membentuk tim tersebut adalah 15 × 4 = 60 cara

(E)

10. Dari 9 orang akan dipilih 4 orang, tetapi seorang harus selalu terpilih, hanya akan dipilih 3 orang lagi dari 8 orang, sehingga banyak cara pemilihan adalah :

$$C_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!\,3!} = \frac{8!}{5!\,3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!\,3 \times 2 \times 1} = 56 \text{ cara}$$

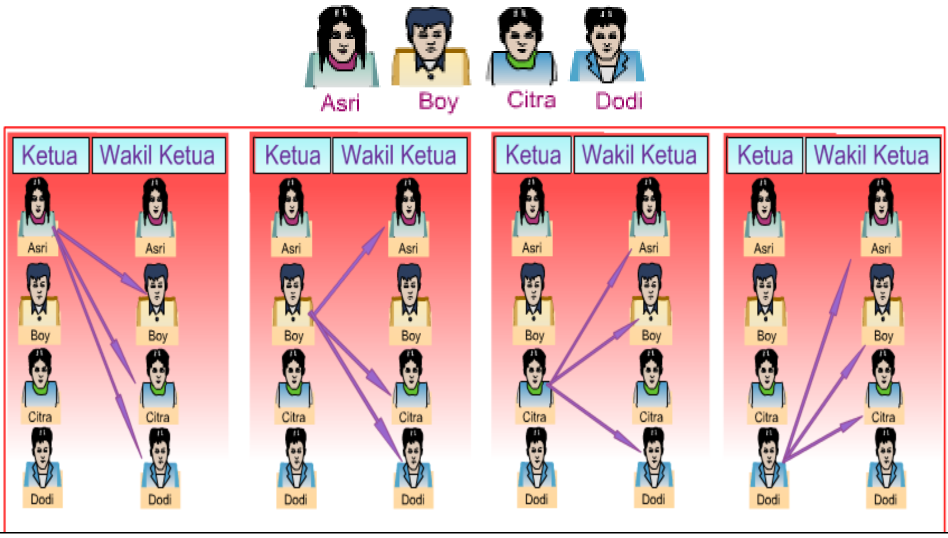
(A)

KUNCI JAWABAN DAN PEDOMAN PENSKORAN SOAL POSTTEST

SOAL TES INSTRUMEN

Aspek : Kemampuan Berpikir Kritis

No.	Kunci Jawaban	Skor
1.	Diketahui : P - Q = 4 jalan P - R = 3 jalan Q - S = 3 jalan Q - T = 2 jalan R - T = 2 jalan S - U = 2 jalan T - U = 3 jalan	2
	a. P-R-T-U= 3 x 2 x 3 = 18 jalan (Senin) b. P-Q-S-U = 4 x 3 x 2 = 24 jalan (Selasa) c. Semua jalan P - U = P-Q-S-U = 4 x 3 x 2 = 24 jalan P-Q-T-U = 4 x 2 x 1 = 8 jalan P-R-T-U = 3 x 2 x 3 = 18 jalan Total P - U = 24 + 8 + 18 = 50 jalan	2
		4
2.	a. Jika semua Pengurus OSIS bebas untuk memilih, banyak susunan posisi duduk yang terjadi merupakan permutasi siklis. Jadi, banyak susunan posisi duduknya adalah (7 – 1)! = 6! = 720 susunan	2
	b. Jika Aldi, Tiara, dan Yusuf harus duduk berdampingan, mereka dianggap satu unsur dalam susunan siklis, maka jumlah unsur dalam susunan siklis menjadi 5 unsur. Sehingga, banyak susunan posisi duduknya adalah (5 – 1)! 4! = 24. Tetapi, Aldi, Tiara, dan Yusuf dapat bertukar tempat sebanyak 3! = 6. Jadi, banyak susunan posisi duduknya menjadi 24 x 6 = 144.	2
	c.banyak posisi duduk jika Aldi, Tiara, dan Yusuf tidak boleh ketiganya duduk berdampingan sama dengan selisih banyak posisi duduk semua pengurus dan banyak posisi mereka bertiga duduk berdampingan. Jadi, banyak susunan posisi duduknya adalah 720 – 144 = 576 susunan	2
		6
3.	Dari 10 soal wajib mengerjakan 6 soal Syarat : pilih 3 soal terakhir, maka soal yang dipilih 3 soal dari 7 soal Sehingga : n = 10 – 3 = 7 r = 3	2
	$C_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!.3!}$ $C_3^7 = \frac{7!}{4!.3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!.3 \times 2 \times 1}$ = 35 cara	3
		5

4		2
	Banyaknya susunan kepengurusan adalah : Ketua x Wakil Ketua 4 x 3 = 12 susunan	2
		4
5.	Memilih 3 ekor ayam dari 6 ekor ayam $C_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!.3!} = \frac{6!}{3!.3!} = \frac{6.5.4.3!}{3!.3!} = 20\ cara$	2
	Memilih 2 ekor kambing dari 4 ekor kambing $C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!.2!} = \frac{4!}{2!.2!} = \frac{4.3.2!}{2!.2!} = 6\ cara$	2
	Jadi, total cara pemilihan hewan tersebut adalah 20 x 6 = 120 cara	1
		5
6	Diketahui : $P_{siklis} = (n-1)!$ 3 orang tidak boleh berdekatan, maka 5 orang bisa duduk secara melingkar, sehingga: $P_{siklis} = (5-1)! = 4! = 24$	3
	Misalkan A,B,C tidak boleh berdekatan A = 5 kemungkinan. B = 4 kemungkinan. Karena salah satu sudah ditempati A C = 3 kemungkinan. 2 tempat sudah ditempati oleh A dan B. Sehingga diperoleh A,B dan C duduk tidak berdekatan adalah 4! x 5 x 4 x 3 = 1440 cara	3
		6

REFERENSI

- Indriyastutu, & Rosihan. (2019. Perspektif Matematika untuk kelas XII SMA dan MA. Solo. PT Tiga Serangkai Pustaka Mandiri.
- Pesta, & Anwar, C. (2008). BSE Matematika Aplikasi untuk SMA dan MA Kelas XII Program Studi Ilmu Alam. Jakarta: Pusat Perbukuan Depdiknas.
- Kasmina & Toali. (2018). Matematika untuk SMK/MAK kelas XI. Jakarta: Erlangga
- https://www.youtube.com/watch?v=0sZsVM5SzQI
- https://www.youtube.com/watch?v=1Jn0C7Sn-RE&t=57s
- https://www.youtube.com/watch?v=HvrIw50hEjs&t=28s
- https://bit.ly/3dE7rbE
- https://bit.ly/3k9EruX
- https://bit.ly/2FDbUP9
- https://bit.ly/3key49y
- https://bit.ly/3o19L16