



REPUBLIK INDONESIA
KEMENTERIAN HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA

SURAT PENCATATAN CIPTAAN

Dalam rangka perlindungan ciptaan di bidang ilmu pengetahuan, seni dan sastra berdasarkan Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta, dengan ini menerangkan:

Nomor dan tanggal permohonan : EC00202134540, 23 Juli 2021

Pencipta

Nama : **Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd, Dr. In In Supianti, M.Pd dkk**

Alamat : Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu, Bandung, JAWA BARAT, 40287

Kewarganegaraan : Indonesia

Pemegang Hak Cipta

Nama : **Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd, Dr. In In Supianti, M.Pd dkk**

Alamat : Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu, Bandung, JAWA BARAT, 40287

Kewarganegaraan : Indonesia

Jenis Ciptaan : **Modul**

Judul Ciptaan : **Barisan Dan Deret**

Tanggal dan tempat diumumkan untuk pertama kali di wilayah Indonesia atau di luar wilayah Indonesia : 22 Juli 2021, di Bandung

Jangka waktu perlindungan : Berlaku selama hidup Pencipta dan terus berlangsung selama 70 (tujuh puluh) tahun setelah Pencipta meninggal dunia, terhitung mulai tanggal 1 Januari tahun berikutnya.

Nomor pencatatan : 000261368

adalah benar berdasarkan keterangan yang diberikan oleh Pemohon.

Surat Pencatatan Hak Cipta atau produk Hak terkait ini sesuai dengan Pasal 72 Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta.

a.n. MENTERI HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA
DIREKTUR JENDERAL KEKAYAAN INTELEKTUAL



Dr. Freddy Harris, S.H., LL.M., ACCS.
NIP. 196611181994031001

Disclaimer:

Dalam hal pemohon memberikan keterangan tidak sesuai dengan surat pernyataan, menteri berwenang untuk mencabut surat pencatatan permohonan.

LAMPIRAN PENCIPTA

No	Nama	Alamat
1	Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu
2	Dr. In In Supianti, M.Pd	Komp. Permata Biru Blok E No 54 RT 005 RW 019 Kel. Cinunuk Kec. Cileunyi
3	Dahlia fisher, ST., S.Pd., M. Pd	Jl. Kadipaten Raya No. 55 RT 003 RW 003 Kel Antapani Kidul Kec Antapani
4	Susilawati, M.Pd	Desa Matangaji Blok Sijambu RT/RW 002/002

LAMPIRAN PEMEGANG

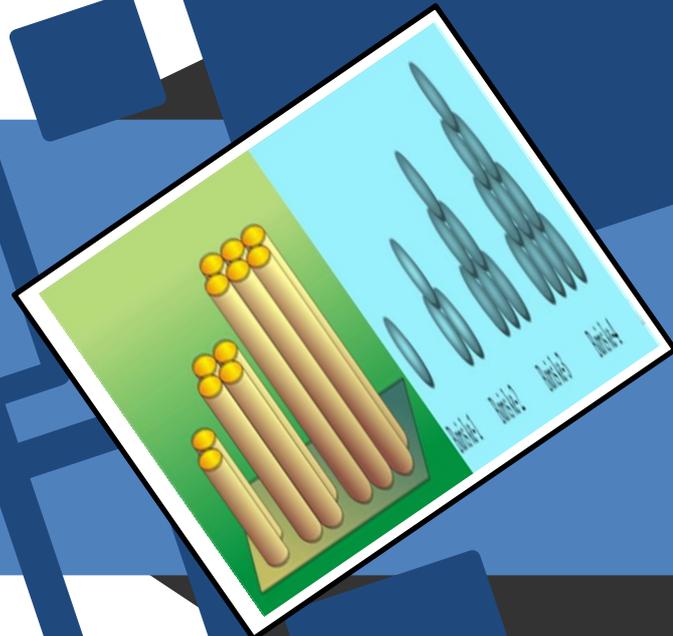
No	Nama	Alamat
1	Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu
2	Dr. In In Supianti, M.Pd	Komp. Permata Biru Blok E No 54 RT 005 RW 019 Kel. Cinunuk Kec. Cileunyi
3	Dahlia fisher, ST., S.Pd., M. Pd	Jl. Kadipaten Raya No. 55 RT 003 RW 003 Kel Antapani Kidul Kec Antapani
4	Susilawati, M.Pd	Desa Matangaji Blok Sijambu RT/RW 002/002



MODUL MATEMATIKA

BARISAN DAN DERET

2021



PENULIS :

Prof. Dr. Hj. Poppy Yaniawati, M.Pd.

Dr. In in Supianti, M.Pd.

Dahlia Fisher, ST, S.Pd., M.Pd.

Susilawati, M,Pd.

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirahim

Segala puji kita panjatkan kehadirat Allah swt, berkat iman dan islam kita masih diberikan kemudahan dalam hidup, sholawat serta salam kita curahkan kepada Nabi Muhammad saw, kepada para sahabat, hingga kepada kita selaku umatnya.

Modul ini disusun sebagai salah satu bahan ajar untuk digunakan pada pembelajaran matematika di sekolah pada jenjang SMA/SMK/MA

Dalam modul ini disajikan materi peluang secara sederhana dan mudah dimengerti, yang disertai contoh dalam kehidupan sehari-hari. Simbol, gambar dan tabel untuk mempermudah dalam memahami materi yang sedang dipelajari, modul ini juga dilengkapi dengan lembar kerja siswa dan test kemampuan berpikir kreatif.

sesuai dengan tujuan pendidikan Indonesia Semoga modul ini dapat meningkatkan kemampuan berpikir kreatif juga kemandirian belajar siswa dan memotivasi literasi siswa.

Akhir kata kami ucapkan terimakasih atas bantuan dan dukungan kepada semua pihak yang telah membantu menyelesaikan modul ini

Cirebon, 19 Juli 2021

DAFTAR ISI

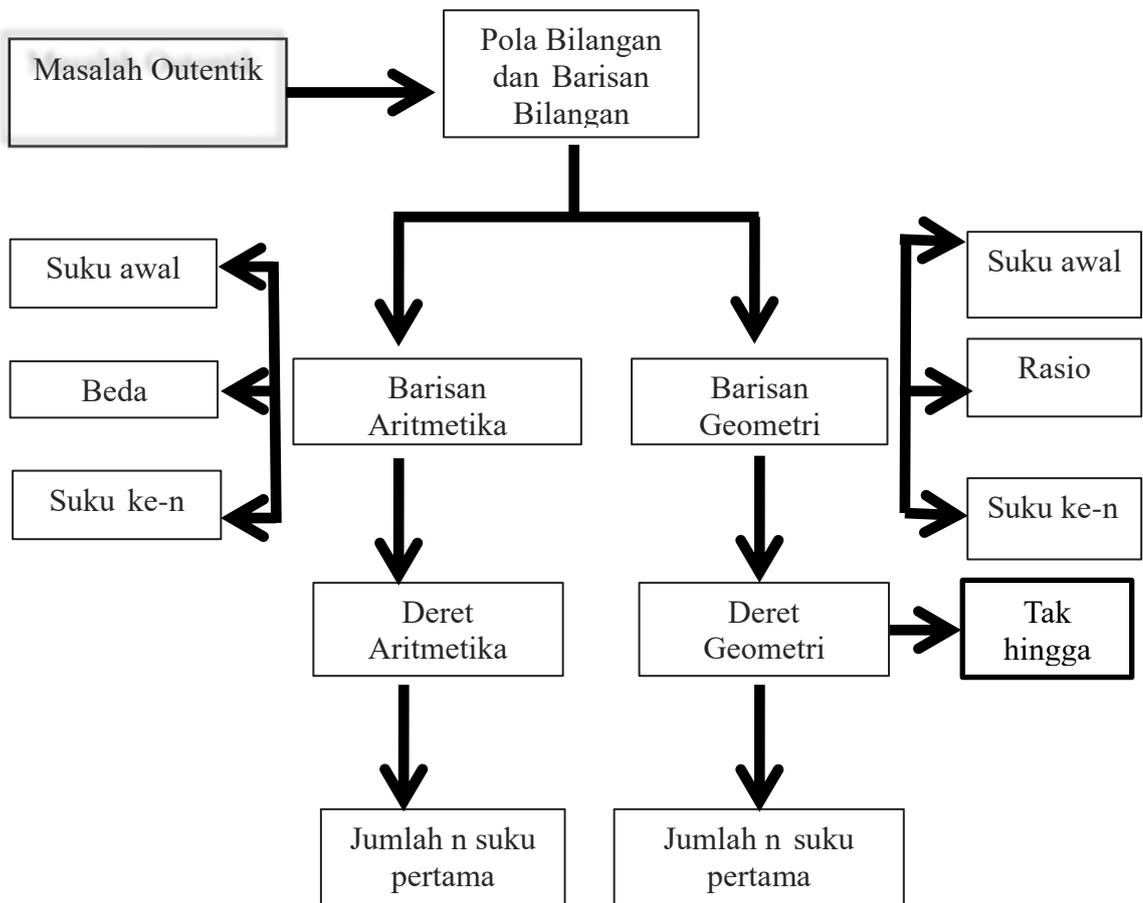
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
KOMPETENSI DASAR	1
PETA KONSEP	1
SEJARAH	2
A. BARISAN DAN DERET ARITMETIKA	3
TUJUAN PEMBELAJARAN.....	3
MASALAH KONTEKSTUAL.....	3
1. BARISAN ARITMETIKA	5
2. DERET ARITMATIKA.....	12
RINGKASAN.....	14
QUIZ.....	15
B. BARISAN DAN DERET GEOMETRI	18
TUJUAN PEMBELAJARAN.....	18
MASALAH KONTEKSTUAL.....	19
1. BARISAN GEOMETRI.....	19
2. DERET GEOMETRI	26
3. DERET GEOMETRI TAK TERHINGGA	30
RINGKASAN.....	35
QUIZ.....	36
POSTEST	40
REFERENSI	43

BARISAN DAN DERET

KOMPETENSI DASAR

1. Menggeneralisasi pola bilangan dan jumlah pada barisan Aritmetika dan Geometri
2. Menggunakan pola barisan aritmetika atau geometri untuk menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual

PETA KONSEP



SEJARAH



Leonardo da Pisa atau Leonardo Pisano (1175 – 1250), dikenal juga sebagai Fibonacci, adalah seorang matematikawan Italia yang dikenal sebagai penemu bilangan Fibonacci dan perannya dalam mengenalkan sistem penulisan dan perhitungan bilangan Arab ke dunia Eropa (algorisma). Leonardo adalah orang yang memperkenalkan deret. Pada 1202, di usia 27, ia menuliskan apa yang telah dipelajari dalam buku Liber Abaci, atau Buku Perhitungan. Buku ini menunjukkan kepraktisan sistem bilangan Arab dengan cara menerapkannya ke dalam pembukuan dagang, konversi berbagai ukuran dan berat, perhitungan bunga, pertukaran uang dan berbagai aplikasi lainnya. Buku ini disambut baik oleh kaum terpelajar Eropa, dan menghasilkan dampak yang penting kepada pemikiran Eropa, meski penggunaannya baru menyebarluas setelah ditemukannya percetakan sekitar tiga abad berikutnya.

A. BARISAN DAN DERET ARITMETIKA

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa dapat menemukan konsep barisan aritmetika
2. Siswa dapat menemukan konsep deret aritmetika
3. Siswa dapat menentukan suku ke-n barisan aritmetika
4. Siswa dapat menentukan jumlah n suku pertama deret aritmetika
5. Siswa dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan baris dan deret aritmetika

MASALAH KONTEKSTUAL



Sumber animasi :
<https://images.app.goo.gl/ACZd9tuNPUx8pswb7>

Konsep barisan dan deret dapat digunakan dalam dunia bisnis dan ekonomi. Misalnya:

Anisa adalah seorang perajin batik di Cirebon. Dia dapat menyelesaikan 6 helai kain batik ukuran 2,4 m x 1,5 m selama 1 bulan. Permintaan kain batik terus bertambah sehingga Anisa harus menyediakan 9 helai kain batik pada bulan kedua dan 12 helai pada bulan ketiga. Dia menduga, jumlah kain batik untuk bulan berikutnya akan 3 lebih banyak dari bulan sebelumnya. Dengan pola pekerjaan tersebut, pada bulan berapakah Anisa menyelesaikan 18 helai kain batik?

Nah masalah di atas dapat diselesaikan dengan konsep barisan aritmetika loh. Dari masalah tersebut dapat dituliskan jumlah kain batik sejak bulan pertama seperti di bawah ini :

Bulan pertama : 6

Bulan kedua : $6 + 1.3 = 9$

Bulan ketiga : $6 + 2.3 = 12$

Bulan keempat : $6 + 3.3 = 15$

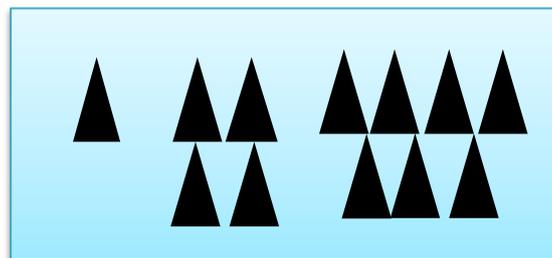
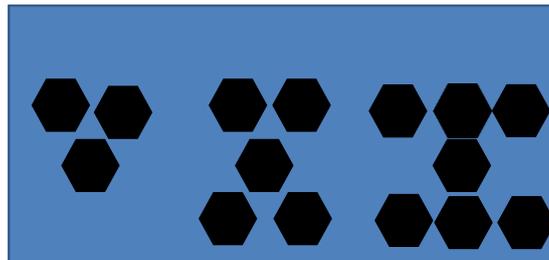
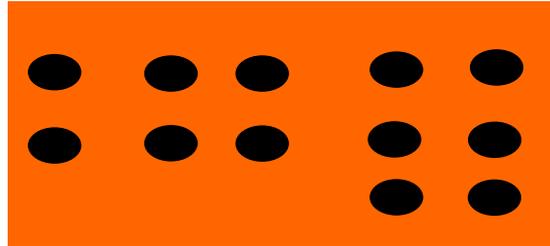
Bulan kelima : $6 + 4.3 = 18$

Dan seterusnya

1. BARISAN ARITMETIKA

Yuk kita simak dan amati masalah di bawah ini!

a. Masalah 1



Penyelesaian :

Perhatikan gambar lingkaran, segitiga dan segi-6 di atas! Bagaimana polanya?

Jika kita tuliskan maka terbentuk pola :

- 1) Lingkaran : 2, 4, 6
- 2) Segitiga : 1, 4, 7
- 3) Segi-6 : 3, 5, 7

b. Masalah 2

Pak Anwar pergi ke kantor menggunakan taxi. Tarif awal Rp. 13.000 dan argonya Rp. 7.000/km. Jarak dari rumah Pak Anwar ke kantor 4 Km. Berapakah ongkos taxi yang harus dibayar oleh Pak Anwar?



Sumber animasi : situsgambarfoto.blogspot.com

Penyelesaian :

Diketahui bahwa :

Tarif Awal : 13.000

$$1 \text{ Km} : 13.000 + 7.000 = 20.000$$

$$2 \text{ Km} : 20.000 + 7.000 = 27.000$$

$$3 \text{ Km} : 27.000 + 7.000 = 34.000$$

$$4 \text{ Km} : 34.000 + 7.000 = \mathbf{41.000}$$

Sehingga ongkos yang harus dibayar oleh Pak Anwar adalah Rp. 41.000

c. Masalah 3

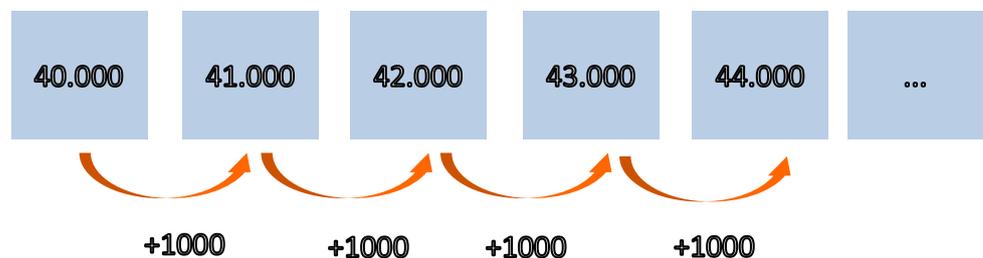


Sumber gambar <https://images.app.goo.gl/hf7FyNK8aGuoFzcVA>

Aira diberi uang saku oleh orang tuanya setiap minggu sebesar Rp. 40.000,00. Jika setiap minggu uang sakunya bertambah Rp. 1000,00 maka tentukan uang saku pada minggu ke-5?

Penyelesaian :

Uang saku Aira dari minggu ke minggu kita tuliskan sebagai berikut.



Jika dilihat dari gambar di atas maka uang saku pada minggu ke-5 adalah Rp. 44.000.

Jika kita perhatikan bilangan – bilangan pada permasalahan di atas, bilangan-bilangan tersebut dapat kita susun berbentuk 40.000, 41.000, 42.000, 43.000, 44.000, Mempunyai pola dari urutan pertama, kedua, ketiga, keempat dan seterusnya. Pola bilangan tersebut diperoleh dari bilangan sebelumnya ditambah 1.000. Bilangan-bilangan yang disusun berurut dengan aturan tertentu itulah dikenal dengan nama **barisan bilangan**.

Supaya tambah paham yuk kita perhatikan kembali masalah tentang barisan.

1) 1,4,7,10,13,...

2) 2,8,14,20,...

3) 30,25,20,15,...

Yuk kita tinjau satu-satu :

1) 1, 4, 7, 10, 13,...

Pada barisan ini, suku berikutnya diperoleh dari suku sebelumnya ditambah 3

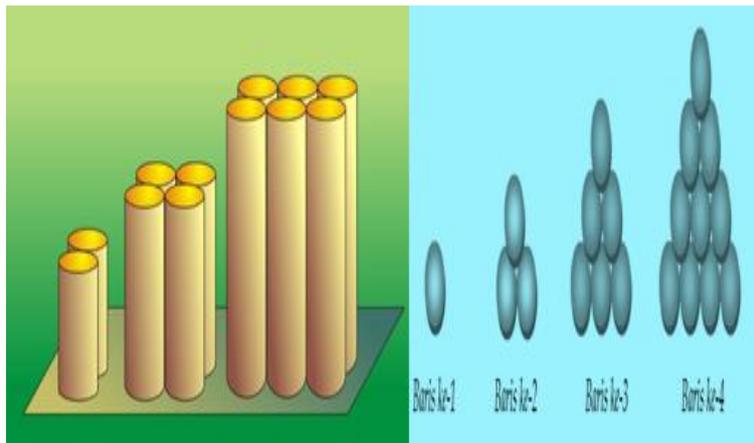
2) 2, 8, 14, 20,...

Pada barisan ini, suku berikutnya diperoleh dari suku sebelumnya ditambah 6

3) 30, 25, 20, 15, ...

Pada barisan ini, suku berikutnya diperoleh dari suku sebelumnya dikurang 5.

Nah Barisan seperti di atas dinamakan **barisan aritmetika**.



Nah dari masalah 1 sampai 3 yuk kita ambil kesimpulan :

1. Apa kalian bisa mendefinisikan apa itu Barisan Aritmetika?
2. Bisakah kalian membuat rumus untuk barisan aritmetika?

Barisan aritmatika adalah baris yang nilai setiap sukunya didapatkan dari suku sebelumnya melalui **penjumlahan** atau **pengurangan** dengan suatu bilangan. Selisih atau beda antara nilai suku-suku yang berdekatan selalu sama yaitu ***b***. Nilai suku pertama dilambangkan dengan ***a***.

Jika $U_1 = a, U_2, U_3, \dots, U_n, \dots$ merupakan barisan aritmatika, maka unsur ke n dari barisan itu dapat diturunkan dengan cara berikut :

$$U_1 = a$$

$$U_2 = a + b$$

$$U_3 = U_2 + b = (a + b) + b = a + 2b$$

$$U_4 = U_3 + b = (a + 2b) + b = a + 3b$$

⋮

$$U_n = a + (n-1) \cdot b$$

Jadi untuk mengetahui nilai suku ke- n dari suatu barisan aritmatika dapat dihitung dengan rumus:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Keterangan :

U_n = Suku ke- n

a = Suku pertama

n = Banyaknya suku

b = Beda

Contoh 1

Diketahui barisan aritmetika 2, 6, 10, 14, 18,... Tentukan :

a. Rumus suku ke- n barisan tersebut:

b. Nilai dari suku ke-19

Penyelesaian :

Diketahui : barisan aritmetika 2, 6, 10, 14, 18,...

$$a = 2 ; b = 6 - 2 = 4$$

Ditanyakan :

- a. Rumus suku ke-n barisan tersebut?
- b. Nilai dari suku ke-19?

Jawab :

- a. Maka rumus suku ke-n :

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_n = 2 + (n-1)4$$

$$U_n = 2 + 4n - 4$$

$$U_n = 4n - 2$$

- b. Suku ke-19

$$U_{19} = 4 \cdot 19 - 2$$

$$U_{19} = 74$$

Jadi suku ke-19 dari barisan aritmatika adalah 74

Contoh 2

Suku pertama dari barisan aritmatika adalah 3 dan bedanya adalah 4, suku ke-10 barisan aritmatika tersebut adalah...

Penyelesaian :

Diketahui : $a = 3, b = 4$

Ditanyakan : suku ke-10?

Jawab :

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_{10} = 3 + (10-1)4$$

$$U_{10} = 39$$

Jadi suku ke-10 dari barisan aritmatika adalah 39

Contoh 3

Dalam suatu gedung pertunjukan disusun kursi dengan baris paling depan terdiri dari 12 kursi., baris kedua berisi 14 kursi, baris ketiga berisi 16 kursi dan seterusnya. Banyaknya kursi pada baris ke-20 adalah...

Penyelesaian :

Diketahui :

kursi baris pertama = 12 , $U_1 = a = 12$



kursi baris kedua = 14 , $U_2 = 14$



kursi baris ketiga = 16, $U_3 = 16$



Ditanyakan : Banyaknya kursi pada baris ke-20 ?

Jawab : $U_1 = 12$

$U_2 = 14$

$U_3 = 16$

$b = U_2 - U_1 = 14 - 12 = 2$

$U_n = a + (n - 1)b$

$U_{20} = 12 + (20 - 1)2$

$U_{20} = 12 + (19)2$

$U_{20} = 12 + 38$

$U_{20} = 50$

Jadi banyaknya kursi pada baris ke 20 adalah sebanyak 50 kursi

2. DERET ARITMATIKA

Deret aritmatika berkaitan dengan barisan aritmatika.

Deret aritmetika adalah penjumlahan suku-suku dari suatu barisan aritmatika.

Deret aritmetika disimbolkan dengan S_n . Bisa kita tuliskan sebagai berikut:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

Keterangan :

S_n = Jumlah n suku pertama

U_n = Suku ke-n

Coba kita amati permasalahan berikut

Diketahui barisan aritmetika 2, 5, 8, 11, 14. Tentukan jumlah kelima barisan aritmetika tersebut!

Penyelesaian :

Jumlah barisan aritmetika 2, 5, 8, 11, 14 dapat dituliskan sebagai berikut :

$$S_5 = 2 + 5 + 8 + 11 + 14$$

$$S_5 = 14 + 11 + 8 + 5 + 2 \quad +$$

$$2S_5 = 16 + 16 + 16 + 16 + 16$$

$$S_{25} = 80$$

$$S_5 = \frac{80}{2}$$

$$S_5 = 40$$

Jadi Jumlah barisan aritmetika 2, 5, 8, 11, 14 adalah 40



Setelah kalian amati contoh di atas. Apa yang kalian bisa simpulkan untuk mencari jumlah dari barisan aritmetika? Dapatkah kalian menentukan Rumus Deret aritmetika tersebut?

Rumus Deret Aritmetika

$$S_n = \frac{1}{2} n (a + U_n)$$

Atau

$$S_n = \frac{1}{2} n (2a + (n - 1)b)$$

Keterangan :

S_n = Jumlah n suku pertama

a = Suku pertama

b = Beda

n = Banyaknya suku

Untuk pembuktian rumus deret aritmatika, mari kita simak vidio di link berikut:

<https://www.youtube.com/watch?v=Vlhm8QV7AyI>

Di klik ya link nya..

Contoh 1

Supaya lebih paham kita perhatikan contoh berikut:

Carilah jumlah 100 suku pertama dari deret

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots$$

Penyelesaian :

Diketahui :

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$n = 100$$

Ditanyakan : S_{100} ?

Jawab :

$$S_n = \frac{1}{2} n (2a + (n - 1)b)$$

$$S_{100} = \frac{1}{2} 100 (2 \cdot 2 + (100 - 1)2)$$

$$S_{100} = 50 (4 + (99)2)$$

$$S_{100} = 50 (4 + 198)$$

$$S_{100} = 50 (202)$$

$$S_{100} = 50 (4 + 198)$$

$$S_{100} = 10.100$$

Jadi jumlah 100 suku pertama dari deret tersebut adalah 10.100

Contoh 2



Seorang pemilik kebun memetik jeruk setiap hari, kemudian mencatat banyak jeruk yang dipetik. Ternyata pada hari pertama memperoleh hasil sebanyak 75 buah. Hari kedua dia memperoleh 125 buah. Tentukan jumlah jeruk yang dipetik selama 20 hari pertama. Jumlah jeruk yang dipetik mengikuti pola barisan aritmatika.

Penyelesaian :

Diketahui :

$$a = 75$$

$$b = 125 - 75 = 50$$

$$n = 20$$

Ditanyakan : Jumlah jeruk yang dipetik selama 20 hari ?

Jawab :

$$S_n = \frac{1}{2} n (2a + (n - 1)b)$$

$$S_{20} = \frac{1}{2} 20 (2 \cdot 75 + (20 - 1)50)$$

$$S_{20} = 10 (150 + (19)50)$$

$$S_{20} = 10 (150 + 950)$$

$$S_{20} = 10 (1.100)$$

$$S_{20} = 11.000$$

Jadi jumlah jeruk yang dipetik selama 20 hari adalah 11.000 buah.

Contoh 3

Untuk contoh no. 3 yuk kita simak vidiodi link berikut ini. Klik link nya ya :

<http://youtu.be/HSjdIvPp6Jc>

RINGKASAN

- Barisan aritmetika memiliki pola (aturan) yaitu selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap.

- Deret aritmetika adalah penjumlahan suku-suku dari suatu barisan aritmatika
- Rumus suku ke-n barisan aritmetika dan jumlah n suku pertama deret aritmetika dirumuskan sebagai berikut :

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$S_n = \frac{1}{2} n (2a + (n - 1)b)$$

Dimana U_n = suku ke-n

S_n = jumlah n suku pertama

a = suku pertama

b = beda

n = banyaknya suku

QUIZ

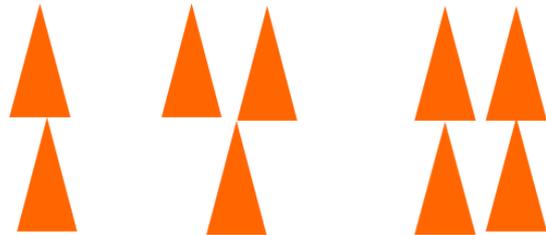
1. Jumlah empat suku suatu deret aritmetika adalah 28, sedangkan jumlah kuadrat suku-suku tersebut adalah 216. maka suku-suku tersebut adalah
 - a. 2,6,8,12
 - b. 4,6,8,10

- c. 0,6,10,12
 - d. -2,8,10,12
 - e. -4,0,12,20
2. Suatu barisan aritmatika mempunyai suku ke-n dirumuskan sebagai $U_n = 4n - 5$. Beda dari barisan itu adalah...
- a. 3
 - b. 4
 - c. $\frac{1}{4}$
 - d. $\frac{1}{3}$
 - e. 12
3. Suhendar bekerja di perusahaan dengan kontrak selama 10 tahun dengan gaji awal Rp. 1.600.000,00. Setiap tahun Suhendar mendapat kenaikan gaji berkala sebesar Rp 200.000,00. Total seluruh gaji yang diterima Suhendar hingga menyelesaikan kontrak kerja adalah
- a. Rp. 25.800.000,00
 - b. Rp. 25.200.000,00
 - c. Rp. 25.000.000,00
 - d. Rp. 18.800.000,00
 - e. Rp. 18.000.000,00
4. Jumlah n suku pertama deret aritmetika dinyatakan dengan $S_n = n^2 + 5n$. Suku ke-20 deret aritmetika tersebut adalah
- a. 44
 - b. 42
 - c. 40
 - d. 38
 - e. 36
5. Seseorang mempunyai sejumlah uang yang akan diambil setiap bulan. Besar pengambilan mengikuti aturan barisan aritmetika. Pada bulan pertama diambil Rp. 100.000,00, bulan kedua Rp. 925.000,00, bulan ketiga Rp. 850.000,00 demikian seterusnya. Maka jumlah uang yang telah diambil selama 12 bulan pertama adalah
- a. Rp. 6.150.000,00
 - b. Rp. 6.500.000,00
 - c. Rp. 7.000.000,00
 - d. Rp. 7.050.000,00

- e. Rp. 7.500.000,00
6. Suatu barisan aritmetika diketahui $U_2 = 7$ dan $U_6 = 19$. suku ke $- 8$ dari barisan aritmetika tersebut adalah
- 25
 - 26
 - 28
 - 31
 - 34

7. Segitiga tersebut tersusun atas batang-batang lidi. Banyak batang lidi pada pola ke-17 adalah..

- 45
- 49
- 54
- 59
- 65



8. Keuntungan seorang pedagang bertambah setiap bulannya dengan jumlah yang sama. Jika keuntungan pada bulan pertama sebesar Rp. 46.000,00 dan pertambahan keuntungan setiap bulannya Rp.18.000,00, maka jumlah keuntungan sampai bulan ke-12 adalah
- Rp. 1.740.000,00
 - Rp. 1.750.000,00
 - Rp. 1.940.000,00
 - Rp. 1.950.000,00
 - Rp. 2.000.000,00
9. Diketahui jumlah tiga bilangan genap berurutan 114. Maka bilangan terbesar dan terkecil nya adalah
- 40 dan 36
 - 38 dan 36
 - 40 dan 38
 - 42 dan 36
 - 42 dan 40

10. Suku pertama suatu barisan aritmatika adalah 5. diketahui suku kesepuluh adalah dua kali suku keempat. Jumlah sepuluh suku pertama barisan berikut adalah...

- a. 125
- b. 150
- c. 175
- d. 200
- e. 225



Sumber gambar : Nurtsawaabit.wordpress.com

B. BARISAN DAN DERET GEOMETRI

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa dapat menemukan konsep barisan geometri
2. Siswa dapat menemukan konsep deret geometri

3. Siswa dapat menentukan suku ke- n barisan geometri
4. Siswa dapat menentukan jumlah n suku pertama deret geometri
5. Siswa dapat menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan baris dan deret geometri

MASALAH KONTEKSTUAL



Sumber gambar :
<https://images.app.goo.gl/RvHShx4CorUuziNY6>

Konsep barisan dan deret dapat digunakan dalam dunia perbankan Misalnya:

Pak Suherman kredit sebuah mobil dengan uang muka Rp.20.000.000. Sisa kreditnya adalah Rp. 45.000.000 dengan suku bunga kredit 2% per bulan dalam jangka waktu 3 tahun. Untuk menentukan jumlah kredit setelah jatuh tempo atau untuk mengetahui jumlah harga mobil dapat menggunakan konsep barisan dan deret.

1. BARISAN GEOMETRI

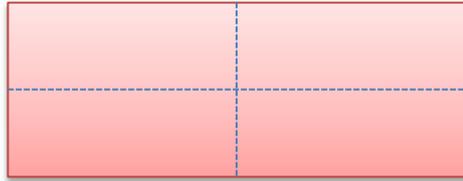
Coba perhatikan permasalahan ini

- 1) Seandainya kalian mempunyai satu lembar uang kertas
- 2) Kemudian kalian melipat kertas tersebut satu kali



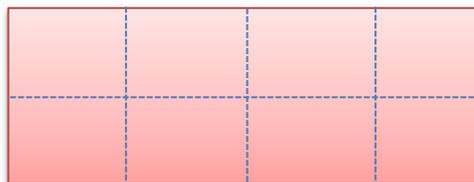
Berapa banyak bagian (kotak) yang terbentuk pada kertas itu? 2

3) Kemudian kalian melipat kertas tersebut dua kali



Berapa banyak bagian (kotak) yang terbentuk pada kertas itu? 4

4) Jika kalian melipat kertas tersebut tiga kali



Berapa banyak bagian (kotak) yang terbentuk pada kertas itu? 8

Nah sekarang bagaimana kalau kalian melipatnya sebanyak n kali?



Dari kegiatan melipat kertas yang telah dilakukan, diperoleh suatu barisan bilangan, sebagai berikut :

1 , 2 , 4 , 8 , ...

Barisan bilangan tersebut merupakan salah satu contoh dari **barisan geometri**.

Masih ingatkah kalian dengan pola bilangan?

Bagaimanakah pola bilangan dari barisan tersebut???

Yuk kita perhatikan barisan berikut!

20



Suku ke-1 : $U_1 = 1 = 2^0$

Suku ke-2 : $U_2 = 2 = 2^1$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{2}{1} = \frac{2^1}{2^0} = 2$$

Suku ke-2 : $U_2 = 2 = 2^1$

Suku ke-3 : $U_3 = 4 = 2^2$

$$\frac{U_3}{U_2} = \frac{4}{2} = \frac{2^2}{2^1} = 2$$

Syarat Barisan Geometri

Suatu barisan bilangan dengan suku-suku :

$$U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$$

Disebut sebagai barisan geometri apabila memenuhi syarat bahwa:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \text{konstan}$$

Nilai konstan ini disebut dengan perbandingan atau **Rasio**.

Pengertian Barisan Geometri

Berdasarkan syarat/ciri barisan geometri yang telah dikemukakan diawal, maka :



Sumber gambar : <https://images.app.goo.gl/157Xrz624w51FmE88>

Coba jelaskan pengertian Barisan Geometri dengan kata-kata kalian sendiri.

Barisan Geometri adalah suatu barisan dengan perbandingan (rasio) antara dua suku yang berurutan selalu tetap.

Perhatikan kembali barisan geometri berikut :

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 4 & 8 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1(2)^0 & 1(2)^1 & 1(2)^2 & 1(2)^3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a(r)^0 & a(r)^1 & a(r)^2 & a(r)^3 \end{array}$$

Apa yang bisa kalian simpulkan dari bilangan di atas?



Sumber gambar : <https://images.app.goo.gl/jAyJUtk7JoYpKyK9>

Suatu barisan geometri dengan suku – suku

$$U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$$

dapat dituliskan dalam bentuk umum :

$$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots, U_n$$

Keterangan :

a = suku pertama

r = rasio

Yuk kita tinjau bentuk umum Barisan geometri berikut :

$$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots, U_n$$

$$\text{Suku ke-1 : } U_1 = a = ar^0 \quad \longrightarrow \quad ar^{(1-1)}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{Suku ke-2 : } U_2 = ar = ar^1 & \longrightarrow & ar^{(2-1)} \\
 \text{Suku ke-3 : } U_3 = ar^2 & \longrightarrow & ar^{(3-1)} \\
 \text{Suku ke-n : } U_n & \longrightarrow & ar^{(n-1)}
 \end{array}$$



Sumber gambar : pinterest.com

Dengan bentuk umum barisan geometri :

$$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots, U_n$$

Maka Rumus suku ke-n barisan geometri adalah

$$U_n = ar^{(n-1)}$$

Dengan :

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Keterangan :

a = suku pertama

r = rasio

n = banyaknya suku

Contoh 1

Diketahui barisan geometri: 3, 9, 27, 81, ...

Tentukan :

- a) Suku pertama
- b) Rasio
- c) Rumus Suku ke-n
- d) Suku ke-10

Penyelesaian :

Diketahui : 3, 9, 27, 81, ...

Ditanyakan :

- a) a
- b) r
- c) U_n

U_{10}

Jawab :

- a) $U_1 = a = 3$
- b) $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{9}{3} = 3$
- c) $U_n = 3 \cdot r^{(n-1)}$
- d) $U_{10} = 3 \cdot 3^{(10-1)}$
 $= 3 \cdot 3^9$
 $= 3^{10}$

Contoh 2

Dua orang anak sedang melakukan percobaan matematika dengan menjatuhkan sebuah bola dari lantai dua rumah mereka. Ketinggian bola dijatuhkan adalah 9 meter dari atas tanah. Dari pengamatan, diketahui bahwa pantulan bola mencapai

$\frac{8}{9}$ dari tinggi pantulan sebelumnya. Ketinggian bola setelah pantulan ke-5 yang paling mendekati adalah...

Diketahui :

$$U_1 = 9 \times \frac{8}{9} = 8$$

$$r = \frac{8}{9}$$

Ditanyakan : U_5 ?

Jawab :

$$U_n = a \cdot r^{(n-1)}$$

$$U_5 = 8 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{(5-1)}$$

$$= 8 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^4$$

$$= 8 \cdot \frac{4096}{6561}$$

$$= 8 \cdot (0,624)$$

$$= 4,99 \text{ m} \approx 5 \text{ m}$$

∴ Ketinggian bola setelah pantulan ke – 5 yang paling mendekati adalah 5 m

Contoh 3

Untuk contoh no. 3 yuk kita simak vidiodi link berikut ini. Klik link nya ya : <http://youtu.be/HXTawbGQa4Y>

2. DERET GEOMETRI

Deret geometri adalah penjumlahan dari masing-masing suku dari suatu barisan geometri. Deret Geometri dituliskan sebagai berikut :

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

Atau

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{(n-1)}$$

Jika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ merupakan barisan geometri dengan suku pertama (a) dan rasio (r), maka jumlah n suku barisan geometri dinyatakan dengan rumus :

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{untuk } r \neq 1 \text{ dan } r > 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{1 - r} \quad \text{untuk } r \neq 1 \text{ dan } r < 1$$

Keterangan :

S_n = jumlah n suku barisan

a = suku pertama

r = rasio

n = banyaknya suku

Contoh 1

Hitunglah jumlah enam suku pertama deret geometri

$$2 + 6 + 18 + \dots$$

Penyelesaian :

Diketahui :

$$a = 2$$

$$r = \frac{6}{2} = 3$$

$$n = 6$$

Ditanyakan : S_6 ?

Jawab :

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_6 = \frac{2(3^6 - 1)}{3 - 1}$$

$$S_6 = \frac{2(729 - 1)}{3 - 1}$$

$$S_6 = 728$$

Jadi jumlah enam suku pertama deret geometri itu adalah 728

Contoh 2

Hitunglah jumlah enam suku pertama deret geometri $2 + 6 + 18 + \dots$

Penyelesaian:

Diketahui: $a = 2$

$$r = \frac{6}{2} = 3$$

$$n = 6$$

Ditanyakan : S_6 ?

Jawab:

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_6 = \frac{2(3^6 - 1)}{3 - 1}$$

$$S_6 = \frac{2(729 - 1)}{3 - 1}$$

$$S_6 = 728$$

Jadi jumlah enam suku pertama deret geometri itu adalah 728

Contoh 3

Sebatang kayu dipotong menjadi 5 bagian, dengan potongan terpendek 5 cm dan potongan terpanjang 80 cm. Panjang kayu sebelum di potong adalah...

Penyelesaian :

Diketahui : $U_1 = a = 5$

$$U_5 = 80$$

Ditanyakan : Panjang kayu sebelum di potong ?

Jawab :

Untuk $a = 5$ disubstitusikan ke dalam persamaan :

$$U_5 = a \cdot r^{(5-1)}$$

$$80 = 5 \cdot r^{(5-1)}$$

$$80 = 5 \cdot r^4$$

$$\frac{80}{5} = r^4$$

$$16 = r^4 = \sqrt[4]{16} = 2$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_5 = \frac{5(2^5 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_5 = \frac{5(32 - 1)}{1}$$

$$S_5 = 5 \cdot 31 = 155$$

Jadi, panjang kayu sebelum di potong adalah 155 cm

3. DERET GEOMETRI TAK TERHINGGA

Sebelum kalian mempelajari materi deret geometri tak hingga, kita simak dulu contoh problem di bawah ini. Aisyah menjatuhkan bola bekel dari atas meja setinggi 60 cm. Jelas bahwa bola bekel akan memantul sampai akhirnya berhenti. Pantulan bola pertama pasti lebih tinggi dari pantulan kedua, pantulan kedua lebih tinggi dari pantulan ketiga, dan seterusnya.



Sumber gambar : <https://images.app.goo.gl/xkf7EKoXzfWm6Kio8>

Setelah diamati, ternyata setiap kali bola memantul, tingginya menjadi $\frac{1}{2}$ kali dari tinggi pantulan sebelumnya. Aisyah semakin penasaran, kira-kira berapa panjang lintasan bola dari awal memantul sampai berhenti? Apakah kamu ingin membantu Aisyah? Bagaimana caranya?

Ternyata, Aisyah bisa menghitung panjang lintasan bola menggunakan deret geometri tak hingga, lho. Ayo segera bantu Aisyah menghitung panjang lintasan bola dengan menggunakan deret geometri tak hingga.

Deret geometri tak hingga adalah deret geometri yang banyak suku-sukunya tak hingga. Deret geometri tak hingga terdiri dari 2 jenis, yaitu konvergen dan divergen.

1) Deret geometri tak hingga konvergen

Jika deret geometri tak hingga dengan $-1 < r < 1$ atau $|r| < 1$ maka jumlah deret geometri tak hingga tersebut mempunyai limit jumlah. Untuk jumlah tak hingga nya dirumuskan sebagai berikut.

$$S_{\infty} = \frac{a}{1 - r}$$

dengan S_{∞} = jumlah deret geometri tak hingga

a = suku pertama

r = rasio

2) Deret geometri tak hingga Divergen

Divergen artinya menyebar. Deret geometri tak hingga yang divergen berarti deret geometri tak hingga yang tidak terbatas jumlahnya. Syarat deret geometri tak hingga yang divergen adalah $r < -1$ atau $r > 1$. Untuk jumlah tak hingganya dirumuskan sebagai berikut.

$$S_{\infty} = \frac{a}{1 - r}$$

dengan S_{∞} = jumlah deret geometri tak hingga

a = suku pertama

r = rasio

Setelah kalian mempelajari konsep dasar deret geometri tak hingga, apakah kalian ready untuk membantu Aisyah menghitung panjang lintasan bola? Jika sudah siap...Let's go!

Dari contoh problem di atas, kalian coba tentukan dulu apa saja besaran yang diketahui.

Diketahui :

Tinggi meja Aisyah anggap sebagai $a = 60$ cm

Rasio Pantulan = $r = \frac{1}{2}$

Ditanyakan : S_{∞} ?

Jawab :

Kira-kira, barisan yang dibentuk oleh pantulan bola bekel milik Aisyah termasuk konvergen atau divergen ya?

Untuk tahu, coba cek rasionya!

$$\text{Rasio Pantulan} = r = \frac{1}{2} = 0,5$$

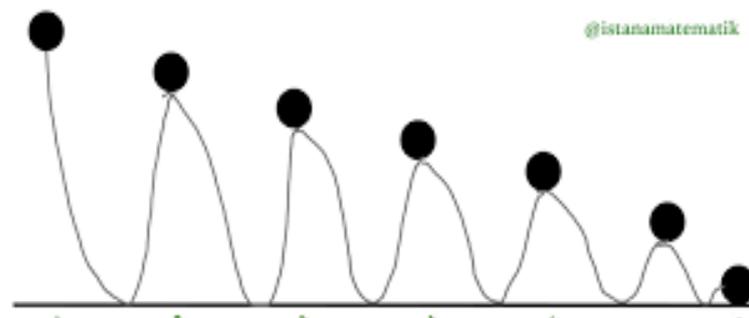
Rasio 0,5 merupakan syarat terbentuknya deret geometri tak hingga yang konvergen. Kalian tentukan panjang lintasan bola mulai awal jatuh menyentuh lantai sampai berhenti. Untuk itu, gunakan persamaan berikut.

$$S_{\infty} = \frac{a}{1 - r}$$

Yuk kita hitung tinggi pantulannya terlebih dahulu.

Pantulan pertama		= 60 cm
Pantulan kedua	= $\frac{1}{2} \times 60$ cm	= 30 cm
Pantulan ketiga	= $\frac{1}{2} \times 30$ cm	= 15 cm
Pantulan empat	= $\frac{1}{2} \times 15$ cm	= 7,5 cm

Kita gambarkan seperti ini pantulannya



Sebelum menghitung panjang lintasan bolanya, kamu harus tau bahwa setiap lintasan akan dilewati dua kali, kecuali lintasan awal

60, 30, 30, 15, 15, 7,5 , 7,5 , ...

Dengan demikian, S_{∞} dibedakan menjadi S_{∞} suku ganjil dan genap. Suku ganjil dimulai dari $a = 60$ cm, sedangkan suku genap dimulai dari $a = 30$ cm.

- **Untuk Suku Ganjil**

$$S_{\infty(\text{ganjil})} = \frac{60}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_{\infty(\text{ganjil})} = 120 \text{ cm}$$

- **Untuk Suku Genap**

$$S_{\infty(\text{genap})} = \frac{a}{1 - r}$$

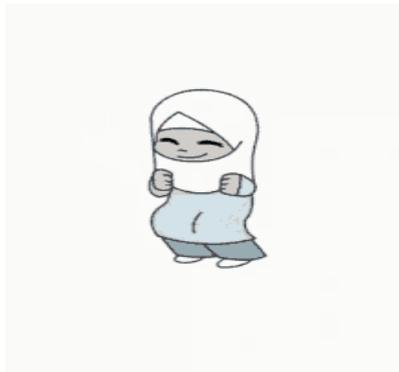
$$S_{\infty(\text{genap})} = \frac{30}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_{\infty(\text{genap})} = 60 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Total panjang lintasan Aisyah} &= S_{\infty(\text{ganjil})} + S_{\infty(\text{genap})} \\ &= 120 + 60 = 180 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi, panjang lintasan yang ditempuh bola bekel Aisyah adalah 180 cm

Alhamdulillah, akhirnya Aisyah sudah tahu berapa panjang lintasan yang ditempuh bola bekelnya mulai awal memantul sampai berhenti.



Sumber gambar : <https://images.app.goo.gl/XSctbviHzpqL7GBCA>

Contoh 1

Supaya lebih paham kita lihat contoh selanjutnya yuk

Hitung jumlah deret geometri tak hingga : $18 + 6 + 2 + \dots$

Penyelesaian :

Diketahui : $a = 18$

$$r = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Ditanyakan : S_{∞} ?

Jawab :

$$S_{\infty} = \frac{18}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$S_{\infty} = \frac{18}{\frac{2}{3}} = 27$$

Jadi, jumlah deret geometri tak hingga tersebut adalah 27

Contoh 2

Sebuah bola elastis dijatuhkan dari ketinggian 2 m. Setiap kali memantul dari lantai, bola mencapai ketinggian $\frac{3}{4}$ dari ketinggian sebelumnya. Berapakah panjang lintasan yang dilalui bola hingga berhenti ?

Penyelesaian :

Diketahui : $a = 2$, $r = \frac{3}{4}$

Ditanyakan : Berapa panjang lintasan yang dilalui bola?

Jawab :

- Saat bola turun :

$$a = 2 \text{ cm}$$

$$r = \frac{3}{4}$$

Panjang lintasan saat bola turun : $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$

$$S_{\infty} = \frac{2}{1-\frac{3}{4}}$$

$$S_{\infty} = \frac{2}{\frac{1}{4}} = 8 \text{ cm}$$

- Saat bola naik :

$$a = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

$$r = \frac{3}{4}$$

Panjang lintasan saat bola turun : $S_{\infty} = \frac{\frac{3}{2}}{1-r}$

$$S_{\infty} = \frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{3}{4}}$$

$$S_{\infty} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{1} = 6 \text{ cm}$$

Maka panjang lintasan bola nya = $8 + 6 = 14 \text{ cm}$

RINGKASAN

- Barisan Geometri memiliki pola (aturan) yaitu rasio antara dua suku yang berurutan selalu tetap.
- Deret geometri adalah penjumlahan dari masing-masing suku dari suatu barisan geometri
- Rumus suku ke-n barisan geometri dan jumlah n suku pertama deret geometri dirumuskan sebagai berikut .

$$U_n = ar^{(n-1)}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{untuk } r \neq 1 \text{ dan } r > 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{1 - r} \quad \text{untuk } r \neq 1 \text{ dan } r < 1$$

- Deret geometri tak hingga adalah deret geometri yang banyak suku-sukunya tak hingga.
- Jika $-1 < r < 1$, maka deret geometri tak hingga akan konvergen, yaitu jumlah deretnya mempunyai limit
- Jika $r \leq -1$ atau $r \geq 1$, maka deret geometri tak hingga akan divergen, yaitu jumlah suku-sukunya tidak terbatas atau tidak menuju suatu bilangan tertentu.
- Jumlah deret geometri tak hingga konvergen dirumuskan sebagai berikut.

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

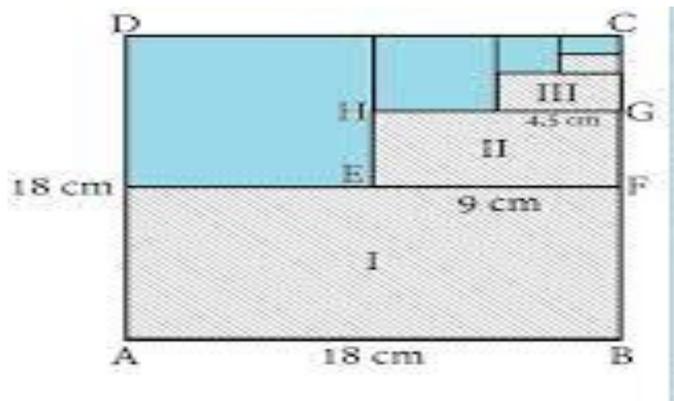
Dengan S_∞ : Jumlah deret geometri tak hingga

QUIZ

1. Suku ke-7 dari barisan 2, 4, 8, 16,... adalah
 - a. 120
 - b. 125
 - c. 128
 - d. 132

- e. 144
2. $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 254$. Nilai n yang memenuhi adalah
- a. -4
 - b. 5
 - c. 6
 - d. 7
 - e. 8
3. Rasio dari barisan 128, 32, 8, adalah...
- a. $\frac{1}{4}$
 - b. $\frac{1}{2}$
 - c. 1
 - d. 2
 - e. 4
4. Jumlah deret geometri tak hingga dengan suku pertama 6 dan rasio $\frac{2}{3}$ adalah....
- a. 3
 - b. 6
 - c. 7
 - d. 10
 - e. 18
5. Jumlah sepuluh suku pertama deret $3 + 6 + 12 + 24 + \dots$ adalah
- a. 3.096
 - b. 3.069

- c. 3.024
 - d. 3.000
 - e. 2.504
6. Suku-suku suatu barisan geometri takhingga adalah positif, jumlah suku $U_1 + U_2 = 45$ dan $U_3 + U_4 = 20$, maka jumlah suku-suku barisan tersebut adalah
- a. 65
 - b. 81
 - c. 90
 - d. 135
 - e. 150
7. Suatu tali dibagi menjadi enam bagian dengan panjang yang membentuk suatu barisan geometri. Jika yang paling pendek adalah 3 cm dan yang paling panjang 96 cm maka tali semula adalah
- a. 183 cm
 - b. 185 cm
 - c. 187 cm
 - d. 189 cm
 - e. 191 cm
8. Sebuah alur program komputer menghasilkan konfigurasi gambar seperti berikut



Perhatikan bahwa panjang $EF = \frac{1}{2}AB$ dan panjang $EH = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{4}BC$. Jika luas daerah yang diarsir mengikuti pola deret konvergen sampai tak hingga, maka luas daerah yang diarsir adalah ... cm^2

- 216
- 196
- 172
- 150
- 142

9. Pertambahan penduduk suatu kota tiap tahun mengikuti aturan barisan geometri. Pada tahun 2011 pertambahannya sebanyak 6 orang. Tahun 2013 sebanyak 54 orang. Pertambahan penduduk pada tahun 2016 adalah...

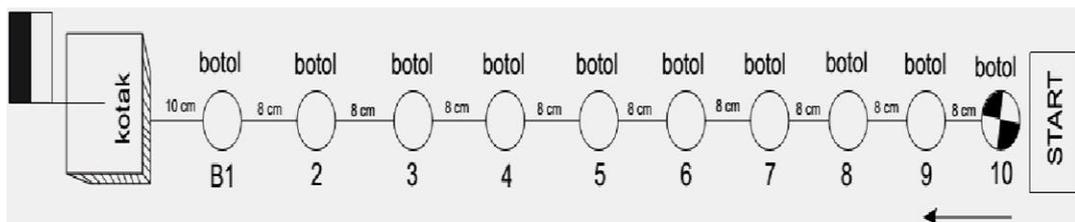
- 324
- 486
- 648
- 1.458
- 4.374

10. Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 10 m dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{3}{4}$ kali tinggi sebelumnya. Pemantulan ini berlangsung terus-menerus hingga bola berhenti. Jumlah seluruh lintasan bola adalah

- a. 60 m
- b. 70 m
- c. 80 m
- d. 90 m
- e. 100 m

POSTEST

1. Tiga bilangan merupakan barisan aritmetika. Jika jumlah ketiga bilangan itu 36 dan hasil kalinya 1536. Hitunglah bilangan terbesarnya dengan menggunakan cara anda sendiri
2. Sebuah bakteri berlipat ganda setiap 30 menit. Jika terdapat 150 bakteri, maka pada 30 menit pertama jumlahnya bertambah menjadi 300 bakteri. Kemudian untuk 60 menit pertama jumlahnya menjadi 600 bakteri dan seterusnya. Berapa jumlah bakteri pada 5 jam pertama, jika setiap 30 menit bakteri berlipat ganda dan berkurang 50 bakteri. Jelaskan jawaban anda secara rinci !

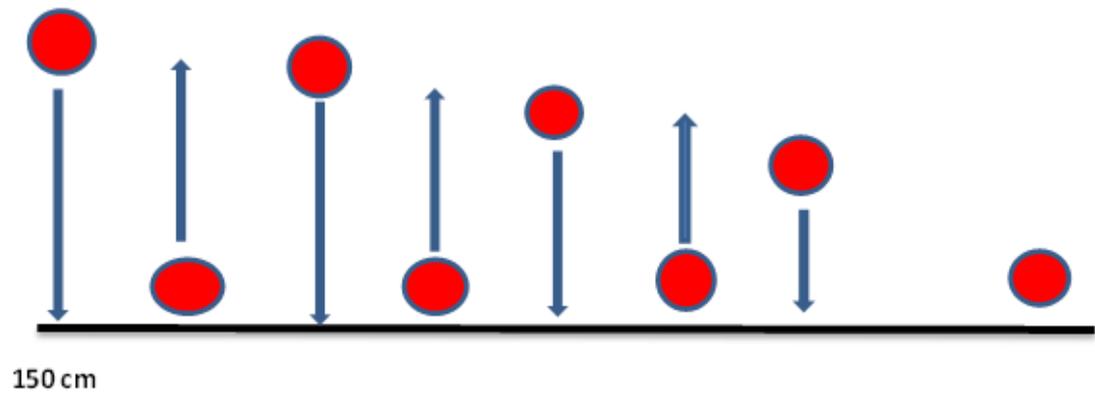


3. Perhatikan gambar di atas. Dalam kotak tersedia 10 bendera dan harus dipindahkan ke dalam botol yang tersedia satu demi satu (tidak sekaligus). Semua peserta lomba mulai bergerak (start) dari botol no.10 untuk mengambil bendera dalam kotak. Hitunglah Jarak tempuh yang dilalui peserta lomba tersebut menggunakan cara anda sendiri.
4. Seutas tali dibagi menjadi 7 bagian dengan membentuk suatu barisan geometri. Jika tali yang paling pendek adalah 3 cm dan tali yang paling panjang adalah 192 cm, maka berapakah panjang tali semula ?



5. Sebuah mobil dibeli dengan harga Rp. 80.000.000,00. Setiap tahun nilai jualnya menjadi $\frac{3}{4}$ dari harga sebelumnya. Hitunglah nilai jual mobil tersebut setelah dipakai 3 tahun dengan berbagai cara! (minimal 2 cara)

6. Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 150 cm dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{1}{4}$ kali tinggi sebelumnya. Pemantulan ini berlangsung terus-menerus hingga bola berhenti. Hitunglah panjang lintasan bola seluruhnya hingga berhenti.



REFERENSI

Kasmina, & Toali (2018). *Matematika untuk SMK/MAK Kelas X*. Jakarta: Erlangga.

Budiman & Maryana (2019). *Brilian Matematika untuk SMA/MA Kelas XI* :Grafindo Media Pratama

<https://www.quipper.com/id/blog/mapel/matematika/barisan-dan-deret-matematika-kelas-11/>

<https://blog.ruangguru.com/barisan-dan-deret-geometri-rumus-un-sn-dan-deret-geometri-tak-hingga>

<https://youtu.be/vU7IkpKZnLM>

<https://youtu.be/nLvVraunTko>

<https://youtu.be/mp8MU3zeGuA>

<http://youtu.be/HXTawbGQa4Y>

<http://youtu.be/HSjdIvPp6Jc>