REPUBLIK INDONESIA
KEMENTERIAN HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA

SURAT PENCATATAN
CIPTAAN

Dalam rangka pelindungan ciptaan di bidang ilmu pengetahuan, seni dan sastra berdasarkan Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta, dengan ini menerangkan:

Nomor dan tanggal permohonan	:	EC00202134618, 23 Juli 2021
Pencipta		
Nama	:	**Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd, Dr. In In Supianti, M.Pd dkk**
Alamat	:	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu , Bandung, JAWA BARAT, 40287
Kewarganegaraan	:	Indonesia
Pemegang Hak Cipta		
Nama	:	**Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd, Dr. In In Supianti, M.Pd dkk**
Alamat	:	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu , Bandung, JAWA BARAT, 40287
Kewarganegaraan	:	Indonesia
Jenis Ciptaan	:	**Modul**
Judul Ciptaan	:	**Matriks**
Tanggal dan tempat diumumkan untuk pertama kali di wilayah Indonesia atau di luar wilayah Indonesia	:	23 Juli 2021, di Bandung
Jangka waktu pelindungan	:	Berlaku selama hidup Pencipta dan terus berlangsung selama 70 (tujuh puluh) tahun setelah Pencipta meninggal dunia, terhitung mulai tanggal 1 Januari tahun berikutnya.
Nomor pencatatan	:	000261660

adalah benar berdasarkan keterangan yang diberikan oleh Pemohon.
Surat Pencatatan Hak Cipta atau produk Hak terkait ini sesuai dengan Pasal 72 Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta.

a.n. MENTERI HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA
DIREKTUR JENDERAL KEKAYAAN INTELEKTUAL

Dr. Freddy Harris, S.H., LL.M., ACCS.
NIP. 196611181994031001

LAMPIRAN PENCIPTA

No	Nama	Alamat
1	Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu
2	Dr. In In Supianti, M.Pd	Komp. Permata Biru Blok E No 54 RT 005 RW 019 Kel. Cinunuk Kec. Cileunyi
3	Dahlia fisher, ST., S.Pd., M. Pd	Jl. Kadipaten Raya No. 55 RT 003 RW 003 Kel Antapani Kidul Kec Antapani
4	Irwan Saputra, M.Pd	Jl.Sutaatmaja Panglejar 7 Blok Jalitri RT 36 RW 09 Kel.Karanganyar Kec.Subang Kab.Subang

LAMPIRAN PEMEGANG

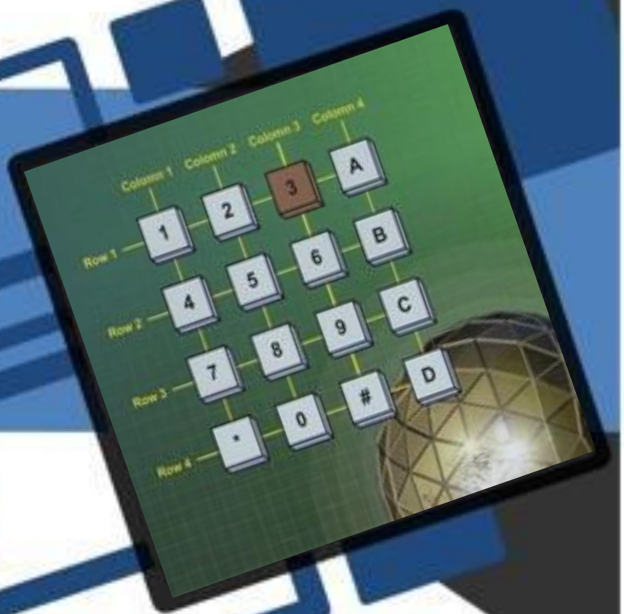
No	Nama	Alamat
1	Prof. Dr. Hj. R. Poppy Yaniawati, M.Pd	Jl. Kencana Puri I No. 18 RT. 006 RW. 013 Kel. Cijawura Kec. Buah Batu
2	Dr. In In Supianti, M.Pd	Komp. Permata Biru Blok E No 54 RT 005 RW 019 Kel. Cinunuk Kec. Cileunyi
3	Dahlia fisher, ST., S.Pd., M. Pd	Jl. Kadipaten Raya No. 55 RT 003 RW 003 Kel Antapani Kidul Kec Antapani
4	Irwan Saputra, M.Pd	Jl.Sutaatmaja Panglejar 7 Blok Jalitri RT 36 RW 09 Kel.Karanganyar Kec.Subang Kab.Subang

K 2013 Rev

MODUL MATEMATIKA

MATRIKS

2021



Penulis :
Prof.Dr.Hj.R. Poppy Yaniawati.,M.Pd
Dr. In In Supianti.,M.Pd
Dahlia Fisher.,ST.,S.Pd.,M.Pd
Irwan Saputra., M.Pd

UNTUK SISWA
SMA/SMK/MAK

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Kuasa, karena atas berkah, rahmat, dan karunia-Nya, penyusunan modul Matematika materi Matriks untuk SMA, SMK dan MAK dapat diselesaikan.

Modul ini disusun sebagai salah satu bahan ajar dalam pelaksanaan kegiatan belajar mengajar mata pelajaran Matematika di sekolah.

Dalam modul ini disajikan materi Matriks untuk pembelajaran matematika secara sederhana, efektif, dan mudah dimengerti yang disertai contoh dalam kehidupan. Simbol, tabel, diagram, dan gambar disajikan untuk mempermudah siswa dalam memahami materi yang sedang dipelajari. Modul ini juga dilengkapi contoh soal dan kuis-kuis di setiap subbab dan akhir bab disertai pembahasan yang sistematis.

Sesuai dengan tujuan dalam pembelajaran Matematika, siswa diharapkan dapat memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep, dan mengaplikasikannya untuk memecahkan masalah.

Siswa juga diharapkan mampu menggunakan penalaran, mengomunikasikan gagasan dengan berbagai perangkat matematika, berpikir komunikasi matematis, serta memiliki sikap menghargai matematika dalam kehidupan.

Akhirnya kami menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu penerbitan modul ini.

Subang, 18 Juli 2021

DAFTAR ISI

KOMPETENSI DASAR

1. Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian serta transpose

2. Mendeskripsikan dan menganilisis konsep dasar operasi matriks dan sifat–sifat operasi matriks serta menerapkannya dalam pemecahan masalah

3.Memadukan berbagai konsep dan aturan operasi matriks dan menyajikan model matematika dari suatu masalah nyata dengan memanfaatkan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahannya.

4. Menganalisis sifat–sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

5. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya

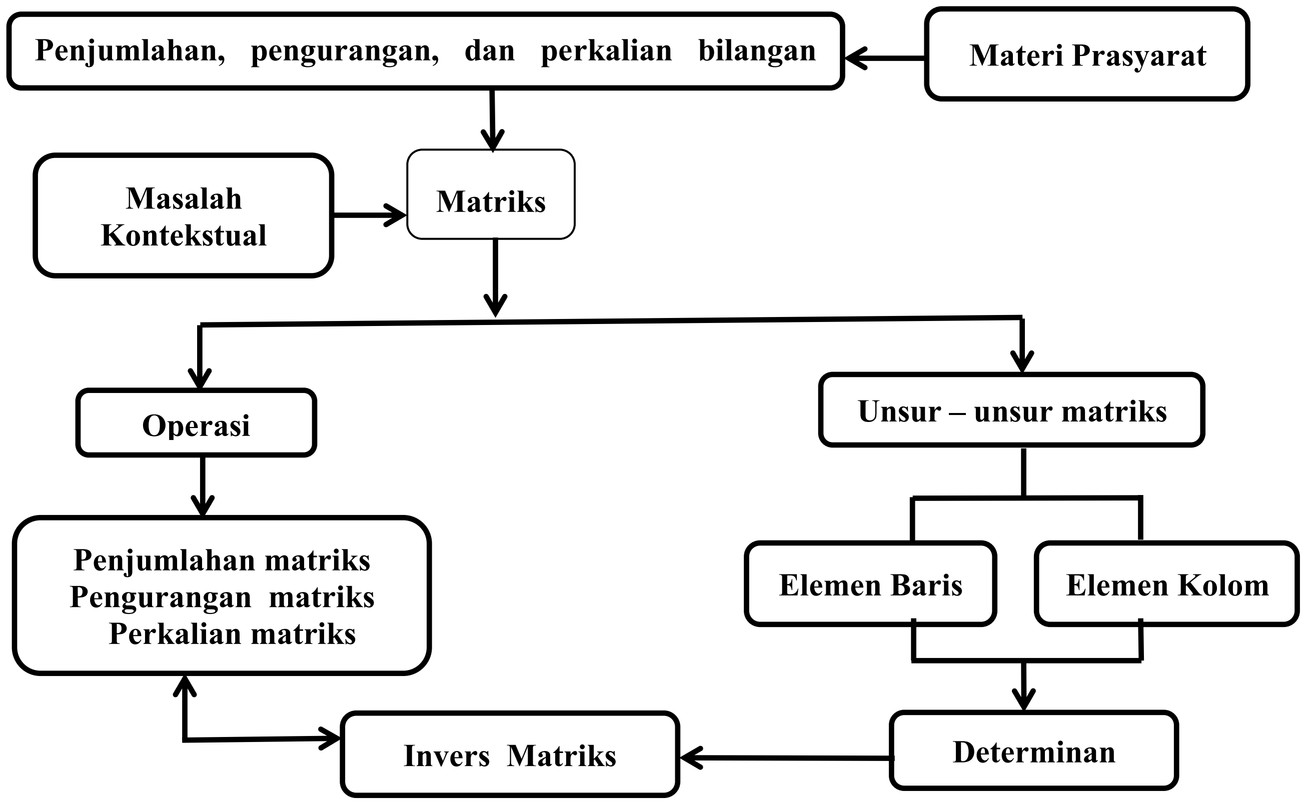
6. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

SEJARAH

Athur Cayley (1821-1895)

Gagasan matriks pertama kali diperkenalkan oleh **Athur Cayley (1821-1895)** pada tahun 1859 di Inggris dalam sebuah studi sistem persamaan linear dan transformasi linear. Namun pada awalnya, matriks hanya dianggap permainan karena tidak bisa diaplikasikan. Baru pada tahun 1925, 30 tahun setelah Cayley meninggal, matriks digunakan pada mekanika kuantum. Selanjutnya matriks mengalami perkembangan yang pesat dan digunakan dalam berbagai bidang. Profil Arthur Cayley (16 Agustus 1821–26 Januari 1895) merupakan seorang ahli matematika berkebangsaan Inggris.

PETA KONSEP



A. SUB BAB OPERASI MATRIKS

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa dapat melakukan operasi-operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian matriks
2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi - operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian matriks
3. Menjelaskan konsep penjumlahan, pengurangan perkalian matriks dengan benar.
4. Menentukan hasil operasi penjumlahan, pengurangan perkalian matriks dengan tepat.
5. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan operasi penjumlahan, pengurangan perkalian matriks dengan benar

MASALAH KONTEKSTUAL

Pernahkah kalian pergi ke pasar? memperhatikan pedang jeruk. Disuatu pasar terdapat dua orang pedagang jeruk, jenis buah yang dijual antara lain jeruk berkualitas tinggi dan jeruk kualtas sedang, Pedagang satu memilki 3 kg jeruk kualitas tinggi dan 5 kg jeruk kualitas sedang, Pedagang kedua memilki 4 kg jeruk kualitas tinggi dan 6 kg jeruk kualitas sedang. Keesokan harinya kedua pedang tersebut berbelanja untuk menambah persediaan jeruknya. Pedagang satu menambah 30 kg jeruk kualitas tinggi dan 20 kg jeruk kualitas sedang sedangkan pedagang kedua menambah 15 kg jeruk kualitas tinggi dan 25 kg jeruk kulitas sedang ? Berapakah persediaan mangga setiap pedagang sekarang ?

Sumber:https:gifhy.com/gifs-fruits-vegies-M4husJOeJQdKU

Menurut kalian apakah informasi di atas dapat dibuat menjadi sebuah operasi hitung pada matriks?

PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN DUA MATRIKS

Misalkan A dan B adalah matriks berordo m x n dengan elemen – elemen a_{ij} dan b_{ij}. Jika matriks C adalah penjumlahan atau pengurangan matriks A dengan matriks B, ditulis C=A+ B atau C = A - B, matriks C juga berordo m x n dengan dengan elemen – elemen ditentukan oleh :

Contoh

$$\begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9+6 & 8+4 \\ 7+2 & 6+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 15 & 12 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9-6 & 8-4 \\ 7-2 & 6-0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Catatan :

Dua matriks dapat dijumlahkan atau dikurangkan jika dan hanya jika memilki ordo yang sama. Ordo matriks hasil penjumlahan atau pengurangan dua matriks sama dengan ordo matriks yang dijumlahkan

CONTOH MASALAH KONTEKSTUAL

Di kota Subang terdapat dua toko buku, yaitu toko buku 'Sugih' dan toko buku 'Tiara' beberapa jenis buku yang di jual toko itu adalah Novel, Ensiklopedi dan Komik. Berikut ini adalah persedian buku yang ada di dua toko tersebut :

	Novel	Ensiklopedi	Komik
Toko 'Sugih'	150	200	170
Toko 'Tiara'	200	250	150

Dari stok terakhir kedua toko buku tadi, beberapa hari berikutnya beberapa pelanggan datang untuk membeli sejumlah buku di toko buku tersebut. Dengan jumlah buku yang terjual setelah tiga bulan yaitu:

	Novel	Ensiklopedi	Komik
Toko 'Sugih'	100	170	130
Toko 'Tiara'	130	200	100

Berapa banyak persediaan ketiga jenis buku yang ada di masing – masing toko setelah dilakukan pembelian selama tiga bulan !

Alternatif penyelesaian

Sama halnya seperti penjumlahan matriks, pada operasi pengurangan matriks berlaku pula ketentuan kesamaan ordo antara matriks yang bertindak sebagai pengurang dan matriks yang dikurangi. Jika toko buku 'Sugih' dan toko buku 'Tiara' merupakan ordo yang sama hal ini dapat dilakukan dengan stok buku yang ada di dua Toko dengan jumlah buku yang terjual selama 3 bulan :

Jika kita misalkan matriks toko buku 'Sugih', sebagai matriks A dan Matriks toko 'Tiara' sebagai matriks B, maka matriks sisa buku yang masih tersedia di kedua toko sebabagi berikut :

A - B = $\begin{bmatrix} 150-100 & 200-170 & 170-130 \\ 200-130 & 250-200 & 150-100 \end{bmatrix}$

A – B = $\begin{bmatrix} 50 & 30 & 70 \\ 70 & 50 & 50 \end{bmatrix}$

	Novel	Eniklopedi	Komik
Toko 'Sugih'	50	30	70
Toko 'Tiara'	70	50	50

RANGKUMAN

Bagaimana aturan dan syarat operasi penjumlahan matriks ?

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{a} & \boldsymbol{b} & \boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{d} & \boldsymbol{e} & \boldsymbol{f} \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} \boldsymbol{u} & \boldsymbol{v} & \boldsymbol{w} \\ \boldsymbol{x} & \boldsymbol{y} & \boldsymbol{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a} \pm \boldsymbol{u} & \boldsymbol{b} \pm \boldsymbol{v} & \boldsymbol{c} \pm \boldsymbol{w} \\ \boldsymbol{d} \pm \boldsymbol{x} & \boldsymbol{e} \pm \boldsymbol{y} & \boldsymbol{f} \pm \boldsymbol{z} \end{bmatrix}$$

Penjumlahan matriks dilakukan dengan cara menjumlahkan elemen matriks yang seletak

Dua buah matriks dapat dijumlahkan apabila memiliki ordo yang sama.

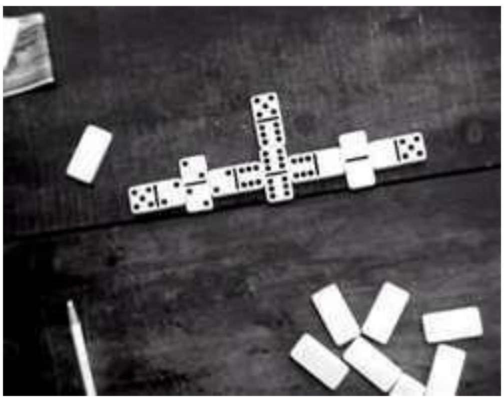
$\mathbf{A}_{\mathrm{mxn}} + \mathbf{B}_{\mathrm{mxn}} = \mathbf{C}_{\mathrm{mxn}}$

Bagaimana konsep perkalian matriks dengan bilangan skalar ?

Jika A adalah matriks $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan k adalah sebuah skalar (bilangan real) maka: k.A = k $\begin{bmatrix} \mathrm{a} & \mathrm{b} \\ \mathrm{c} & \mathrm{d} \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} \mathbf{k}\mathrm{a} & \mathbf{k}\mathrm{b} \\ \mathbf{k}\mathrm{c} & \mathbf{k}\mathrm{d} \end{bmatrix}$

Masalah kontekstual tentang perkalian matriks

Konsep perkalian matriks dapat ananda telaah dengan memperhatikan sebuah kartu domino



PERKALIAN DUA MATRIKS

- Perkalian matriks dengan matriks pada umumnya tidak bersifat komutatif.
- Syarat perkalian adalah jumlah banyaknya kolom pertama matriks sama dengan jumlah banyaknya baris matriks kedua.
- Jika matriks A berukuran mxn dan matriks B berukuran nxp maka hasil dari perkalian A*B adalah suatu matriks C=(c_{ij}) berukuran mxp dimana

Contoh Perkalian Matriks

Misalkan diberikan data hasil pertandingan sepak bola empat tim sebagai berikut :

	Menang	Draw	Kalah
Real Madrid	2	1	0
AC Milan	2	0	1
Bayern Munchen	1	2	0
Chelsea	0	1	2

Jika setiap kemenangan diberi nilai 3 , serta hasil seri dan kalah berturut – turut diberi nilai 1 dan 0, maka total nilai yang diperoleh masing – masing tim dapat disajikan sebagai perkalian matriks berikut .

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x3 + 1x1 + 0x0 \\ 2x3 + 0x1 + 1x0 \\ 1x3 + 2x1 + 0x0 \\ 0x3 + 1x1 + 2x\,0 \end{bmatrix} = {}_4 \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dapat ditulis sebagai A x B = C, dengan A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, dan C = $\begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

CONTOH MASALAH KONTEKSTUAL LAIN



Perhatikan masalah berikut ini !

Ketika jam istirahat, Yoga dan Yogi pergi ke kantin sekolah untuk membeli makanan ringan. Yoga membeli 3 bungkus makaroni, 4 bungkus mie lidi dan 2 bungkus keripik singkong. Sedangkan Yogi membeli 2 bungkus makaroni, 1 bungkus mie lidi dan 3 bungkus keripik singkong. Harga sebungkus makaroni adalah Rp6.000,00, harga sebungkus mie lidi adalah Rp3.000,00 dan harga sebungkus keripik singkong adalah Rp5.000,00. Berapa uang yang harus dibayar oleh masing-masing ?

Berdasarkan masalah di atas, kita dapat membuat tabel yang menyatakan banyak makanan ringan dan harga seperti berikut.

Nama	Makanan Ringan		
	Makaroni	Mie Lidi	Keripik
Yoga	3	4	2
Yogi	2	1	3

Makanan Ringan	Harga (Rp)
Makroni	6.000
Mie Lidi	3.000
Keripik	5.000

Nama	Jumlah Pembayaran
Yoga	3(6.000) + 4(3.000) + 2(5.000) = 40.000
Yogi	2(6.000) + 1(3.000) + 3(5.000) = 30.000

Berdasarkan jawaban yang diperoleh, kita dapat menyajikan masalah tersebut ke dalam bentuk perkalian matriks.

Nama	Makanan Ringan		
	Makaroni	Mie Lidi	Keripik
Yoga	3	4	2
Yogi	2	1	3

Makanan Ringan	Harga (Rp)
Makaroni	6.000
Mie Lidi	3.000
Keripik	5.000

A = $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix} 6.000 \\ 3.000 \\ 5.000 \end{bmatrix}$

Misalkan,

Uang yang harus dibayar oleh Yoga adalah x

Uang yang harus dibayar oleh Yogi adalah y

C = $\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}$

C = A × B

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6.000 \\ 3.000 \\ 5.000 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (3 \text{ x } 6.000) + (4 \text{ x } 3.000) + (2 \text{ x } 5.000) \\ (2 \text{ x } 6.000) + (1 \text{ x } 3.000) + (3 \text{ x } 5.000) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18.000 + 12.000 + 10.000 \\ 12.000 + 3.000 + 15.000 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{40.}000 \\ \mathbf{30.}000 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan jawaban yang diperoleh, bagaimana cara mengalikan dua buah matriks ?

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3 \text{ x } \mathbf{6}) + (4 \text{ x } 3) + (\mathbf{2} \text{ x } 5) \\ (\mathbf{2} \text{ x } 6) + (\mathbf{1} \text{ x } 3) + (\mathbf{3} \text{ x } \mathbf{5}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{18} + \mathbf{12} + \mathbf{10} \\ 12 + \mathbf{3} + 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{40} \\ \mathbf{30} \end{bmatrix}$$

Definisi : Perkalian matriks A dengan matriks B dilakukan dengan cara mengalikan elemen baris matriks A dengan elemen kolom matriks B, kemudian dijumlahkan. Apakah syarat dua buah matriks dapat dikalikan ?

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{3} \end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix} \mathbf{6} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{5} \end{bmatrix}$ **C = A x B =** $\begin{bmatrix} \mathbf{42} \\ \mathbf{30} \end{bmatrix}$

$\mathbf{A}_{\mathbf{2\ x\ 3}}$ $B_{\mathbf{3\ x\ 1}}$ $C_{\mathbf{2\ x\ 1}}$

Syarat :

Matriks A dapat dikalikan dengan matriks B apabila banyak kolom matriks A sama dengan banyak baris matriks B.

$\mathbf{A}_{\boldsymbol{m\,x\,n}} \times \mathbf{B}_{\boldsymbol{n\,x\,p}} = \mathbf{C}_{m\,x\,\boldsymbol{p}}$

Perkalian matriks

Dua buah matriks dapat dikalikan syaratnya banyaknya kolom matriks pertama sama dengan banyaknya baris matriks kedua atau secara matematis $A_{kxl}.B_{lxm} = C_{kxm}$

Contoh perkalian matriks :

Jika A=$\begin{bmatrix}1 & 3\\ -2 & 2\end{bmatrix}$dan B=$\begin{bmatrix}2 & 1 & 2\\ 4 & -3 & 3\end{bmatrix}$,maka

AB=$\begin{bmatrix}1 & 3\\ -2 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1 & 2\\ 4 & -3 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.2+3.4 & 1.1+3.(-3) & 1.2+3.3\\ -2.2+2.4 & -2.1+2(-3) & -2.2+2.3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}2+12 & 1+(-9) & 2+9\\ -4+8 & -2+(-6) & -4+6\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}14 & -8 & 11\\ 4 & -8 & 2\end{bmatrix}$

Ordo A 2×2 Ordo B 2×3

2 × 3

Ordo matriks hasil)

Matriks A dapat dikalikan dengan matriks B jika dan hanya jika jumlah kolom pada matriks A sama dengan jumlah baris pada matriks B. Jika matriks A berordo p$\times q$ dikalikan dengan matriks B yang berordo q $\times r$, maka akan diperoleh matriks hasil perkalian yang berordo p $\times$ r atau $A_{p\times q} \times B_{q\times r} = C_{p\times r}$

Contoh

A = $\begin{bmatrix}\mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{2}\\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{3}\end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix}4 & 2\\ 1 & 6\\ 7 & 4\end{bmatrix}$, dan matriks C = $\begin{bmatrix}7 & 5\\ 4 & 9\end{bmatrix}$

Maka untuk contoh di atas

Matriks A dapat dikalikan dengan matriks B, begitupun sebaliknya

Matriks A tidak dapat dikalikan dengan matriks C, tetapi matriks C dapat dikalikan dengan matriks A

Matriks B dapat dikalikan dengan matriks C, tetapi matriks C tidak dapat dikalikan dengan matriks B.

Hasil perkalian matriks

AB = $\begin{bmatrix}1 & 3 & 2\\ 2 & 5 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & 2\\ 1 & 6\\ 7 & 4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1.4+3.(1)+2.(7) & 1.2+3.6+2.4\\ 2.4+5.(1)+1.(7) & 2.2+5.6+14\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}4+3+14 & 2+18+8\\ 8+5+7 & 4+30+4\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}21 & 28\\ 20 & 38\end{bmatrix}$

BA = $\begin{bmatrix}4 & 2\\ 1 & 6\\ 7 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3 & 2\\ 2 & 5 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4.1+2.2 & 4.3+2.5 & 4.2+2.1\\ 1.1+6.2 & 1.3+6.5 & 1.2+6.1\\ 7.1+4.2 & 7.3+4.5 & 7.2+4.1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8 & 22 & 10\\ 13 & 33 & 8\\ 15 & 41 & 18\end{bmatrix}$

Dari contoh di atas Nampak bahwa $A_{2x3} \times B_{3\times 2} = D_{2\times 2}$ dan $B_{3\times 2} \times A_{2x3} = E_{3\times 3}$

Artnya bahwa pada perkalian matriks A$\times B$ belum tentu sama dengan B$\times A$

Kuis 1

Pilihan Ganda: Pilihlah salah satu jawaban yang tepat

1. Diketahui matriks berikut :

A = $\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 6\end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix}x & -1\\ 2 & y+3\end{bmatrix}$

Tentukan hasil dari A + B = …

$a\begin{bmatrix}x+3 & 1\\ 1 & y+9\end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix}3x & 1\\ 1 & 9y\end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} x+3 & 3 \\ 3 & y+9 \end{bmatrix}$ $\quad$ $d.$ $\begin{bmatrix} x-3 & 3 \\ 3 & y-9 \end{bmatrix}$

e. $\begin{bmatrix} x+3 & -1 \\ 1 & y+9 \end{bmatrix}$

2. Diketahui matriks – matriks

A = $\begin{bmatrix} a+2 & 1-3b \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 2a & b-3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ dan C = $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

Jika A + B = C , nilai 2a + b = …

a. 2 b.1 c.-1 d. -2 e. -3

3. Jika A = $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$, dan C = $\begin{bmatrix} 10 & 5 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$ maka A + B – C =

$a.$ $\begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} -6 & -10 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} -12 & -2 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} -12 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ e. $\begin{bmatrix} -12 & -10 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

4. Diketahui P = $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$. Matriks 3P = …

a. $\begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$ e. $\begin{bmatrix} 0 & -27 \\ 3 & 64 \end{bmatrix}$

5. Nilai x yang memenuhi persamaan

$\begin{bmatrix} x-y & 2x+1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 45 & 9 \\ 4y-3 & x+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 & 50 \\ 94 & 50 \end{bmatrix}$

a. 10 b.20 c.24 d.25 e.40

6. Diketahui A = $\begin{bmatrix} x & 2 \\ -2 & y \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$, dan C = $\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$.

Nilai x dan y berturut – turut yang memenuhi AB = C adalah …

a. -2 dan 5 c. 5 dan -2

b. b. -5 dan 2 d. -2 dan 5 e. -5 dan -2

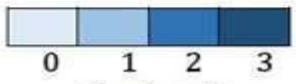
7. Diketahui P = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ dan Q = $\begin{bmatrix} c-4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$. Jika P = 2Q maka nilai c adalah ….

a. 2 b. 5 c. 8 d. 11 e. 14

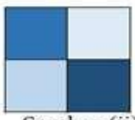
8. Jika $\begin{bmatrix} 2x & 42 \\ -30 & 34 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 10 \\ 10 & 12 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$, maka nilai x adalah

a. - 7 b. -5 c. -1 d. 1 e. 5

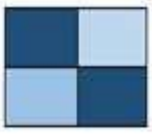
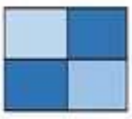
9. Perhatikan Gambar berikut !



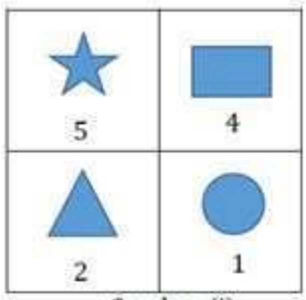
Gambar (i)


Gambar (ii)

Gambar (i) menunjukkan empat level warna biru yang digunakan pada pixel gambar digital. Sedangkan gambar (ii) menunjukkan gambar digital berukuran 2 x 2 pixel yang elemen – elemen matriks berordo 2 x 2. Pada aplikasi pengolahan gambar digital, untuk mengubah pewarnaan, maka level biru pada setiap pixel gambar digital tersebut diubah menjadi elemen – elemen matriks berorodo 2 x 2. Kemudian, matriks gambar digital tersebut dikalikan dengan suatu matriks $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Sehingga diperoleh gambar digital yang baru. Maka, hasil gambar digital baru tersebut adalah …

a.  b.  c.  d.  e. 

10.Perhatikan gambar berikut ini

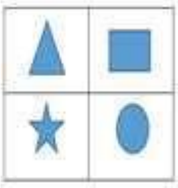
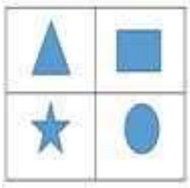
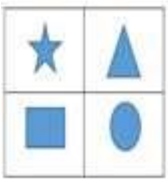


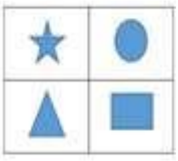
Gambar (i)

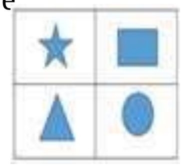
Gambar (i) menunjukkan level penilaian kerja manager operasional dalam sebuah perusahaan A. Pada bulan Maret akan diadakan penilaian triwulan 1 pada perusahaan tersebut, salah satunya penilaian manager operasionalnya. Ada 4 kriteria yang dinilai yaitu; sikap, tanggung jawab, kompetensi, dan perencanaan. Irwan adalah manager operasional di perusahaan tersebut, dia mendapatkan hasil form penilaian seperti di bawah ini.

Sikap	**Tanggung jawab**		4	**3**
Kompetensi	**Perencanaan**		**3**	**2**

Tapi ternyata form penilaian itu belum selesai, form itu akan dikalikan dengan sebuah matriks $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$. Untuk menjaga kerahasiaan dari para karyawan perusahaan A, maka nilai tersebut harus diubah ke dalam bentuk simbol seperti pada gambar (i). Maka simbol penilaian yang diperoleh oleh Irwan adalah …

a.   

d. 

e 

Pembahasan

1. Diketahui matriks berikut :

A = $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} x & -1 \\ 2 & y+3 \end{bmatrix}$

maka A + B = …

= $\begin{bmatrix} 3+x & 2+(-1) \\ -1+2 & 6+y+3 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} x+3 & 1 \\ 1 & y+9 \end{bmatrix}$

Jadi jawaban yang benar adalah a

2. Diketahui matriks – matriks :

A = $\begin{bmatrix} a+2 & 1-3b \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 2a & b-3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ dan C = $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

a + 2 + 2a = 5

3a + 2 = 5

3a = 3

a = 1

1 – 3b + b – 3 = 6

-2b - 2 = 6

-2b = 8

b = -4

Maka, 2a + b = 2 – 4 = -2

Jadi jawabannya adalah d

3. A = $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$, dan C = $\begin{bmatrix} 10 & 5 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$ maka A + B – C =

= $\begin{bmatrix} 1+(-3)-10 & -1+4-5 \\ 2+(-2)-(-4) & 4+8-7 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} -12 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

Jadi jawaban yang tepat adalah d

4. P = $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$. Matriks 3P = 3$\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$

Jadi jawaban yang tepat adalah a

5. Nilai x yang memenuhi persamaan

$\begin{bmatrix} x-y & 2x+1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ + $\begin{bmatrix} 45 & 9 \\ 4y-3 & x+y \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} 40 & 50 \\ 94 & 50 \end{bmatrix}$

Ambil salah satu persamaan yang lebih mudah :

2x + 1 + 9 = 50

2x + 10 = 50

2x = 40

x = 20

Jadi jawaban yang tepat adalah b

6. $\begin{bmatrix} x & 2 \\ -2 & y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$= $\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$

3x – 10 = 5

3x = 15

x = 5

-6 – 5y = 4

-5y = 10

y = -2

Jadi nilai x dan y berturut – turut adalah 5 dan -2

Jadi jawaban yang tepat adalah c

7. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} c-4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2c-8 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

2 = 2c – 8

10 = 2c

c = 5

Jadi jawaban yang tepat adalah b

8. $\begin{bmatrix} 2x & 42 \\ -30 & 34 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 10 \\ 10 & 12 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2x-6 & 52 \\ -20 & 46 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} -4 & 26 \\ -10 & 23 \end{bmatrix}$

$\dfrac{\begin{bmatrix} 2x-6 & 52 \\ -20 & 46 \end{bmatrix}}{2} = \begin{bmatrix} -4 & 26 \\ -10 & 23 \end{bmatrix}$

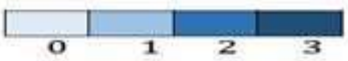
$\begin{bmatrix} x-3 & 26 \\ -10 & 23 \end{bmatrix} = = \begin{bmatrix} -4 & 26 \\ -10 & 23 \end{bmatrix}$

x – 3 = -4

x = -4 + 3

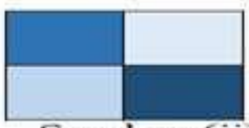
x = -1

Jadi jawaban yang tepat adalah c

9. 

Gambar (i)

Dari gambar (ii) kita ubah menjadi bentuk matriks


Gambar (ii)

$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

Kemudian kita kalikan dengan matriks berikutnya

$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.0 + 0.1 & 2.1 + 0.0 \\ 1.0 + 3.1 & 1.1 + 3.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

Untuk menjaga kerahasiaan dari para karyawan perusahaan A, maka nilai tersebut diubah ke dalam bentuk simbol

10.

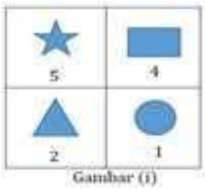
10. Sikap	Tanggung jawab		4	3
Sikap	Tanggung jawab		4	3
	Perencanaan		3	2

Kompetensi				

$$\begin{bmatrix}4 & 3\\3 & 2\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}2 & -1\\-1 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4.2+3(-1) & 4(-1)+3.2\\3.2+2(-1) & 3(-1)+2.2\end{bmatrix}$$

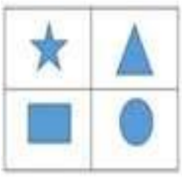
$$= \begin{bmatrix}8-3 & -4+6\\6-2 & -3+4\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}5 & 2\\4 & 1\end{bmatrix}$$



Gambar (i)

Hasil matriks tersebut kita ubah menjadi bentuk simbol sehingga



B. SUB BAB DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa dapat menentukkan determinan matriks
2. Siswa dapat menentukkan invers matriks
3. Siswa dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan matriks dan invers matriks

MASALAH KONTEKSTUAL

Penerapan Invers Matriks pada Kode Sandi Rahasia

Sebelumnya kita hanya mengetahui bahwa matriks itu hanya penyusunan suatu angka dalam baris dan kolom sehingga penerapannya hanya cocok untuk pengganti suatu tabel saja . Ternyata lebih dari itu , matriks juga bisa kita terapkan dalam *kode sandi rahasia*

Berikut ilustrasi pengiriman pesan bersandi yang ditunjukkan seperti gambar:

Keterangan :

P : pesan awal yang sudah dirubah dalam bentuk matriks

E : matriks enskripsi yang digunakan untuk mengamankan pesan

B : pesan baru yang sudah diamankan setelah dikalikan matriks bersandiD

D : matriks dekripsi yang digunakan untuk membuka matriks menjadi matriks awal

Dimana matriks D adalah matriks invers dan matriks E atau ditulis D = E^{-1}

Enskripsi adalah suatu proses untuk mengubah pesan rahasia menjadi bentuk lain dengan aturan atau rumus tertentu sehingga tidak mudah dipahami oleh pihak lain yang tidak berkepentingan. Salah satu aturan yang kita gunakan adalah menggunakan bentuk matriks.

Deskripsi adalah proses mengembalikan bentuk persan rahasia yang sudah terEnsripsi menjadi bentuk pesan rahasia awal

*). Dengan membaca kode sandi ini , maka pesan rahasia 5 0 -6 8 -11 3 0 5 -9 12 1 -7 bisa kita baca menjadi :

5	0	-6	8	-11	3	0	5	-9	12	1	-7
I	-	L	O	V	E	-	I	R	W	A	N

Bagaimana jika kode sandi tersebut bocor ke orang yang tidak berhak , pesan akan mudah dibaca. Mungkin kita akan berpikir bagaimana cara meningkatkan pengamanan pesan rahasia agar lebih sulit dikeatahui oleh orang yang tidak berhak ? Untuk meningkatkan pengamanan kita bisa menggunakan konsep matriks.

Penerapan matriksnya :

Misalkan pesan rahasia : 5 0 -6 8 -11 3 0 5 -9 12 1 -7 kita ubah menjadi matriks berordo : 6 x 2

. P = $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \\ -6 & -9 \\ 8 & 12 \\ -11 & 1 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$

Misalkan matriks enskripsinya : E = $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Kita enskripsi pesan rahasia awal (matriks P) :

B = P x E = $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \\ -6 & -9 \\ 8 & 12 \\ -11 & 1 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$ x $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$= $\begin{bmatrix} 10 & 15 \\ 5 & 10 \\ -21 & -36 \\ 28 & 48 \\ -21 & -31 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$

Artinya pesan rahasia yang akan kita kirim adalah : 10 5 -21 28 -21 -1 15 10 -36 48 -31 -5 , sehingga meski ada yang mengetahui kode sandi pertama, orang tersebut belum dapat membaca pesan tersebut.

Pengirim pesan cukup memberitahukan matriks $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ yang digunakan untuk mengamankan pesan kepada orang yang dituju,

*). Untuk mengembalikan pesan yang sudah terenskripsi (matriks B), kita cukup menDeskripsikannya dengan cara mengalikan matriks dekripsi (matriks D) yang diperoleh dari invers matriks E.

D = E^{-1} = $\frac{1}{2.2-3.1}\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

Artinya Penerima pesan harus mendeskripsi matriks B menjadi matriks P (pesan rahasia awal) dengan mengalikan matriks B dengan matriks D.

*). Menentukan matriks P (pesan rahasia aslinya) :

P = B x D = $\begin{bmatrix} 10 & 15 \\ 5 & 10 \\ -21 & -36 \\ 28 & 48 \\ -21 & -31 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$ x $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$= = $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \\ -6 & -9 \\ 8 & 12 \\ -11 & 1 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$

Sehingga yang dibaca oleh penerima adalah matriks P dengan isi pesan rahasianya : 5 0 -6 8 -11 3 0 5 -9 12 1 -7, kemudian dicocokkan dengan kode sandi yang ada dan terbacalah menjadi I LOVE IRWAN.

Dari contoh tersebut, urutan pengiriman pesan rahasianya : i). Pengirim ingin mengirim pesan rahasia : 5 0 -6 8 -11 3 0 5 -9 12 1 -7. Namun pesan rahasia ini di enskripsi dulu dengan matriks E, sehingga menjadi 10 5 -21 28 -21 -1 15 10 -36 48 -31 -5. Pesan rahasia yang sudah terEnskripsi inilah yang dikirimkan ke penerima pesan lengkap dengan matriks E

Matriks Ordo 2x 2

Determinan Matriks ordo 2X2

Untuk setiap matriks persegi A= $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ determinan matriks A dinotasikan det A atau didefinisikan :

$$|A| = ad - bc$$

Sifat : 1. $|A.B| = |A|.|B|$

2. $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

3. A.B = C $\leftrightarrow$ $|A||B| = |C|$

4. $|A||B| = |C| \leftrightarrow |B| = \frac{|C|}{|A|}$

Matriks Singular adalah matriks yang tidak punya determinan atau tidak memiliki invers.

Determinan = 0

D = 0

Mari Kita Amati Contoh Matriks Singular Berikut

Jika Matriks A = $\begin{bmatrix} \mathrm{DH} & \mathrm{I}^{\mathrm{R}} \\ \mathrm{N(W)}^{\mathrm{A}} & \mathrm{B} \end{bmatrix}$ tidak memilki invers. Maka matriks A dapat disederhanakan menjadi ?

Jawab

Det A = 0

Det $\begin{bmatrix} \mathrm{DH} & \mathrm{I}^{\mathrm{R}} \\ \mathrm{N(W)}^{\mathrm{A}} & \mathrm{B} \end{bmatrix}$=

DHB - I^{R}. $\mathrm{N(W)}^{\mathrm{A}}$ = 0

DHB - I^{R}. $\mathrm{(W)}^{\mathrm{A}}$ N = 0

DHB = I^{R}. $\mathrm{(W)}^{\mathrm{A}}$ N

HBD = $\boldsymbol{I^R}$. $\boldsymbol{(W)^A}$ N

Mari Kita Amati Contoh Menghitung determinan matriks dan menghitung salah satu unsur matriks yang telah di ketahui Determinannya

Diketahui matriks – matriks :

A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan B = $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

Carilah determinannya :

Jawab :

Det A = ad – bc = 1.4 – 2.3 = 4 – 6 = -2

Det B = ad – bc = 2 (-3) – (-2).4 = -6 + 8 = 2

Jika determinan matriks C = $\begin{bmatrix} x & x \\ 2 & (x-2) \end{bmatrix}$ bernilai 45.

Carilah nila x yang mungkin :

Jawab

$|C|$= 45

x (x – 2) - x.2 = 45

x^2- 2x – 2x = 45

x^2- 4x = 45

(x – 9)(x + 5) = 0

(x – 9) = 0 atau (x+5) = 0

x = 9 atau x = -5

Sifat Determinan Matriks Ordo 2 x 2

Perhatikan matriks A :

A = $\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$

Determinan dari matriks A adalah:

$|A|$= $\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix}$= $A_{11}.A_{22} - A_{12}.A_{21}$

Sekarang perhatikan matriks kA :

kA = $\begin{bmatrix} kA_{11} & kA_{12} \\ kA_{21} & kA_{22} \end{bmatrix}$

Determinan dari matriks kA adalah:

$|k_A|$= $\begin{vmatrix} kA_{11} & kA_{12} \\ kA_{21} & kA_{22} \end{vmatrix}$= $(kA_{11.})(k.A_{22})$ - $(kA_{12.})(k.A_{21})$

= k^2 $(A_{11.}A_{22} - A_{12.}A_{21})$

Jadi $|k_A|$ = k^2 $|A|$

Mari Kita Amati Contoh Berikut

Diketahui A = $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

Tentukan determinan matriks 10 A

Jawab

Cara Pertama

$|10A|$ = 10^2 $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 100\ - (21\ - 20\ ) = 100$

Cara Kedua

10 A = 10 $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} 30 & 40 \\ 50 & 70 \end{bmatrix}$

$|10A|$ = (30)(70) – (40)(50) = 2100 – 2000 = 100

Sementara itu :

A^{-1} = $\frac{1}{A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21}}$ $\begin{bmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{bmatrix}$

Sehingga

$|A^{-1}|$ = $\frac{1}{(A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21})^2}$ $\begin{vmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{vmatrix}$

= $\frac{1}{(A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21})^2}$ $(A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21})$

= $\frac{1}{A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21}}$

Sehingga $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

Mari Kita Amati Contoh Berikut

Diketahui A = $\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$. Tentukan determinan dari A^{-1}.

Cara Pertama

$$A^{-1} = \frac{1}{32-30}\begin{bmatrix} 8 & -10 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 8 & -10 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -\frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$$

$|A^{-1}|$ = (4).(2) – (-5)($-\frac{3}{2}$)

$= 8 - \frac{15}{2}$

$= \frac{16}{2} - \frac{15}{2}$

$= \frac{1}{2}$、

Cara Kedua

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{1}{32-30} = \frac{1}{2}$$

Determinan Matriks ordo 3 x 3

B = $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

Aturan Sarrus

$$|B| = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}\begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

= (a. e. i + b. f. g + c . d. h) – (c.e.g + a.f .h + b.d.i)

Mari Kita Amati Contoh Determinan Matriks Ordo 3x3 Berikut Ini

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Jawab:

$$\det(B) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{matrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 3 \end{matrix}$$

= (1.(-2)(2) + -1(-1)(4)+0.(0).(3)) - (0(-2)(4) +(1) (-1)(3)(-1)(0)(3)

= [(-4) + 4 + 0) – (0 - 3+0)

= 0 + 3

= 3

Adjoin Matriks

Misalkan diketahui matrik $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$.

Adjoin A ditulis adj (A) dan didefinisikan sebagai berikut.

$$\text{adj } (A) = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Mari Kita Amati Contoh Adjoin Matriks Berikut

A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Adj $(A) = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

Invers Matriks

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Invers matriks A adalah

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\, adj\ (A)$$

atau

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$dengan\ det(A) \neq 0$

Mari Kita Amati Contoh Invers Matrik berikut:

A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{1.4-1.3}\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= 1.\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Mari Kita Amati Contoh soal kombinasi berikut

Bentuk Sederhana dari Y = $\dfrac{\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{O} & \mathbf{A} \\ \mathbf{1} & \mathbf{C} & \mathbf{1} \\ \mathbf{R} & \mathbf{N} & \mathbf{O} \end{vmatrix} + (\mathbf{O^2+N+ACR})}{\begin{vmatrix} \frac{\mathbf{G}}{\mathbf{Y}} & \mathbf{-W} \\ \mathbf{A^2} & \mathbf{O} \end{vmatrix}}$ **adalah …**

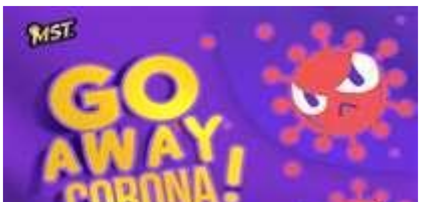
$$\mathbf{Y} = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{O} & \mathbf{A} \\ \mathbf{1} & \mathbf{C} & \mathbf{1} \\ \mathbf{R} & \mathbf{N} & \mathbf{O} \end{vmatrix} + (\mathbf{O^2+N+ACR})}{\begin{vmatrix} \frac{\mathbf{G}}{\mathbf{Y}} & \mathbf{-W} \\ \mathbf{A^2} & \mathbf{O} \end{vmatrix}}$$

$$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{1.C.O+O.1.R+A.1.N-O.1.O-1.1.N-A.C.R+O^2+N+ACR}}{\frac{\mathbf{GO}}{\mathbf{Y}}+\mathbf{A^2W}}$$

$$\mathbf{Y} = = \frac{\mathbf{CO+RO+NA-O^2-N-ACR+O^2+N+ACR}}{\frac{\mathbf{GO}}{\mathbf{Y}}+\mathbf{A^2W}}$$

$$\mathbf{Y}\left(\frac{\mathbf{GO}}{\mathbf{Y}} + \mathbf{A^2W}\right) = \mathbf{CO + RO + NA - O^2 - N - ACR + O^2 + N + ACR}$$

$$\mathbf{GO + A^2W = CO + RO + NA}$$



GO +AWAY = $\mathbf{CO + RO + NA}$

https://cmwcookies.com/go-away-corona---chimew-save-us

DETERMINAN

Aturan Minor kofaktor

$|A|$ = $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

$|A| = a\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix}$- b $\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix}$+ c $\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$

$|A| = a$(ei – fh) – b (di – fg) + c(dh – eg)

INVERS

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

Contoh:

Tentukan invers matriks A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

Det A = $|A|$ = $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}\begin{matrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{matrix}$

Det A = $|A|$= (2.3.3 + 1.4.2+1.5.4) - (1.3.2+2.4.4+1.5.3) =18 + 8+20) – (6 +32 + 15)

= 46 – 53

= -7

M_{11}=$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ = -7, $K_{11} = -7$ M_{12}=$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ = 7, $K_{12} = -7$ M_{13}=$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ = 14, $K_{13} = 14$

M_{21}=$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ = -1, $K_{21} = 1$ M_{22}=$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ = 4, $K_{21} = 4$ M_{23}=$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ =6, $K_{23} = -6$

M_{31}=$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ = -1, $K_{21} = 1$ M_{32}=$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$ = 3, $K_{21} = -3$ M_{33}=$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$ = 1, $K_{21} = 1$

Maka K = $\begin{bmatrix} -7 & -7 & 14 \\ 1 & 4 & -6 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$, adjoin A = $\begin{bmatrix} -7 & 1 & 1 \\ -7 & 4 & 3 \\ 14 & -6 & 1 \end{bmatrix}$

Invers Matriks A adalah

Invers Matriks A adalah

$$A^{-1} = \frac{adj\ A}{|A|} = \frac{1}{-7}\begin{bmatrix} -7 & 1 & 1 \\ -7 & 4 & 3 \\ 14 & -6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{7} & -\frac{1}{7} \\ 1 & -\frac{4}{7} & \frac{3}{7} \\ -2 & \frac{6}{7} & -\frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

Penyelesaian Sisterm Persamaan Linear Dua variabel (SPLDV)

Untuk menentukan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (menentukan nilai x dan y yang sesuai dapat dilakukan dengan cara /metode **Determinan.**

Andai bentuk dari system persamaan linear dua variable adalah :

$a_1x + b_1y = c$

$a_2x + b_2y = d$

Penyelesaian dari metode determinan adalah sebagai berikut :

x = $\frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} c & b_1 \\ d & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{cb_2 - cb_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$ y = $\frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c \\ a_2 & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 d - ca_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$

dengan D = Determinan

$\mathrm{D_x} = \mathrm{Determinan\ untuk\ x}$

$\mathrm{D}_y =$ = Determinan untuk y

Mari Kita Amati Contoh Metode Deteminan Aturan Minor Kofaktor
Tentukan nilai x, y dan z dari persamaan berikut :

2x – y + 2z = 12
x + y + z = 12
3x + 2y – z = 8

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \\ 8 \end{bmatrix}$$

D = $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \rightarrow 2\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$

= 2 (-3) + 1(-4) + 2 (-1) = -12

Dx = $\begin{vmatrix} 12 & -1 & 2 \\ 12 & 1 & 1 \\ 8 & 2 & -1 \end{vmatrix} \rightarrow 12\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 12 & 1 \\ 8 & -1 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 12 & 1 \\ 8 & 2 \end{vmatrix}$

= 12 (-3) + 1(-20) + 2 (16) = -24

D_y = $\begin{vmatrix} 2 & 12 & 2 \\ 1 & 12 & 1 \\ 3 & 8 & -1 \end{vmatrix} \rightarrow 2\begin{vmatrix} 12 & 1 \\ 8 & -1 \end{vmatrix} - 12\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$

= 2 (-20) -12(-4) + 2 (-28) = -48

D_z = $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 12 \\ 1 & 1 & 12 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix} \rightarrow 2\begin{vmatrix} 1 & 12 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 1 & 12 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} + 12\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$

= 2 (-16) + 1(-28) + 12 (-1) = - 72

x = $\frac{D_x}{D} = \frac{-24}{-12} = 2$, y = $\frac{D_y}{D} = \frac{-48}{-12} = 4$, z = $\frac{D_z}{D} = \frac{-72}{-12} = 6$

Mari Kita Amati Contoh Metode Invers Berikut
2x – y + 2z = 12
x + y + z = 12
3x + 2y – z = 8

$$\begin{bmatrix}2 & -1 & 2\\ 1 & 1 & 1\\ 3 & 2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12\\ 12\\ 8\end{bmatrix} \longrightarrow \begin{array}{l} A.X = B \\ X = A^{-1}B\end{array}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -1 & 2\\ 1 & 1 & 1\\ 3 & 2 & -1\end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\frac{1}{\begin{vmatrix}2 & -1 & 2\\ 1 & 1 & 1\\ 3 & 2 & -1\end{vmatrix}}\begin{bmatrix}\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 2 & -1\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}-1 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}1 & 1\\ 3 & -1\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & 2\\ 3 & -1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}2 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}1 & 1\\ 3 & 2\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}2 & -1\\ 3 & 2\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{vmatrix}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}12\\ 12\\ 8\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\frac{1}{-12}\begin{bmatrix}(-3) & -(-3) & (-3)\\ -(-4) & (-8) & -(0)\\ (-1) & -(7) & (3)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}12\\ 12\\ 8\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(-3) & -(-3) & (-3)\\ -(-4) & (-8) & -(0)\\ (-1) & -(7) & (3)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\ -1\\ -\frac{2}{3}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3-3+2\\ -4+8-0\\ 1+7-2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ 4\\ 6\end{bmatrix}$$

Jadi (x,y,z) = (2,4,6)

KUIS 2

Hallo, sudah siap untuk berlatih

Yuk kita kerjakan Kuisnya

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix}3 & -2\\ 4 & -1\end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}$ C= $\begin{pmatrix}4 & 10\\ 9 & 12\end{pmatrix}$.

Nilai determinan dari matriks (AB – C) adalah…

a. -7 c. 2 e. 12

b. -5 d. 3

2.Diketahui matriks-matriks : A = $\begin{bmatrix}-2 & 4\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ dan B = $\begin{bmatrix}5 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$. Jika matriks C = A.B maka determinan matriks C adalah ...

a. -66 b. -98 c.80 e.85 e. 98

3. Jika jika determinan A = $\begin{bmatrix}5+x & x\\ 5 & 3x\end{bmatrix}$ dan determinan B=$\begin{bmatrix}9 & -x\\ 7 & 4\end{bmatrix}$ sama, maka harga x yang memenuhi adalah ...

a. 3 atau 4
b1 3 atau -4
d. -4 atau -5
e. 3 atau -5

4. Jika diketahui Matriks B seperti di bawah ini, maka determinan matriks B adalah:

B = $\begin{bmatrix}3x & y\\ 3y & x\end{bmatrix}$.

a. (3x+3y)(x-y) atau (x+y)(3x-3y)

b. (3x+3y)(x+y) atau (x+y)(3x-3y)

c. (3x+3y)(3x-3y) atau (x+y)(3x-3y)

d. (3x+3y)(x-y) atau (3x+3y)(3x-3y)

E. (3x-3y)(x-y) atau (3x+3y)(3x-3y)

5.Misalkan kita memiliki dua buah matriks yang berordo 2x2, dimana masing-masing matriks M dan Matriks N diketahui seperti dibawah ini:

$M = \begin{bmatrix} \mathrm{x} & 2 \\ 3 & 2\mathrm{x} \end{bmatrix}$ dan $N = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & x \end{bmatrix}$

Agar determinan matriks M sama dengan dua kali dari determinan N, maka nilai x yang memenuhi adalah :

a. x = 6 atau x = -2 b. x = -6 atau x = -2 c. x = -6 atau x = 4 d. x = -2 atau x = -16

e. x = 2 atau x = -16

6. Jika diketahui matriks A berordo 2x2 seperti di bawah ini :

A=$\begin{bmatrix} \mathbf{3} & \boldsymbol{x} \\ \mathbf{2} & \mathbf{8} \end{bmatrix}$

Dan jika determinan dari matriks A diatas adalah 18, maka nilai x adalah.....

a. 3 b.6 c. 8 d.12 e.16

7. Diketahui matriks A seperti dibawah ini :

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \end{bmatrix}$

Maka nilai determinan matriks (A) yang berordo 3x3 diatas adalah :
a. 32 b.-32 c. 52 d. 42 e.62

8. Diketahui matriks A dan B seperti dibawah ini :

A =$\begin{bmatrix} \boldsymbol{a} & \boldsymbol{b} & \boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{d} & \boldsymbol{e} & \boldsymbol{-f} \\ \boldsymbol{g} & \boldsymbol{h} & \boldsymbol{i} \end{bmatrix}$ **B =**$\begin{bmatrix} \boldsymbol{3a} & \boldsymbol{3b} & \boldsymbol{3c} \\ \boldsymbol{-d} & \boldsymbol{-e} & \boldsymbol{-f} \\ \boldsymbol{4g} & \boldsymbol{4h} & \boldsymbol{4i} \end{bmatrix}$

Dan bila hasil determinan dari Matriks A adalah -8, berapakan nilai
determinan dari matriks B :

a. 32 b. -32 c. -96 d. 96 e. 100

9. Diketahui matriks A = $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ dan B = $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Determinan dari matriks $B^{-1}.A^{-1}$ adalah ….

A. 209 b. 10 c. 1 d.-1 e.-209

10.Diketahui A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ p & 2 \end{bmatrix}$ yang memiliki invers dan det B = -2. Jika det A = -8 det $(AB)^{-1}$, maka hasil kali semua nilai p yang mungkin adalah …

Pembahasan

1. AB – C = $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$

= $\begin{pmatrix} 12+4 & 9+2 \\ 16+2 & 12+1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$

= $\begin{pmatrix} 16 & 11 \\ 18 & 13 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$

= Det (AB – C) = (12.1) – (9.1) = 12 – 9 = 3

Jadi jawaban yang tepat adalah d

2. C = A.B

C = $\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

C = $\begin{bmatrix} -10+4 & -6+8 \\ 15+1 & 9+2 \end{bmatrix}$

C = $\begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 16 & 11 \end{bmatrix}$ Det(C) = (-6.11) – (16.2) = -66 – 32 = -98

Cara khusus

$|C|$ = $|A||B|$ = [(-2)(1) – 4(3)] [(5)(2) – 3(1)]

=[-14] $\times$ [7]

= - 98

Jadi jawaban yang tepat adalah b

3. Det(A) = (5 + x) 3x – 5x = 15x + $3x^2$ - 5x =10 x + $3x^2$

Det(B) = 9.4 – 7(-x) = 36 + 7x

10 x + $3x^2$= 36 + 7x

$3x^2$+3x – 36 = 0

(3x – 9) (x + 4) = 0
x = 3 atau x = -4

4. det(B) = (3x.x) - (y.3y)

det(B) = $3x^2 - 3y^2$

det(B) = 3{(x+y)(x-y)}

det(B) = (3x+3y)(x-y) atau (x+y)(3x-3y)

Jadi jawaban yang tepat adalah a

5. M = $\begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & 2x \end{bmatrix}$ det(M) =(x.2x) - (2.3) = $2x^2 - 6$

N = $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & x \end{bmatrix}$ det(N) =(4.2x) - (3.-3) = 8x + 9 determinan matriks M sama dengan dua kali dari determinan N,maka:
⇒ det(M) = 2.det(N) ⇒ $2x^2$ - 6 = 2.(8x + 9) ⇒ $2x^2$ - 6 = 16x + 18 ⇒ $2x^2$ - 8x - 24 = 0 ⇒ x^2 - 4x - 12 = 0 ⇒ (x - 6) (x + 2) = 0

⇒ x = 6 atau x = -2. **Jadi jawaban yang tepat adalah a**

det(A) = (3.8) - (2.x) = 24 - 2X

6. Dikatakan nilai det(A) adalah 18, maka

det(A) = 24 - 2x

18 = 24 - 2x

2x = 24 - 18

2x = 6

x = 3

Jadi jawaban yang tepat adalah a

7. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \\ 5 & -1 \end{matrix}$

det(A) = {(3.1.2) + (2.-1.5) + (1.4.-1)} - {(1.1.5) + (3.-1.-1) + (2.4.2)}

= { (6) + (-10) + (-4)} - {(5) + (3) + (16)}

= (-8) - (24) = -32

Jadi jawaban yang tepat adalah b

8. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a} & \boldsymbol{b} & \boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{d} & \boldsymbol{e} & \boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{g} & \boldsymbol{h} & \boldsymbol{i} \end{bmatrix}$ det(A) = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi).

Karena hasil determinan matriks A adalah -8, maka :

-8 = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)

$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{3a} & \boldsymbol{3b} & \boldsymbol{3c} \\ \boldsymbol{-d} & \boldsymbol{-e} & \boldsymbol{-f} \\ \boldsymbol{4g} & \boldsymbol{4h} & \boldsymbol{4i} \end{bmatrix}$

det(B) = {(3a.-e.4i)+(3b.-f.4g)+(3c.-d.4h)} -{(3c.-e.4g)+(3a.-f.4h)

+ (3b.-d.4i)}

= {(-12aei)+(-12bfg)+(-12cdh)} - {(-12ceg)+(-12afh) +

(- 12bdi)}

= -12{(aei+bfg+cdh)-(ceg+afh+bdi)}

Jika dilihat (aei+bfg+cdh)-(ceg+afh+bdi) adalah nilai determinan A = 8, maka det(B) = -12 det(A) = -12 .(-8) = 96

Jadi jawaban yang tepat adalah d

9. $A^{-1} = \frac{1}{2.3 - 1.5}\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{6-5}\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$B^{-1} = \frac{1}{5.1 - 4.1}\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{5-4}\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

$B^{-1}.\,A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.3 + (-4).(-1) & 1(-5) + (-4).2 \\ -1.3 + 5.(-1) & (-1).(-5) + 5.2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 + 4 & -5 + (-8) \\ -3 + (-5) & 5 + 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -13 \\ -8 & 15 \end{bmatrix}$

Det $B^{-1}.A^{-1}$ = 7.15 – (-13).(-8) = 105 – 104 = 1

Jadi jawaban yang tepat adalah c

10. A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ p & 2 \end{bmatrix}$ = det A = (2.2 – 1.p)= 4 – p

A^{-1}= $\frac{1}{4-p}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -p & 2 \end{bmatrix}$= $\begin{bmatrix} \frac{2}{4-p} & \frac{-1}{4-p} \\ \frac{-p}{4-p} & \frac{2}{4-p} \end{bmatrix}$

Det A^{-1}= $\frac{4}{(4-p)^2}$ $-$ $\frac{p}{(4-p)^2}$ = $\frac{4-p}{(4-p)^2}$ = $\frac{1}{4-p}$

Det B = -2

Det B^{-1} = - $\frac{1}{2}$

Det A = -8 Det $(AB)^{-1}$

4 – p = -8 Det B^{-1}. Det A^{-1}

4 – p = -8 .(- $\frac{1}{2}$) . ($\frac{1}{4-p}$)

4 – p = $\frac{4}{4-\mathrm{p}}$

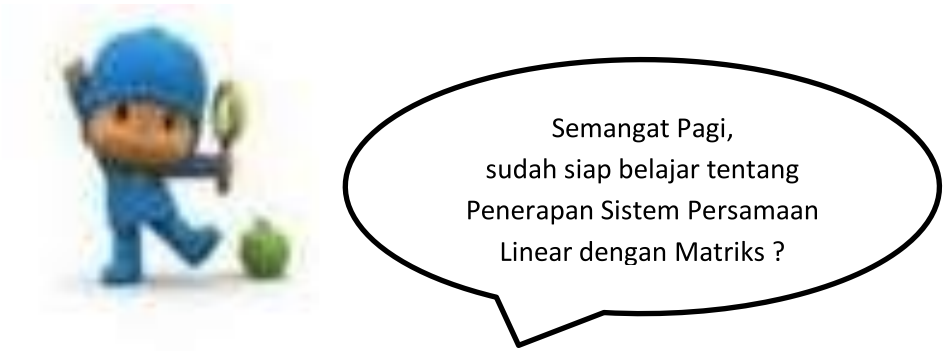
(4 - $p)^2$ = 4

16 - 8p + p^2 - 4 =0

p^2 - 8p + 12 =0 maka p = 6 atau p = 2, jadi p.p =6.2 = 12

Jadi jawaban yang tepat adalah d

C. SUB BAB PENERAPAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS



TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa dapat menemukan hubungan Sitem Persamaan Linear dengan matriks
2. Mengidentifikasi konsep determinan matriks dalam memecahkan masalah nyata.
3. Terampil menerapkan konsep determinan matriks dalam pemecehan masalah nyata

Masalah Kontekstual

Dalam kehidupan sehari – hari, kita sering berhadapan dengan persoalan yang apabila kita telusuri ternyata merupakan masalah matematika. Dengan mengubahnya kedalam bahasa atau persamaan matematika, maka persoalan tersebut lebih mudah diselesaikan. Tetapi, terkadang kita mengalami kesulitan jika suatu persoalan seringkali memuat lebih dari dua persamaan atau variabel. Bahkan di negara maju, sering ditemukan model ekonomi yang harus dipecahkan dengan suatu sistem persamaan dengan puluhan atau ratusan variabel.

Taukah kalian? Dalam bidang industri, maksimum keuntungan dan minimum biaya merupakan tujuan utama setiap perusahaan. Selain dengan metode program linear, penyelesaian dari permasalahan maksimasi keuntungan dan minimisasi biaya dapat direpresentasikan dalam bentuk matriks. Keterkaitan antara pemodelan matematika sebagai bentuk penyajian permasalahan dengan metode optimasi seperti program linear sangat membantu dalam pemahaman konsep matriks sebagai alternatif penyelesaian

Pernahkah kalian berbelanja ke mol membeli pakaian. Misalnya membeli beberapa baju dan celana Karena harga sedang diskon, ananda hendak memborong baju dan celana yang ada di mol tersebut. Maka untuk menentukan harga 1 buah baju dan 1 buah celana dari beberapa jenis pakaian, ananda bisa menggunakan invers matriks sebagai salah satu solusi alternatif.

Misal harga baju = x, harga celana = y. Vani membeli : 5 baju, 4 celana bayar Rp 425.000;

5x + 4y = 425.000.

Novi membeli 4 baju, 5 celana Rp 330.000,

4x + 3y = 330.000

Maka diperoleh matriks

5x + 4y = 425.000.

4x + 3y = 330.000

A B

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 425.000 \\ 330.000 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}A\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1}B$$

$$= \frac{1}{5(3)-4(4)} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 425.000 \\ 330.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 425.000 \\ 330.000 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1.275.000 - 1.320.000 \\ -1.700.000 + 1.650.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} -45000 \\ -50.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45000 \\ 50.000 \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh harga baju Rp 45.000 dan celana Rp 50.000.

2 baju dan 1 celana = 2 (45000) + (50.000) = 90.000 + 50.000 = 140.000.

Mari kita lihat Contoh 2

Seorang ibu akan membuat 2 jenis kue. Bahan untuk membuat kue sudah disiapkan, yaitu 3 kg tepung dan 2 kg gula. Kue jenis A memerlukan 150 gram tepung dan 50 gram gula, sedangkan kue jenis B memerlukan 100 gram tepung dan 100 gram gula. Berapa banyak kue jenis A dan kue jenis B yang dapat dibuat dengn bahan yang tersedia ?

Pembahasan :

	Kue A	Kue B	Persediaan (gram)
Tepung	150	100	3000
Gula	50	100	2000

Misalkan, kue A = x

kue B = y

Persamaan linear yang dapat dibentuk dari model tersebut adalah

150x + 100y = 3000 …(1)

50x + 100y = 2000 ….(2)

Sederhanakan persamaan (1) dan 2 menjadi :

3x + 2y = 60

x + 2y = 40

Selanjutnya, sistem persamaan linear ini diubah kedalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 60 \\ 40 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 60 & 2 \\ 40 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{120 - 80}{6 - 2} = \frac{40}{4} = 10$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 60 \\ 1 & 40 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{120 - 60}{6 - 2} = \frac{60}{4} = 15$$

Jadi, kue jenis A yang dapat dibuat adalah 10 buah dan kue jenis B yang dapat dibubat adalah 15 buah.

Mari kita lihat contoh 3

Harga 2 kg lengkeng, 2 kg jeruk, dan 1 kg anggur adalah Rp. 112.000,00 dan harga 1 kg lengkeng, 2 kg jeruk, dan 2 kg anggur adalah Rp. 172.000,00. Jika harga 2 kg lengkeng, 2 kg jeruk, dan 3 kg anggur Rp. 256.000,00. Tentukan harga 1 kg lengekeng, 1 kg jeruk dan 1 kg anggur ?

Lengkeng (kg)	Jeruk (kg)	Anggur (kg)	Harga (Rp)
2	2	1	112.000
1	2	2	172.000
2	2	3	256.000

Misalkan : x = lengkeng

y = jeruk

z = anggur

Persamaan linear yang dapat dibentuk dari model tersebut adalah

2x + 2y + z = 112000

x + 2y + 2z = 172000

2x + 2y + 3z = 256000

Selanjutnya, sistem persamaan linear ini diubah kedalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 112000 & 2 & 1 \\ 1720000 & 2 & 2 \\ 2560000 & 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{48000}{4} = 12000$$

$$\mathrm{y} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 112000 & 1 \\ 1 & 172000 & 2 \\ 2 & 256000 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{32000}{4} = 8000$$

$$\mathrm{z} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 112000 \\ 1 & 2 & 172000 \\ 2 & 2 & 256000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{288000}{4} = 72000$$

Jadi, harga 1 kg lengkeng adalah Rp. 12.000,00, 1 kg jeruk adalah Rp. 8.000,00 dan 1 kg anggur adalah Rp. 72.000,00

Kuis 3

Hallo, sudah siap untuk berlatih

Yuk kita kerjakan Kuisnya

1. Sebuah Bandara penerbangan Kertajati menawarkan perjalanan wisata ke Korea menggunakan dua jenis pesawat Air Asia dan Lion Air

Sumber : bisniswisata.co.id/bisniswisata/bandara-kertajati-majalengka/

Jumlah kursi penumpang dari masing – masing pesawat di sajikan sebagai berikut :

Katagori	Air Asia	Lion Air
Kelas Ekonomi Kelas VIP	100 80	120 100

Jumlah penumpang yang mengikuti perjalanan wisata ke Korea adalah sebagai berikut :

Kelas Ekonomi	220
Kelas VIP	180

Berapa banyak pesawat yang harus di persiapkan untuk perjalanan tersebut !

a. 1 b. 2 c.3 d.4 e.5

2. Jumlah uang Natasha dan uang Wilona Rp 100.000,-. Jika Natasha memberikan uangnya sebanyak Rp 15000,- kepada Wilona, maka banyak uang mereka menjadi sama, dengan menggunakan matriks tentukan banyak uang mereka (semula) masing – masing ! (Diketahui : N= Natasha, W = Wilona)

a. $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 60.000 \\ 30.000 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70.000 \\ 30.000 \end{bmatrix}$ e. $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 75.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 65.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$

3. Rasio usia Nikita ke usia Willy enam tahun yang lalu adalah 1 : 2. Empat tahun dari sekarang rasio usia mereka adalah 7 : 9. Berapakah usia Nikita dan Willy (tahun)?

a. $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 13 \end{bmatrix}$ e. . $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 14 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 10 \\ 14 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} N \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 12 \end{bmatrix}$

4. Jika uang Ariel, Bella, dan Citra digabungkan hasilnya Rp 600.000,-. Apabila uang Bella diambil Rp 100.000,- dan diberikan kepada Ariel, makan uang Ariel akan sama dengan uang Bella. Jika uang Citra ditambah Rp 200.000,- maka uang Citra akan sama dengan jumlah uang Ariel dan Bella. Perbandingan uang Ariel, uang Bella, dan uang Citra berturut – turut adalah …

a. 1 : 2 : 3 c. 2 : 1 : 3 e. 3 : 1 : 2

b. 1 : 3 : 2 d. 2 : 3 : 1

5. Banyaknya siswa laki – laki di sebuah kelas adalah $\frac{2}{5}$ siswa perempuan. Jika 12 orang siswa perempuan meninggalkan kelas itu, maka banyaknya siswa perempuan dan laki – laki menjadi sama. Jika x dan y berturut – turut menyatakan banyaknya siswa laki – laki dan perempuan, maka matriks yang tepat untuk menyatakan masing – masing siswa adalah …

.a. $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}= \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ $c.$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ e. $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}= \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

. $b.$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}= \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}= \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

6. 

Hubungan antara roda gigi A dan roda gigi B seperti pada gambar di samping. Dengan menggunakan invers matriks , berapakah diameter masing – masing roda.

a. Diameter roda A = 16 Diameter roda B = 10

b. Dimeter roda A = 12 Diameter roda B = 8

c. Diameter roda A = 8 Diameter roda B = 6

d. Diameter roda A = 16 Diameter roda B = 12

e. Diameter roda A = 20 Diameter roda B = 10

7. Pengurus OSIS menyusun dua proposal A dan B untuk mengajukan permohonan dana bantuan . Ketika membuat 2 buah proposal A dan 4 buah proposal B mereka memerlukan 78 lembar kertas. Ketika menyusun 2 buah proposal A dan 5 buah proposal B mereka memerlukan 90 lembar. Proposal memerlukan kertas sebanyak …. Lembar.

a. 15 b.16 c.17 d.18 e.19

8. Perhatikan gambar sketsa lapangan sepakbola berikut

14

7  2x - y

x + 3y

Dengan menggunakan invers matriks, berapakah nilai 2x – y berdasarkan gambar diatas.

a. 6 b.7 c.8 d.9 e.10

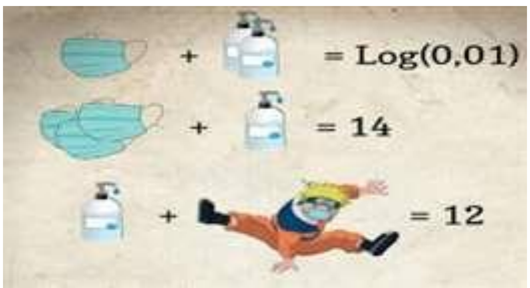
9. Untuk memeriahkan HUT RI, KFC Subang mengadakan promo seperti yang tertera pada gambar di bawah ini

Berapa harga masing – masing 1 ayam dan 1 nasi jika minumannya gratis? (dalam rupiah). `Gunakan kaidah invers matriks untuk menyelesaikan soal tersebut.

a. $\begin{bmatrix} Nasi \\ Ayam \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5000 \\ 10.000 \end{bmatrix}$ $b.\begin{bmatrix} Nasi \\ Ayam \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5000 \\ 11.000 \end{bmatrix}$ e. $\begin{bmatrix} Nasi \\ Ayam \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 6000 \\ 11.000 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} Nasi \\ Ayam \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5500 \\ 10.500 \end{bmatrix}$ $d.\begin{bmatrix} Nasi \\ Ayam \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4000 \\ 9.500 \end{bmatrix}$

10. Perhatikan gambar berikut. Pada gambar ini mendeskripsikan keadaan di saat pandemi covid 19, di sana terdapat masker, hand sanitazer dan orang yang bernama Naruto.



Gunakan determinan matriks untuk mengerjakan soal ini.

Berapakah nilai  ÷  – 

a.2 b.3 c.- e.9

Pembahasan

1. Gunakan sistem persamaan linear dan invers matriks :

Misalkan : x = kelas ekonomi

y = kelas vip

Jumlah penumpang kelas ekonomi = 220

Jumlah penumpang kelas vip = 180

Banyak pesawat yang harus dipersiapkan ?

100 x + 120 y = 220

80 x + 100 y = 180

$$\begin{bmatrix}10 & 12\\ 8 & 10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}22\\ 18\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5 & 6\\ 4 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}11\\ 9\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} = 1\begin{bmatrix}5 & -6\\ -4 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}11\\ 9\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$$

x + y = 2. Banyak pesawat yang harus dipersiapkan adalah 2 . Jawaban yang tepat adalah b.

2. Uang natasha = x
Uang wilona = y
jumlah uang mereka = 100.000
x + y = 100.000
Jika natasha memberikan uangnya sebanyak Rp 15000 kepada wilona maka banyak uang mereka akan menjadi sama
x – 15000 = y + 15000
x – y = 30.000
persamaan matriksnya

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}100.000\\ 30.000\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}100.000\\ 30.000\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} = \frac{1}{-1-1}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}100.000\\ 30.000\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix}-130.000\\ -70.000\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}65.000\\ 35000\end{bmatrix}$$

3. Misalkan x = Nikita dan Y = Wily

$Dengan\ \ perkalian\ silang\ diperoleh$:

$$\frac{x-6}{y-6} = \frac{1}{2}$$

$$2(x\ -6) = y\ -6$$

$$2x\ -12 = y\ -6$$

$$2x\ -y = -6+12$$

$$2x\ -y = 6\ \ ...(1)$$

$\frac{x+4}{y+4} = \frac{7}{9} \longrightarrow 9(x+4) = 7(y+4) \longrightarrow 9x + 36 = 7y + 28 =$

$9x - 7y = 28 - 36$

$9x - 7y = -8 \ldots.(2)$

$\text{dari persamaan}(1)\text{dan persamaan}(2)\text{diperoleh matrik:}$

$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 9 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -8 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = -5$`

$Untuk\ mencari\ nilai\ x\ \ dan\ y\ gunakana\ \ Determinan\ dan\ subitusi$

Dx = $\begin{bmatrix} 6 & -1 \\ -8 & -7 \end{bmatrix} = -42 - 8 = -50$

x=$\frac{Dx}{D}$ = 10 subsitusi 2x – y = 6

2(10) – y = 6

20 - 6 = y

y=14

Rasio usia Maria dan Wily= 10 : 14

4. Misalkan Ariel = A, Bela = B dan citra = C
   Dari Persamaan Aljabar di peroleh persamaan sebagai berikut :
   a + B + C = 600.000… persamaan .(1)
   b – 100.000 = a + 100.000…persamaan(2)
   C + 200.000 = A + B
   dari persamaan berikut kita gunakan metode subsitusi dan eliminasi :
   a + b + c = 600.000
   a + b – c = 200.000 +
   2a + 2b = 800.000
   a + b = 400.000
   a – b = -200.000……persamaan (2)
   dari persamaan berikut kita gunakan metode determinan matriks :

   D = $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
   = -1 -1
   = -2
   Da = $\begin{bmatrix} 400.000 & 1 \\ -200.000 & -1 \end{bmatrix}$ = 400.000.(-1) + 200.000 = -200.000

   A = $\frac{DA}{D}$ = 100.000
   Db = $\begin{bmatrix} 1 & 400.000 \\ 1 & -200.000 \end{bmatrix}$ =1 (-200.000) – 400.000 = -600.000
   b= $\frac{DB}{D}$ = 300.000
   Kembali ke persamaan awal
   a+b+c= 600.000
   100.000 + 300.000 + c = 600.000, maka c = 200.000. Jadi perbandingan uang ariel , uang bella dan dan citra : a : b : c = 100.000 : 300.000 : 200.000 = 1 : 3 : 2

5. Misalkan x = banyak siswa laki – laki
   y = Banyak siswa perempuan
   membuat persamaan dari pernyataan
   banyaknya siswa laki – laki = $\frac{2}{5}$ siswa perempuan
   x = $\frac{2}{5}$ y (kesemua ruas dikali 5)↔ $5x = 2y$
   ↔5x – 2y = 0…pers 1
   Banyak laki – laki = 12 orang siswa perempuan meniinggalkan kelas
   x = y – 12
   x – y = -12…..pers 2

Persamaan yang dibentuk

5x – 2 y =0

x – y = -12

Bentuk dalam matriks dari dua persamaan tersebut

$\begin{bmatrix}5 & -2\\1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\-12\end{bmatrix}$

Menentukan nilai x dan y dengan menggunakan invers matriks

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & -2\\1 & -1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\-12\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-5+2}\begin{bmatrix}-1 & 2\\-1 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\-12\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 2\\-1 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\-4\end{bmatrix}$

6. Berdasarkan gambar tersebut, hubungan roda gigi A dan roda gigi B dinyatakan dalam sistem persamaan linear

r_A + 2r_B = 20

2r_A + r_B = 22

Dalam bentuk matriks

menjadi $\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}r_A\\r_B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}20\\22\end{bmatrix}$

Misal A = $\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 1\end{bmatrix}$, maka A^{-1} = $\frac{1}{1.1-2.2}\begin{bmatrix}1 & -2\\-2 & 1\end{bmatrix}$

= $\frac{1}{-3}\begin{bmatrix}1 & -2\\-2 & 1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}r_A\\r_B\end{bmatrix}=A^{-1}.\begin{bmatrix}20\\22\end{bmatrix}$

= $\frac{1}{-3}\begin{bmatrix}1 & -2\\-2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}20\\22\end{bmatrix}$

= $\frac{1}{-3}\begin{bmatrix}1.20+(-2).20\\-2(20)+1.(22)\end{bmatrix}=\frac{1}{-3}\begin{bmatrix}20+(-44)\\-40+22\end{bmatrix}$

= $\frac{1}{-3}\begin{bmatrix}-24\\-18\end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix}8\\6\end{bmatrix}$

r_A= 8 (Jari – jari A = 8), r_B= 6 (jari – jari B = 6)

Diameter A = 2$\times$ $jari - jari\ A = 2\ r_A$ = 2. 8 = 16

Diameter B = 2$\times$ $jari - jari\ B = 2\ r_B$ = 2. 6 = 12

7.Misalkan : Proposal A = x

Proposal B = y

2 proposal A + 4 proposal B = 78

Kita sederhanakan

proposal A + 2proposal B = 39

2 proposal A + 5 proposal B = 90

x+2y = 39

2x + 5y = 90, maka x = …

$\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}39\\90\end{bmatrix}$

D = $\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 5\end{bmatrix}$= 1.(5) – 2(2) = 5 – 4= 1

D_x= $\begin{bmatrix}39 & 2\\90 & 5\end{bmatrix}$= 39.(5) – 2(90) = 195 – 180= 15

D_y= $\begin{bmatrix}1 & 39\\2 & 90\end{bmatrix}$= 1.(90) – 39(2) = 90 – 78= 12

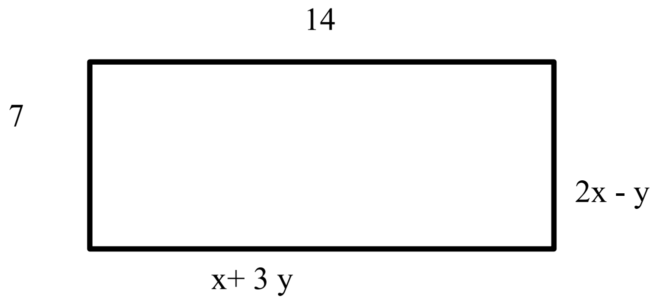
Proposal A = x=$\frac{D_y}{D}$ = $\frac{15}{1}$=15

Jadi proposal A memerlukan kertas sebanyak 15 lembar. Jawaban yang tepat adalah a.

8. Pada sketsa lapangan sepak bola kedua sisi yang berhadapan memiliki panjang yang sama, sehingga kita peroleh SPL berikut :

2x – y = 7

x + 3y =14



Dengan menggunkan metode invers matriks kita peroleh

$\begin{bmatrix}2 & -1\\1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\14\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -1\\1 & 3\end{bmatrix}^{-1}.\begin{bmatrix}7\\14\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{2.(3)-1(-1)}\begin{bmatrix}3 & 1\\-1 & 2\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}7\\14\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{7}\begin{bmatrix}3 & 1\\-1 & 2\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}7\\14\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3 & 1\\-1 & 2\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}3.(1)+1(2)\\-1(1)+2(2)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$

9. Diketahui : misalkan N = Nasi

A = Ayam

x = 5 dan y=3, maka nilai 2x – y = 2(5)-3 = 7

Ditanyakan: Berapa harga 1 potong ayam dan 1 nasi ?

Jawab: Jika N adalah Nasi dan A adalah Ayam, maka kita peroleh sisitem persamaan linear sebagai berikut:

N + A = 16.000

N + 2A = 26.500

Dalam bentuk matriks dapat ditulis:

$\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}N\\A\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}16000\\26.500\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}N\\A\end{bmatrix}=\frac{1}{2-1}\begin{bmatrix}2 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}16000\\26.500\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}16000\\26.500\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}N\\A\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2.(16000)+(-1)(26.500)\\(-1)16000+(1).26.500\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}N\\A\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}32.000+(-26.500)\\-16000+26.500\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} N \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.500 \\ 10.500 \end{bmatrix}$$

Jadi $\begin{bmatrix} Nasi \\ Ayam \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.500 \\ 10.500 \end{bmatrix}$. Harga 1 nasi Rp 5500 dan sesepotong ayam Rp 10.500. Jawaban yang tepat adalah c

10. Misalkan M = Masker, H = Hand Sanitazer, N = Naruto maka kita peroleh sistem persamaan linear sebagai berikut :

M + 2H = log (0,01)   M + 2H = -2…persamaan 1

3M + H = 14 …persamaan 2

H + N = 12 …persamaan 3

Koefesien persamaan 1 : M =1, 2H = 2 , N = 0

Koefesien persamaan 2 : M= 3, H = 1, N = 0

Koefesien persamaan 3 : M = 0 , H = 1, N = 1

Dalam bentuk matriks dapat ditulis :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{M} \\ \mathrm{H} \\ \mathrm{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 14 \\ 12 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{D} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix} = (1+0+0) - (0+0+6) = 1 - 6 = -5$$

$$\mathrm{D_M} = \begin{vmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 14 & 1 & 0 \\ 12 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} -2 & 2 \\ 14 & 1 \\ 12 & 1 \end{matrix} = (-2 + 0 + 0) - (0+0+28) = -2-28 = -30$$

$$\mathrm{D_N} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & 12 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix} = (12 + 0 - 6) - (0+14+72) = 6-86 = -80$$

$$\mathrm{D_H} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 14 & 0 \\ 0 & 12 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -2 \\ 3 & 14 \\ 0 & 1 \end{matrix} = (14 + 0 + 0) - (0+0-6) = 14+6 = 20$$

M = $\frac{\mathrm{D_M}}{\mathrm{D}} = \frac{-30}{-5} = 6$, N = $\frac{\mathrm{D_N}}{\mathrm{D}} = \frac{-80}{-5} = 16$, H = $\frac{\mathrm{D_H}}{\mathrm{D}} = \frac{20}{-5} = -4$

Jadi M = 6, N = 16 dan H = -4

Sehingga nilai N ÷ H + M = 16 : (-4) + 6 = 2. Maka jawaban yang tepat adalah a.

RINGKASAN

1. Matriks adalah susunan berbentuk persegi panjang dari $m \times n$ elemen (biasanya bilangan)

2. Jika suatu matriks mempunyai m baris dan n kolom maka matriks tersebut berordo $m \times n$, ditulis A_{mxn}

3. Hasil kali matriks A dengan skalar k adalah suatu matriks yang diperoleh dengan mengalikan setiap elemen dengan skalar k

4. Dua matriks A dan B dapat dikalikan jika banyaknya kolom matriks A sama dengan banyaknya baris matriks B

5. Jika A, B, dan C adalah matriks yang dapat di jumlahkan dan dikalikan, serta *k* adalah skalar (bilangan real) maka berlaku sebagai berikut :

a. Tidak komutatif , yaitu $A \times B \neq B \times A$

b. Asosiatif, yaitu $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$

c. Distributif , yaitu $A \times (B + C) = (A \times B) + (A \times C)$ dan $(A + B) \times C = A \times C + B \times C$

d. Perkalian dengan skalar *k*, yaitu $(kA) \times B = k(A \times B)$

e. Terdapat unsur identitas, yaitu I sehingga $A \times I = I \times A = A$, dengan A dan I matriks persegi berordo sama

f. Perkalian dengan matriks 0, yaitu $A \times 0 = 0 \times A = 0$

6. Matriks A saling invers dengan matriks B jika $AB = BA = I$, dengan I matriks identitas. Jika det $A = 0$, matriks A tidak punya invers dan disebut matriks singular.

Tes Kemampuan Komunikasi Matematis

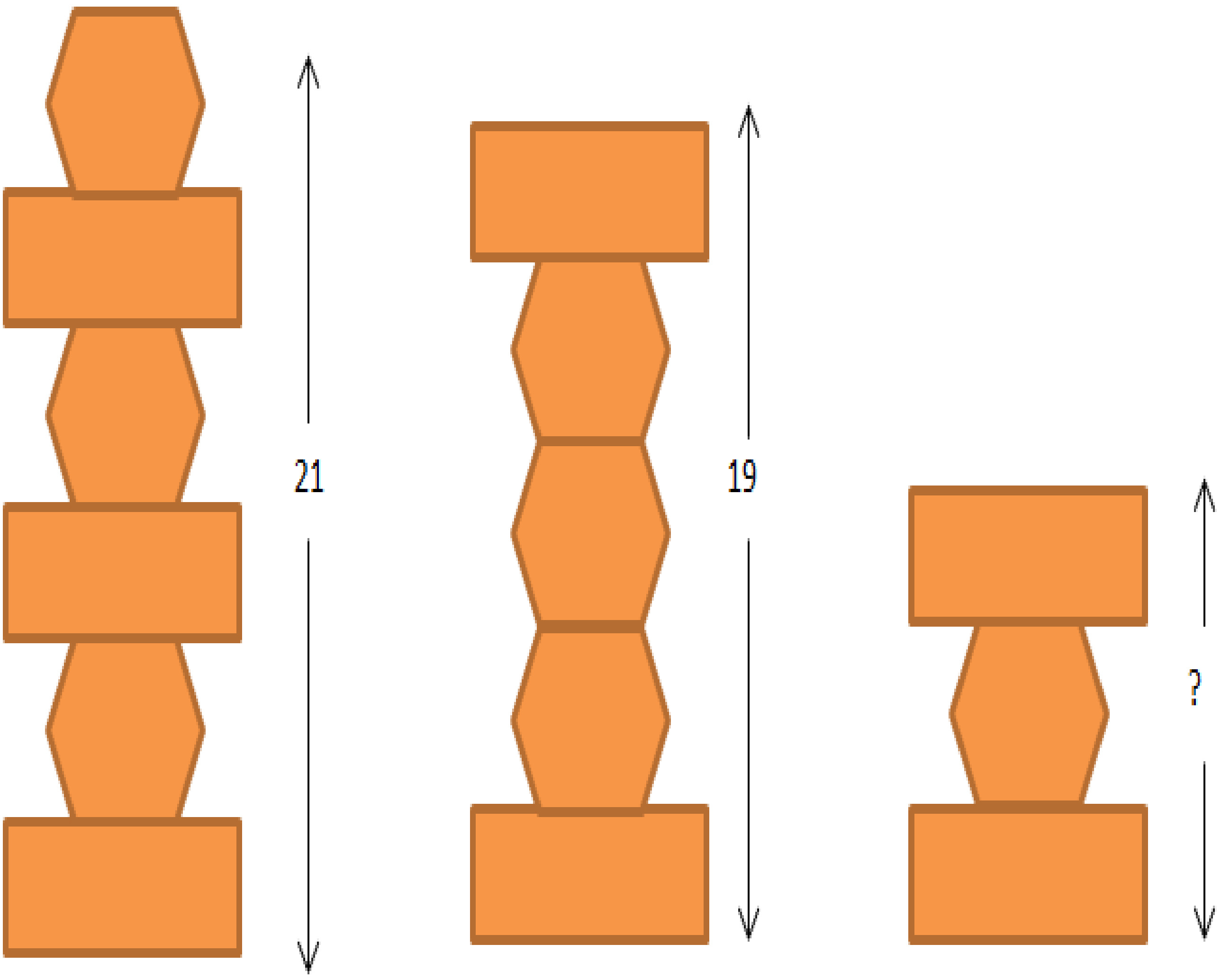
1. Sebuah perusahaan garmen memiliki dua pabrik yang berlokasi di Subang dan Bandung. Perusahaan itu memproduksi 2 jenis produk yaitu Baju dan Jas. Biaya untuk bahan ditangani oleh sebuah departemen dan upah buruh ditangani oleh departemen lainnya. Biaya untuk jenis produk seperti terlihat pada tabel 1 berikut :

Lokasi Pabrik	Produk	Baju (juta) 	Jas (juta) 
Subang	Bahan	Rp 200	Rp 600
	Buruh	Rp 20	Rp 80
Bandung	Bahan	Rp 125	Rp 450
	Buruh	Rp 25	Rp 90

Buatlah tabel diatas kedalam bentuk matriks.

Berapakah biaya masing – masing bahan dan upah buruh yang dikenakan oleh perusahaan tersebut untuk memproduksi baju dan jas? Gunakan operasi matriks untuk menyelesaikan soal tersebut dan tuliskan langkah – langkahnya.

2. Sketsa dibawah menggambarkan 3 tower (gambar 1) yang memiliki tinggi yang berbeda dan tersusun dari dua bentuk yaitu segi-6 dan persegi panjang.



(gambar 1)

Dengan menggunakan teori invers matriks tinggi tower yang terendah adalah

3. Romeo memiliki perusahaan rental kendaraan yang terdiri dari mobil sedan dan mobil van. Poster di bawah ini menunjukkan biaya sewa per hari untuk kendaraan di perusahaannya. Jika pada suatu hari pada minggu lalu, total pendapatan sewa perusahaan Romeo adalah $1700 untuk mobil sedan dan mobil van. Pada hari itu perusahaannya menyewakan 36 kendaraan.

Biaya Sewa Kendaraan		
Sedan	: $ 40	
Van	: $ 60	

Berapa banyak mobil sedan dan mobil van yang disewakan pada hari itu?

Tuliskan langkah–langkahnya dan buatlah pemodelan matematis dalam bentuk matriks.

4. Suatu perusahan yang bergerak pada bidang jasa akan membuka tiga cabang besar di jawa barat, yaitu cabang 1 dikota Subang, cabang 2 dikota Sukabumi dan cabang 3 dikota Garut. Untuk itu diperlukan beberapa peralatan untuk membantu kelancaran usahaa jasa tersebut , yaitu *handphone* , komputer dan sepeda motor. Disisi lain, pihak perusahaan mempertimbangkan harga persatuan peralatan tersebut. Lengkapnya, rincian data tersebut disajikan sebagai berikut :

	Handphone (unit)	Komputer (unit)	Sepeda Motor (unit)
Cabang 1	7	8	3
Cabang 2	5	6	2
Cabang 3	4	5	2

Harga handphone (juta)	2
Harga komputer (juta)	5
Harga sepeda motor (juta)	15

Berapakah total biaya pengadaan peralatan yang harus disediakan perusahaan di setiap cabang? Gunakan operasi matriks untuk menghitung total pembiayaan.

5. Beberapa ilmuan akan membuat dua jenis vaksin, yaitu vaksin Corona dan vaksin DBD. Bahan baku yang tersedia cukup untuk membuat setiap jenis vaksin tetapi botol yang tersedia hanya 75000 buah. Waktu yang diperlukan untuk membuat 1000 vaksin Corona dan 1000 vaksin DBD berturut–turut adalah 5 jam dan 2 jam.

Sumber: https: // rri.co.id/internasional/838769/pakistan-produksi-obat-remdesivir-untuk-perangi-corona

Berapa botol vaksin Corona dan vaksin DBD yang dapat dibuat agar seluruh botol terpakai dalam waktu 300 jam?
Gunakan invers matriks untuk mengerjakan soal berikut dan tuliskan langkah – langkahnya.

6. Jumlah umur Sasuke, Madara, dan Kabuto, empat tahun mendatang adalah 52 tahun.

Enam tahun yang lalu, perbandingan umur Sasuke dan Madara adalah 1 : 3, sedangkan umur Madara dan Kabuto berbanding 3 : 7.

Sumber : https: //sasuke-uchi-wa.skyrock.com/3011231031-kabuto-madara-sasuke.html

Jika sekarang tahun 2020 maka Kabuto lahir pada tahun berapa? Gunakan metode determinan, untuk menyelesaikan soal tersebut.

PEMBAHASAN POSTEST

1. Untuk menyelesaikan soal tersebut 1.jumlahkan biaya bahanba ju yang di Subang dengan biaya bahan baju yang di Bandung, 2.jumlahkan biaya buruh baju yang di subang dengan biaya buruh baju yang di Bandung, 3. jumlahkan biaya bahan jas yang di Subang dengan biaya bahan jas yang di Bandung , terakhir kita jumlahhkan biaya buruh jas yang di Subang dengan biaya buruh yang di Bandung. Untuk memudakah kita gunakan operasi matriks untuk menyelesaikan soal tersebut, yaitu sebagai berikut :

Dalam juta

1. $$\begin{bmatrix} 200 + 125 & 600 + 450 \\ 20 + 25 & 80 + 90 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 325 & 1.050 \\ 45 & 170 \end{bmatrix}$$

Dari hasil penjumlahan matriks diperoleh jumlah biaya bahan baju dari kedua kota adalah 325 juta dan jumlah biaya buruh baju dari kedua kota 45 juta sedangkan jumlah biaya bahan jas dari kedua kota 1.05 juta dan jumlah biaya buruh jas kedua kota adalah 170 juta.

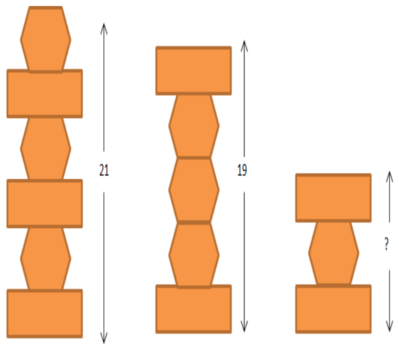
2. Pada sketsa gambar 1 terdapat 3 tower berbentuk persegi panjang dan 2 tower berbentuk segienam, kemudian pada gambar selanjutnya terdapat 2 tower berbentuk persegi panjang dan 3 tower berbentuk segi-6. Jika persegi panjang dimisalkan dengan x dan segi-6 dimisalkan dengan y maka bentuk sistem persamaan linearnya adalah :

   3x + 3y = 21

   2x + 3y = 19

Yang ditanyakan tower terendah yaitu 2 gambar tower persegi panjang dan 1 tower segienam, makas diperoleh sistem persamaan linear seperti berikut ini

2x + y =



Dari sitem persamaan linearberikut gunakan invers matriks untuk menyelesaikan kasus tersebut :

$$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \frac{1}{9-6}\begin{bmatrix}3 & -3\\-2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}21\\19\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \frac{1}{9-6}$$

$$= \frac{1}{3}\begin{bmatrix}63-57\\-42+57\end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3}\begin{bmatrix}6\\15\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \frac{1}{9-6}$$

$$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}$$

x = 2 dan y= 3

Maka 2x + y = 2(2) + 3 = 7

Jadi tinggi dari tower yang terendah adalah 7 meter

3. Penyelesaian

Misalkan : x = mobil sedan

y = mobil van

x + y = 36

40 x + 60 y = 1700

Dari sistem persamaan linear kita gunakan kaidah deterrminan matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 40 & 60 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 36 \\ 1700 \end{bmatrix}$$

$$D=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 40 & 60 \end{bmatrix}$$

= 1.(60) – 1.(40)

= 20

$$D_x = \begin{bmatrix} 36 & 1 \\ 1700 & 60 \end{bmatrix}$$

= 36.(60) – 1.(1700)

= 2160 – 1700

= 460

$$D_y = \begin{bmatrix} 1 & 36 \\ 40 & 1700 \end{bmatrix}$$

= 1.(1700) – 36.(40)

= 1700 - 1440

= 260

$$x= \frac{D_x}{D}=\frac{460}{20} = 23$$

$$y= \frac{D_y}{D} =\frac{260}{20} = 13$$

Jadi banyaknya mobil sedan adalah 23 dan banyaknya mobil van adalah 13

4.

	Handphone (unit)	Komputer (unit)	Sepeda Motor (unit)
Cabang 1	7	8	3
Cabang 2	5	6	2
Cabang 3	4	5	2

Harga handphone (juta)	2
Harga komputer (juta)	5
Harga sepeda motor (juta)	15

$$\begin{bmatrix} 7 & 8 & 3 \\ 5 & 6 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 15 \end{bmatrix}$$

3 x 3 3x1

$$= \begin{bmatrix} 7.2 + 8.5 + 3.15 \\ 5.2 + 6.5 + 2.15 \\ 4.2 + 5.5 + 2.15 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 14 + 40 + 45 \\ 10 + 30 + 30 \\ 8 + 25 + 30 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 99 \\ 70 \\ 63 \end{bmatrix}$$

Total biaya pengadaan barang : cabang 1 = 99 juta,cabang 2 = 70 juta dan cabang 3 = 63 juta

.

5. Misal C = Corona dan D = DBD

C + D = 75000….(1)

$$\frac{5}{1000}C + \frac{2}{1000}D = 300 \quad (\times 1000) \ldots.(2) \leftrightarrow 5C + 2D = 300.000$$

$$(2)$$

Dari bentuk Sistem Persamaan Linear

C + D = 75000…(1) $5C$ + 2D = 300.000….(2)

Untuk mencari nilai C dan D gunakan invers matriks :

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\5 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C\\D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}75.000\\300.000\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}C\\D\end{bmatrix}=\frac{1}{2-5}\begin{bmatrix}2 & -1\\-5 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}75.000\\300.000\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}C\\D\end{bmatrix}=\frac{1}{-3}\begin{bmatrix}2 & -1\\-5 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}75.000\\300.000\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}C\\D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -1\\-5 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-25.000\\-100.000\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}C\\D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-50.000 + 100.000\\125.000 - 100.000\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}C\\D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}50.000\\25.000\end{bmatrix}$$

Sehingga banyak vaksin corona pada botol adalah 50.000 dan banyak vaksin DBD pada botol adalah 25000.

6. Misalkan S, M, K berturut – turut menyatakan umur Sasuke, Madara dan Kabuto sekarang (dalam satuan tahun).
Empat tahun mendatang, jumlah umur Sasuke, Madara, dan Kabuto adalah 52 tahun.
Secara Matematis, di tulis : (S + 4) + (M + 4) + (K + 4) = 52
S + M +K +12 = 52 S + M +
K = 40
S + M + K = 40 Diperoleh persamaan $\boxed{S + M + K = 40}$
Enam tahun yang lalu, perbandingan umur Sasuke dan Madara adalah 1 : 3
Secara matematis, ditulis

$$\frac{S-6}{M-6} = \frac{1}{3}$$

3 (S – 6) = M – 6
3S – 18 = M – 6
3S – M = 12
3S – M = 12 Diperoleh persamaan $\boxed{3S - M = 12}$
Enam tahun yang lalu, umur Madara dan Kabuto berbanding 3 : 7
Secara matematis, ditulis

$$\frac{M-6}{K-6} = \frac{3}{7}$$

7 (M – 6) = 3(K – 6)
7M – 42 = 3K – 18
7M – 3K= 24
Diperoleh persamaan $\boxed{7M - 3K = 24}$
Dengan demikian,diperoleh Sistem Persamaan Linear

Metode Determinan

S + M + K = 40

3S – M = 12

7M – 3K = 24

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ M \\ K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 12 \\ 24 \end{bmatrix}$$

<u>Aturan Sarrus</u>

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \\ 0 & 7 \end{matrix}$$

= [1. (-1).(-3) + 1. 0.0 + 1.3.7] – [(1).(-1).0 +1.0.7 +1. 3. (-3)]
= 24 – (-9)
= 33

$$D_s = \begin{bmatrix} 40 & 1 & 1 \\ 12 & -1 & 0 \\ 24 & 7 & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} 40 & 1 \\ 12 & -1 \\ 24 & 7 \end{matrix}$$

= [40. (-1).(-3) + 1. 0.24 + 1.12.7] – [(1).(-1).24 + 40.0.7 +1. 12.(-3)]

= 204 – (-60)

= 264

$$S = \frac{D_S}{D} = \frac{264}{33}$$

S = 8

$$D_M = \begin{bmatrix} 1 & 40 & 1 \\ 3 & 12 & 0 \\ 0 & 24 & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 40 \\ 3 & 12 \\ 0 & 24 \end{matrix}$$

= [1.(12).(-3) + 40. 0.0 + 1.3.24] – [(1).(12).0 + 1.0.24 +40.3. (-3)]

= 36 – (-360)

= 396

$$M = \frac{D_M}{D} = \frac{396}{33}$$

M = 12

$$D_K = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 40 \\ 3 & -1 & 12 \\ 0 & 7 & 24 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \\ 0 & 7 \end{matrix}$$

= [1.(-1).(24) + 1. 12.0 + 40.3.7] – [(40).(-1).0 + 1.12.7 +1.3. 24]

= 816 - 156

= 660

K= $\frac{D_K}{D} = \frac{660}{33} = 20$

K = 20

K = Kabuto, usia Kabuto adalah 20 tahun

Jika sekarang tahun 2020 , maka Kabuto lahir pada tahun 2020 – 20 = 2000

Jadi Kabuto lahir pada tahun 2000

DAFTAR PUSTAKA

Kasmina, Kusna Asmaatul. 2015. *Seri Pendalaman Materi Matematika untuk SMK/MAK Siap Tuntas menghada UN. Jakarta* : Erlangga

Kemendikbud. 2014. *Buku Guru Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1. Jakarta* : Kemdikbud RI.

Kemendikbud. 2014. *Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1*. Jakarta : Kemdikbud RI.

Kemendikbud. 2017. Buku Guru Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1. Jakarta : Kemdikbud RI.

Sukardi.2019.Soal dan Pembahasan - Matriks, Determinan, dan Invers Matriks (versi HOTS dan Olimpiade).https://mathcyber1997.com

Contoh Soal dan Penyelesaian Terapan Matriks Sistem Persamaan Linear (SPL).Kelas XI.https://www.sheetmath.com

Ismawati, Rum dan Ismawati, Rum dan Wagiman dkk.2020.Mahkota matematika smk.Yogyakarta. Gramasurya

https://youtu.be/wmF_2crIRcg

https://youtu.be/Oss5JQGopKY

https://youtu.be/XMVp-XNSX7k

https://youtu.be/vh2rfiEk7rw

http://www.slideshare.net/NASuprawoto/matriks-5530923?from_m_app=android

https://kumpulanmateripelajaranpoputer1144.blogspot.com/2019/02/contoh-soal-hots-operasi-matriks.html?m=1

https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-sistem-persamaan-linear-dua-variabel-spldv/

https://youtu.be/0iLaAXSWwXI

http://www.slideshare.net/ontetmoli/ppt-pembelajaran-spldv?from_m_app=android

http://www.slideshare.net/ontetmoli/ppt-pembelajaran-spldv?from_m_app=android

https://m-edukasi.kemdikbud.go.id/medukasi/?m1=me&produksi=2010

https://drive.google.com/file/d/1Tl5mZsV24u_ToMkZkkuXMHrQYGrBk9YU/view

BIOGRAFI

Penulis dilahirkan di Ciamis pada tanggal 07 Januari 1986 anak pertama dari 2 bersaudara dari pasangan Bapak Yaya Sunarya dan Ibu Nuryati. Riwayat pendidikan penulis dimulai di pendidikan dasar di SDN Jayawisastra, SMPN 1 Subang, dan melanjutkan SMAN 1 Subang selesai pada tahun 2005, pada tahun 2005 penulis melanjutkan pendidikannya di STKIP SUBANG jurusan Pendidikan Matematika lulus pada tahun 2009. Pada tahun 2009 penulis mengajar di SMP Terpadu Lampang selama empat tahun, ditahun 2010 mengajar di SMK Negeri Cibogo sampai tahun 2015, semenjak kuliah mengajar di SMK Bina Sarana Industri sampai sekarang.Pada tahun 2018 melanjutkan S2 di Pascasarjana Unpas mengambil jurusan Magister Pendidikan Matematika Lulus pada tahun 2020.