# **BAB II**

**KAJIAN TEORI**

## **Model Pembelajaran *Problem Based Learning***

1. **Pengertian *Problem Based Learning***

*Problem Based Learning* adalah metode pengajaran yang bercirikan adanya permasalahan nyata sebagai konteks untuk para peserta didik belajar berpikir kritis dan keterampilan memecahkan masalah, dan memperoleh pengetahuan (Duch, 1995). Finkle dan Torp (1995) menyatakan bahwa model pembelajaran *Problem Based Learning* merupakan pengembangan kurikulum dan sistem pengajaran yang mengembangkan secara simultan strategi pemecahan masalah dan dasar-dasar pengetahuan dan keterampilan dengan menempatkan para peserta didik dalam peran aktif sebagai pemecah permasalahan sehari-hari yang tidak terstruktur dengan baik. Dua definisi di atas mengandung arti bahwa model pembelajaran *Problem Based Learning* merupakan setiap suasana pembelajaran yang diarahkan oleh suatu permasalahan sehari-hari.

Model pembelajaran *Problem Based Learning*, awalnya dirancang untuk program graduate bidang kesehatan kemudian diadaptasi dalam bidang pendidikan oleh Gallagher (1995). *Problem Based Learning* disetting dalam bentuk pembelajaran yang diawali dengan sebuah masalah dan diakhiri dengan penyajian dan analisis kerja siswa.

*Problem Based Learning* adalah proses pembelajaran yang titik awal pembelajarannya berdasarkan masalah dalam kehidupan nyata lalu dari masalah ini siswa dirangsang untuk mempelajari masalah berdasarkan pengetahuan dan banyak

pengalaman yang telah mereka punyai sebelumnya, sehingga dari proses ini akan terbentuk pengetahuan dan pengalaman baru. Diskusi dengan menggunakan kelompok kecil merupakan poin utama dalam penerapan *Problem Based Learning*. *Problem Based Learning* juga merupakan satu proses pembelajaran di mana masalah merupakan pemandu utama ke arah pembelajaran tersebut. Dengan demikian, masalah yang ada digunakan sebagai sarana agar anak didik dapat belajar sesuatu yang dapat menyokong keilmuannya.

Model pembelajaran *Problem Based Learning* berlandaskan pada psikologi kognitif, sehingga fokus pengajaran tidak begitu banyak pada apa yang sedang dilakukan siswa, melainkan kepada apa yang sedang mereka pikirkan pada saat mereka melakukan kegiatan itu. Pada *Problem Based Learning* guru lebih berperan sebagai pembimbing dan fasilitator sehingga siswa belajar berpikir dan memecahkan masalah mereka sendiri.

Belajar berbasis masalah menemukan akar intelektualnya pada penelitian Dewey (Ibrahim, 2000). Pedagogik Dewey menganjurkan guru untuk mendorong siswa terlibat dalam proyek atau tugas yang berorientasi masalah dan membentuk mereka menyelidiki masalah-masalah tersebut. Pembelajaran yang berdayaguna atau berpusat pada masalah digerakkan oleh keinginan bawaan siswa untuk menyelidiki secara pribadi situasi yang bermakna merupakan hubungan *Problem Based Learning* dengan psikologi Dewey.

Berdasarkan pendapat pakar-pakar tersebut, dapat disimpulkan bahwa model pembelajaran *Problem Based Learning* merupakan metode pembelajaran yang mendorong siswa untuk mengenal cara belajar dan bekerjasama dalam kelompok untuk mencari penyelesaian masalah-masalah di dunia nyata. Simulasi masalah digunakan untuk mengaktifkan keingintahuan siswa sebelum mulai mempelajari suatu subyek. Model pembelajaran *Problem Based Learning* menyiapkan siswa untuk berpikir secara kritis dan analitis, serta mampu untuk mendapatkan dan menggunakan secara tepat sumber-sumber pembelajaran atas dasar kemampuan bernalar.

Menurut Arend (2004), berbagai pengembangan pengajaran *Problem Based Learning* telah memberikan model pengajaran, yang memiliki karakteristik sebagai berikut:

1. Pengajuan pertanyaan atau masalah

Pembelajaran berdasarkan masalah mengorganisasikan pengajaran disekitar pertanyaan dan masalah yang dua-duanya secara sosial penting dan secara pribadi bermakna untuk siswa.

1. Berfokus pada keterkaitan antar disiplin

Meskipun pembelajaran berdasarkan masalah mungkin berpusat pada mata pelajaran tertentu (IPA, matematika, ilmu-ilmu sosial), masalah-masalah yang diselidiki telah dipilih benar-benar nyata agar dalam pemecahannya, siswa meninjau masalah itu dari banyak mata pelajaran.

1. Penyelidikan autentik

Pembelajaran berdasarkan masalah mengharuskan siswa melakukann penyelidikan autentik untuk mencari penyelesaian nyata terhadap masalah nyata.

1. Menghasilkan produk dan memamerkannya

Pembelajaran berdasarkan masalah menuntut siswa untuk menghasilkan produk tertentu dalam karya nyata. Produk tersebut bisa berupa laporan, model fisik, video maupun program komputer.

1. Kolaborasi dan kerja sama

Pembelajaran berdasarkan masalah dicirikan oleh siswa yang bekerja sama satu dengan yang lainnya, paling sering secara berpasangan atau dalam kelompok kecil.

Tahapan model pembelajaran *Problem Based Learning* dengan model Arend (2004) dapat disajikan seperti pada tabel berikut:

**Tabel 2.1**

**Tahapan *Problem Based Learning* model Arend**

|  |  |
| --- | --- |
| **Langkah-langkah model pembelajaran *Problem Based Learning*** | **Kegiatan yang dilakukan guru** |
| 1. Orientasi siswa pada masalah | Guru menjelaskan tujuan pembelajaran, menjelaskan logistik yang dibutuhkan dan memotivasi siswa yang terlibat dalam pemecahan masalah |
| 1. Mengorganisir siswa dalam belajar | Guru membagi siswa dalam kelompok |
| Guru membantu siswa dalam mendefinisikan dan mengorganisir tugas-tugas belajar yang berhubungan dengan masalah |
| 1. Membimbing penyelidikan individu maupun kelompok | Guru mendorong siswa untuk mengumpulkan informasi yang sesuai, melaksanakan eksperimen dan penyelidikan untuk mendapatkan penjelasan dan pemecahan masalah |
| 1. Mengembangkan dan menyajikan hasil karya | Guru membantu siswa dalam merencanakan dan menyiapkan karya yang sesuai seperti laporan, video, model dan membantu mereka membagi tugas dengan temannya |

1. **Kelebihan dan Kekurangan *Problem Based Learning***

Pembelajaran *Problem Based Learning* atau berdasarkan masalah memiliki beberapa kelebihan dibandingkan dengan model pembelajaran yang lainnya. Kelebihan tersebut menurut Sanjaya (2006) diantaranya sebagai berikut:

1. *Problem Based Learning* merupakan teknik yang cukup bagus untuk memahami isi pelajaran.
2. *Problem Based Learning* dapat menantang kemampuan siswa serta memberikan kepuasan untuk menemukan pengetahuan baru bagi siswa.
3. *Problem Based Learning* dapat meningkatkan aktivitas pembelajaran siswa
4. *Problem Based Learning* dapat membantu siswa bagaimana menstansfer pengetahuan mereka untuk memahami masalah dalam kehidupan nyata.
5. *Problem Based Learning* dapat membantu siswa untuk mengembangkan pengetahuan barunya dan bertanggung jawab dalam pembelajaran yang mereka lakukan.
6. Melalui *Problem Based Learning* bisa memperlihatkan kepada siswa bahwa setiap mata pelajaran (matematika, IPA, sejarah, dan lain sebagainya), pada dasarnya merupakan cara berpikir, dan sesuatu yang harus dimengerti oleh siswa, bukan hanya sekedar belajar dari guru atau dari buku-buku saja.
7. *Problem Based Learning* dianggap lebih menyenangkan dan disukai siswa
8. *Problem Based Learning* dapat mengembangkan kemampuan siswa untuk berpikir kritis dan mengembangkan kemampuan mereka untuk menyesuaikan dengan pengetahuan baru.
9. *Problem Based Learning* dapat memberikan kesempatan pada siswa yang mengaplikasikan pengetahuan yang mereka miliki dalam dunia nyata.
10. *Problem Based Learning* dapat mengembangkan minat siswa untuk secara terus menerus belajar sekalipun belajar pada pendidikan formal telah berakhir.

Sama halnya dengan model pengajaran yang lain, model pembelajaran *Problem Based Learning* juga memiliki beberapa kekurangan dalam penerapannya. Kekurangan tersebut menurut Sanjaya (2006) diantaranya:

1. Manakala siswa tidak memiliki minat atau tidak memiliki kepercayaan bahwa masalah yang dipelajari sulit untuk dipecahkan, mereka akan merasa enggan untuk mencoba.
2. Keberhasilan strategi pembelajaran malalui *Problem Based Learning* membutuhkan cukup waktu untuk persiapan.
3. Tanpa pemahaman mengapa mereka berusaha untuk memecahkan masalah yang sedang dipelajari, mereka tidak akan belajar apa yang mereka ingin pelajari.

## **Model Pembelajaran Konvensional**

* 1. **Pengertian Pembelajaran Konvensional**

Pembelajaran konvensional adalah pembelajaran yang menggunakan metode pembelajaran tradisional atau yang biasa digunakan dalam pembelajaran sehari-hari dengan menggunakan model yang bersifat umum, bahkan tanpa menyesuaikan model yang tepat berdasarkan sifat dan karakteristik dari materi pembelajaran yang dipelajari. Trianto (2007) mengatakan pada pembelajaran konvensional, suasana kelas cenderung *teacher-centered* sehingga siswa menjadi pasif, siswa tidak diajarkan model belajar yang dapt memahami bagaimana belajar, berpikir dan memotivasi diri.

Pembelajaran konvensional memiliki karakteristik tertentu, Wortham (Trianto, 2009) mengemukakan bahwa ada beberapa karakteristik, yaitu: (1) tidak kontekstual, (2) tidak menantang, (3) pasif, dan (4) bahan pembelajarannya tidak didiskusikan dengan pebelajar. Bersifat tidak kontekstual, artinya bahwa pembelajaran konvensional dalam segala sesuatu yang dipelajari tidak dihubungkan dengan kebutuhan dan kebermaknaan pembelajaran. Tidak menantang artinya bahwa pembelajaran konvensional bersifat tidak untuk memecahkan masalah nyata. Pembelajar tidak diajak untuk mendiskusikan permasalahan dalam pengetahuan dan konsep baru. Pasif artinya bahwa pembelajaran konvensional tidak memberikan kesempatan agar pembelajaran dapat berpikir kritis dalam menyusun makna terhadap sesuatu yang dipelajari. Dalam hal ini pembelajaran bersifat monoton. Pengajaran lebih banyak memberikan informasi. Bahan ajar yang disajikan tidak didiskusikan dengan pebelajar terlebih dahulu untuk disesuaikan dengan minat dan kebutuhan pembelajar.

Pembelajaran konvensional di kelas kontrol menitik beratkan pada proses transfer pengetahuan dan bukan konstruksi pengetahuan. Hal tersebut terihat pada proses pemberian informasi yang hanya dilakukan oleh guru melalui media tertentu dan kemudian dilakukan konfirmasi untuk meyakinkan bahwa apa yang dipahami oleh siswa adalah benar. Pada proses pembelajaran di dalam kelas pembelajaran konvensional dipadukan dengan tanya-jawab, diskusi, dan penugasan. Namun, kenyataannya pembelajaran di dalam kelas tetap saja didominasi oleh guru. Hal tersebutlah yang mengakibatkan setiap guru mengajar tetap saja menggunakan metode ceramah, sehingga siswa tidak dilibatkan secara aktif untuk melakukan konstruksi pengetahuan di pikirannya. Karakteristik tersebut juga menunjukkan bahwa pembelajaran konvensional menempatkan siswa sebagai seorang pebelajar yang pasif dan hanya menerima transfer pengetahuan dari guru dan tidak memperhatikan pengalaman siswa dalam proses pembelajaran. Guru, dalam pembelajaran kovensional ini memainkan peran utama sebagai pemberi informasi dan mengendalikan proses pembelajaran.

Burrowes (2003) menyampaikan bahwa pembelajaran konvensional menekankan pada resitasi konten, tanpa memberikan waktu yang cukup kepada siswa untuk merefleksi materi-materi yang dipresentasikan, menghubungkannya dengan pengetahuan sebelumnya, atau mengaplikasikannya kepada situasi kehidupan nyata. Pembelajaran konvensional memiliki ciri-ciri, yaitu:

1. Pembelajaran berpusat kepada guru,
2. Terjadi *passive learning*,
3. Interaksi di antara siswa kurang,
4. Tidak ada kelompok-kelompok kooperatif, dan
5. Penilaian bersifat *sporadic*.

Menurut Brooks & Brooks (1993), penyelenggaraan pembelajaran konvensional lebih menekankan kepada tujuan pembelajaran berupa penambahan pengetahuan, sehingga belajar dilihat sebagai proses “meniru” dan siswa dituntut untuk dapat mengungkapkan kembali pengetahuan yang sudah dipelajari melalui kuis atau tes terstandar. Langkah-langkah model pembelajaran konvensional adalah sebagai berikut.

1. Menyampaikan tujuan (Guru menyampaikan semua tujuan pelajaran yang ingin dicapai pada pelajaran tersebut),
2. Menyajikan informasi (Guru menyajikan informasi kepada siswa secara tahap demi tahap dengan metode ceramah),
3. Mengecek pemahaman dan memberikan umpan balik (Guru mengecek keberhasilan siswa dan memberikan umpan balik), dan
4. Memberikan kesempatan latihan lanjutan (Guru memberikan tugas tambahan untuk dikerjakan di rumah).
   1. **Kelebihan dan Kekurangan Pembelajaran Konvensional**

Menurut Kholik (2011), model konvensional dipandang efektif atau mempunyai kelebihan diantaranya yaitu.

1. Berbagi informasi yang tidak mudah ditemukan di tempat lain.
2. Menyampaikan informasi dengan cepat.
3. Membangkitkan minat akan informasi.
4. Mengajari siswa yang cara belajar terbaiknya dengan mendengarkan.
5. Mudah digunakan dalam proses belajar mengajar.

Namun demikian, menurut Kholik (2011) pendekatan pembelajaran tersebut juga mempunyai beberapa kekurangan, yaitu sebagai berikut.

1. Tidak semua siswa memiliki cara belajar terbaik dengan mendengarkan.
2. Sering terjadi kesulitan untuk menjaga agar siswa tetap tertarik dengan apa yang dipelajari.
3. Pendekatan tersebut cenderung tidak memerlukan pemikiran yang kritis.
4. Pendekatan tersebut mengasumsikan bahwa cara belajar siswa itu sama dan tidak bersifat pribadi.
5. Kurang menekankan pada pemberian keterampilan proses.
6. Pemantauan melalui onservasi dan intervensi sering tidak dilakukan oleh guru pada saat belajar kelompok sedang berlangsung.
7. Para siswa tidak mengetahui apa tujuan mereka belajar pada hari itu.
8. Penekanan sering hanya pada penyelesaian tugas.
9. Daya serapnya rendah dan cepat hilang karena bersifat menghafal.

## **Motivasi Belajar**

* + - 1. **Pengertian Motivasi Belajar**

Menurut Uno (2006) “motivasi belajar adalah dorongan internal dan eksternal pada siswa yang sedang belajar untuk mengadakan tingkah laku, pada umumnya dengan beberapa indikator atau unsur-unsur yang mendukung. Indikator-indikator tersebut, antara lain: adanya hasrat dan keinginan berhasil, dorongan dan kebutuhan dalam belajar, harapan dan cita-cita masa depan, penghargaan dalam belajar, dan lingkungan belajar yang kondusif”. Selain itu, Winkel (2005), menyebutkan motivasi belajar adalah keseluruhan daya penggerak psikis didalam siswa yang menimbulkan kegiatan belajar itu demi mencapai suatu tujuan. Sejalan dengan pendapat tersebut, Sardiman (2007), menjelaskan motivasi belajar adalah seluruh daya penggerak didalam diri siswa yang menimbulkan kegiatan belajar yang menjamin kelangsungan dari kegiatan belajar yang memberikan arah pada kegiatan belajar sehingga tujuan yang dikehendaki oleh subjek belajar itu dapat dicapai.”

Dari beberapa pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa motivasi belajar adalah seluruh daya penggerak psikis yang ada dalam diri individu siswa yang dapat memberikan dorongan untuk belajar demi mencapai tujuan dari belajar tersebut.

Menurut Uno (2006), peran penting motivasi belajar dan pembelajaran, antara lain:

1. Peran motivasi belajar dalam menentukan penguatan belajar. Motivasi dapat berperan dalam penguatan belajar apabila seorang anak yang sedang belajar dihadapkan pada suatu masalah yang menentukan pemecahan dan hanya dapat dipecahkan berkat bantuan hal-hal yang pernah dilalui.
2. Peran motivasi dalam memperjelas tujuan belajar. Peran motivasi dalam memperjelas tujuan belajar erat kaitannya dengan kemaknaan belajar. Anak akan tertarik untuk belajar sesuatu, jika yang dipelajari itu sedikitnya sudah dapat diketahui atau dinikmati manfaatnya oleh anak. Motivasi menentukan ketekunan belajar. Seorang anak yang telah termotivasi untuk belajar sesuatu berusaha mempelajari dengan baik dan tekun dengan harapan memperoleh hasil yang lebih baik
   * + 1. **Jenis Motivasi Belajar**

Menurut Sardiman (2007) terdapat dua macam motivasi belajar, yaitu:

1. Motivasi Intrinsik adalah motif-motif yang menjadi aktif dan berfungsinya tanpa harus diransang dari luar karena didalam seseorang individu sudah ada dorongan untuk melaksanakan sesuatu. Bila seseorang telah memiliki motivasi intrinsik maka secara sadar akan melakukan kegiatan dalam belajar dan selalu ingin maju sehingga tidak memerlukan motivasi dari luar dirinya. Hal ini dilatarbelakangi keinginan positif, bahwa yang akan dipelajari akan berguna di masa yang akan datang.
2. Motivasi Ekstrinsik adalah motif-motif yang aktif dan berfungsinya karena ada perangsang dari luar. Motivasi dikatakan ekstrinsik bila peserta didik menempatkan tujuan belajarnya diluar faktor-faktor situasi belajar. Berbagai macam cara bisa dilakukan agar siswa termotivasi untuk belajar.

Sesuai dengan pendapat di atas, motivasi belajar yang ada pada diri seseorang dibedakan menjadi dua yaitu motivasi intrinsik (dalam individu) dan motivasi ekstrinsik (luar individu).

* + - 1. **Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Motivasi Belajar**

Menurut Slameto (2010), motivasi belajar dipengaruhi oleh tiga komponen, yaitu:

1. Dorongan kognitif, yaitu kebutuhan untuk mengetahuhi, mengerti, dan memecahkan masalah. Dorongan ini timbul di dalam proses interaksi antara siswa dengan tugas/ masalah.
2. Harga diri, yaitu ada siswa tertentu yang tekun belajar dan melaksanakan tugas-tugas bukan terutama untuk memperoleh pengetahuan atau kecakapan, tetapi untuk memperoleh status dan harga diri.
3. Kebutuhan berafiliasi, yaitu kebutuhan untuk menguasai bahan pelajaran/ belajar dengan niat guna mendapatkan pembenaran dari orang lain/ teman-teman. Kebutuhan ini sukar dipisahkan dengan harga diri.

Selain itu, Frandsen yang dikutip oleh Suryabrata (2011) menyebutkan ada beberapa hal yang mendorong motivasi belajar, yaitu:

1. Adanya sifat ingin tahu untuk belajar dan menyelidiki dunia yang lebih luas.
2. Adanya sifat yang kreatif pada manusia dan berkeinginan untuk terus maju.
3. Adanya keinginan untuk mendapatkan simpati dari orang tua, guru, dan teman-teman.
4. Adanya keinginan untuk memperbaiki kegagalan yang lalu dengan usaha yang baik melalui kooperasi maupun dengan kompetisi.
5. Adanya keinginan untuk mendapatkan kenyamanan bila menguasai pelajaran.

Dari beberapa hal di atas menunjukkan betapa pentingnya motivasi belajar tersebut disadari oleh siswa. Bila motivasi belajar disadari oleh siswa, maka siswa akan belajar dengan baik sehingga akan meningkatkan prestasi belajar. Dengan demikian dalam proses pembelajaran guru berperan besar mengupayakan meningkatkan motivasi belajar.

* + - 1. **Indikator Motivasi Belajar**

Indikator motivasi belajar yang digunakan dalam penelitian ini menurut Uno (2008) diklasifikasikan sebagai berikut:

* + 1. Adanya Hasrat dan Keinginan Berhasil

Hasrat dan keinginan untuk berhasil dalam belajar dan dalam kehidupan sehari-hari pada umumnya disebut motif berprestasi, yaitu motif untuk berhasil dalam melakukan suatu tugas dan pekerjaan atau motif untuk memperolah kesempurnaan. Motif semacam ini merupakan unsur kepribadian dan prilaku manusia, sesuatu yang berasal dari ‘’dalam’’ diri manusia yang bersangkutan.

Motif berprestasi adalah motif yang dapat dipelajari, sehingga motif itu dapat diperbaiki dan dikembangkan melalui proses belajar. Seseorang yang mempunyai motif berprestasi tinggi cenderung untuk berusaha menyelesaikan tugasnya secara tuntas, tanpa menunda-nunda pekerjaanya. Penyelesaian tugas semacam ini bukanlah karena dorongan dari luar diri, melainkan upaya pribadi.

* + 1. Adanya Dorongan dan Kebutuhan Dalam Belajar

Penyelesaian suatu tugas tidak selamanya dilatar belakangi oleh motif berprestasi atau keinginan untuk berhasil, kadang kala seorang individu menyelesaikan suatu pekerjaan sebaik orang yang memiliki motif berprestasi tinggi, justru karena dorongan menghindari kegagalan yang bersumber pada ketakutan akan kegagalan itu.

Seorang anak didik mungkin tampak bekerja dengan tekun karena kalau tidak dapat menyelesaikan tugasnya dengan baik maka dia akan mendapat malu dari dosennya, atau di olok-olok temannya, atau bahkan dihukum oleh orang tua. Dari keterangan di atas tampak bahwa ‘’keberhasilan’’ anak didik tersebut disebabkan oleh dorongan atau rangsangan dari luar dirinya.

* + 1. Adanya Harapan dan Cita-cita Masa Depan

Harapan didasari pada keyakinan bahwa orang dipengaruhi oleh perasaan mereka tantang gambaran hasil tindakan mereka contohnya orang yang menginginkan kenaikan pangkat akan menunjukkan kinerja yang baik kalau mereka menganggap kinerja yang tinggi diakui dan dihargai dengan kenaikan pangkat.

* + 1. Adanya Penghargaan Dalam Belajar

Pernyataan verbal atau penghargaan dalam bentuk lainnya terhadap prilaku yang baik atau hasil belajar anak didik yang baik merupakan cara paling mudah dan efektif untuk meningkatkan motif belajar anak didik kepada hasil belajar yang lebih baik. Pernyataan seperti ‘’bagus’’, ‘’hebat’’ dan lain-lain disamping akan menyenangkan siswa, pernyataan verbal seperti itu juga mengandung makna interaksi dan pengalaman pribadi yang langsung antara siswa dan guru, dan penyampaiannya konkret, sehingga merupakan suatu persetujuan pengakuan sosial, apalagi kalau penghargaan verbal itu diberikan didepan orang banyak.

* + 1. Adanya Kegiatan yang Menarik Dalam Belajar

Baik simulasi maupun permainan merupakan salah satu proses yang sangat menarik bagi siswa. Suasana yang menarik menyebabkan proses belajar menjadi bermakna. Sesuatu yang bermakna akan selalu diingat, dipahami, dan dihargai. Seperti kegiatan belajar seperti diskusi, brainstorming, pengabdian masyarakat dan sebagainya.

* + 1. Adanya Lingkungan Belajar yang Kondusif

Pada umumnya motif dasar yang bersifat pribadi muncul dalam tindakan individu setelah dibentuk oleh lingkungan. Oleh karena itu motif individu untuk melakukan sesuatu misalnya untuk belajar dengan baik, dapat dikembangkan, diperbaiki, atau diubah melalui belajar dan latihan, dengan perkataan lain melalui pengaruh lingkungan Lingkungan belajar yang kondusif salah satu faktor pendorong belajar anak didik, dengan demikian anak didik mampu memperoleh bantuan yang tepat dalam mengatasi kesulitan atau masalah dalam belajar.

## **Kemampuan Penalaran Matematis**

1. **Pengertian Kemampuan Penalaran Matematis**

Menurut Widdiharto (2004), kemampuan penalaran siswa tercermin melalui kemampuan berpikir kritis, logis, sistematis, dan memiliki sifat objektif, jujur, disiplin dalam memecahkan suatu permasalahan, baik dalam bidang matematika, bidang pelajaran lain, maupun dalam kehidupan sehari-hari. Istilah penalaran sebagai terjemah dari istilah *reasoning* dapat didefinisikan juga sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan.

Penalaran menurut KBBI Depdiknas (2008) adalah “cara (perihal) menggunakan nalar, pemikiran atau cara berpikir logis, proses mental dalam menggembangkan pikiran dari beberapa fakta dan prinsip”. Menurut Santrock (2010), penalaran adalah pemikiran logis yang menggunakan logika induksi dan deduksi untuk menghasilkan kesimpulan. Wade, Carole & Carol Ravris (2007) mendefinisikan penalaran adalah suatu aktivitas mental yang melibatkan penggunaan berbagai informasi yang bertujuan untuk mencapai suatu kesimpulan.

Keraf (1999) berpendapat bahwa penalaran merupakan proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta yang telah diketahui menuju kepada suatu kesimpulan atau merupakan suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru yang besar berdasar pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Dengan demikian jelaslah bahwa penalaran merupakan kegiatan, proses atau aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru berdasar pada beberapa antesedens atau premis, yaitu pernyataan yang diketahui atau dianggap benar yang menjadi dasar penarikan suatu kesimpulan. Sedang hasilnya suatu pernyataan baru yang merupakan kesimpulan disebut konsekuens atau konklusi. Dengan kata lain penalaran merupakan proses berpikir sistematis dan logis dalam menyelesaikan masalah untuk menarik kesimpulan.

Terbentuknya kemampuan penalaran matematis siswa merupakan salah satu tujuan dari beberapa tujuan pembelajaran matematika. Dari kemampuan penalaran matematis yang ada dalam diri siswa, dapat diketahui sejauh mana siswa telah memahami, menyelesaikan masalah, dan menghargai manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari. Menurut Priatna (2003), melalui kegiatan bernalar dalam matematika siswa diharapkan dapat melihat bahwa matematika merupakan kajian yang masuk akal atau logis. Dengan demikian siswa merasa yakin bahwa matematika dapat dipahami, dipikirkan, dibuktikan, dan dapat dievaluasi.

Menurut Lithner (2008), penalaran adalah pemikiran yang diadopsi untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan pada pemecahan masalah yang tidak selalu didasarkan pada logika formal sehingga tidak terbatas pada bukti. Berdasarkan pendapat tersebut, dapat disimpulkan bahwa penalaran merupakan suatu kegiatan, suatu proses, suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar dan berdasarkan pada pernyataan yang kebenarannya sudah dibuktikan atau sudah diasumsikan sebelumnya. Definisi yang berbeda diungkapkan oleh Bjuland (2007) yang mendefinisikan penalaran berdasarkan pada lima model pemecahan masalah Polya. Menurut Polya, penalaran merupakan lima proses yang saling terkait dari aktivitas berpikir matematis yang dikategorikan sebagai *sense-making, conjecturing, convincing, reflecting,* dan *generalising*.

*Sense-making* terkait erat dengan kemampuan membangun skema permasalahan dan merepresentasikan pengetahuan yang dimiliki. Ketika memahami situasi matematis kemudian mencoba dikomunikasikan kedalam simbol atau bahasa matematis maka pada saat itu juga terjadi proses *sense-making* melalui proses adaptasi dan pengaitan informasi yang baru diperoleh dengan pengetahuan sebelumnya sehingga membentuk suatu informasi baru yang saling berhubungan dalam struktur pengetahuannya. Proses pemaknaan akan tepat tergantung pada *prior* *experience* dan kualitas *prior* *knowledge* (*conceptual framework*) siswa. *Conjecturing* berarti aktivitas memprediksi suatu kesimpulan, dan teori yang didasarkan pada fakta yang belum lengkap dan produk dari proses *conjecturing* adalah strategi penyelesaian. Berargumentasi, dan berkomunikasi matematis merupakan proses kognitif yang memungkinkan siswa untuk dapat melakukan proses ini. *Convincing* berarti melakukan atau mengimplementasikan strategi penyelesaian yang didasarkan pada kedua proses sebelumnya. *Reflecting* berupa aktivitas mengevaluasi kembali ketiga proses yang sudah dilakukan dengan melihat kembali keterkaitannya dengan teori-teori yang dianggap relevan. Kesimpulan akhir yang diperoleh dari keseluruhan proses kemudian diidentifikasi dan digeneralisasi dalam suatu proses yang disebut *generalising*.

1. **Jenis Penalaran Matematis**

Penalaran merupakan tahapan berpikir matematika tingkat tinggi, mencakup kapasitas untuk berpikir secara logis dan sistematis. Penalaran secara garis besar digolongkan Sumarmo (2010) dalam dua jenis yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran induktif diartikan sebagai penarikan kesimpulan yang bersifat umum berdasarkan data yang teramati. Terkait penalaran induktif, Polya (1973) menyatakan bahwa:

*Yes, mathematics has two faces, it is the rigorous science of Euclid but it is also something else. Mathematics presented in the Euclidean way appears as a systematic, deductive science, but mathematics in the making appears as an experimental, inductive science*.

Pernyataan Polya tersebut menunjukkan bahwa penalaran induktif itu penting.

Sejalan dengan penyataan Polya, Depdiknas menyatakan bahwa ciri utama matematika adalah penalaran deduktif, yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan yang diperoleh sebagai akibat logis dan kebenaran sebelumnya. Namun demikian, dalam pembelajaran, pemahan konsep sering diawali secara induktif melalui pengalaman nyata atau intuisi. Proses induktif dan deduktif dapat digunakan untuk mempelajari konsep matematika.

Beberapa ahli mengklasifikasikan kemampuan penalaran kedalam beberapa jenis kegiatan bernalar yang berdasarkan pada proses penarikan kesimpulan. Menurut Sumarmo (2010), secara garis besar penalaran dapat digolongkan dalam dua jenis yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif, sedangkan menurut Baroody (1993), penalaran matematis diklasifikasikan dalam tiga jenis penalaran yaitu intuitif, deduktif, dan induktif.

**2.1 Penalaran Intuitif**

Baroody (1993) menjelaskan bahhwa penalaran intuitif merupakan penalaran yang memainkan intuisi sehingga memerlukan kesiapan pengetahuan. Konklusi diperoleh dari apa yang dianggapnya benar sehingga pemahaman yang mendalam terhadap suatu pengetahuan berperan penting dalam melakukan proses bernalar intuitif.

**2.2 Penalaran Induktif**

Penalaran induktif diartikan Sumarmo (2010) sebagai penarikan kesimpulan yang bersifat umum atau khusus berdasarkan data yang teramati dengan nilai kebenaran yang dapat bersifat benar atau salah. Hal yang sama, Baroody (1993) menyatakan bahwa penalaran induktif dimulai dengan memeriksa kasus tertentu kemudian ditarik kesimpulan secara umum. Dengan kata lain, dalam penalaran induktif diperlukan aktivitas mengamati contoh-contoh spesifik dan sebuah pola dasar atau keteraturan.

Penalaran induktif merupakan suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum (general) berdasarkan pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar. Dalam hal ini telah terjadi proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta khusus yang sudah diketahui menuju kepada suatu kesimpulan yang bersifat umum. Misalkan, jika ada siswa diminta untuk menunjukkan bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga adalah 180°, lalu setiap siswa diminta untuk membuat model segitiga sembarang dari kertas, menggunting sudut-sudut segitiga tersebut, dan mengimpitkannya. Diantara siswa mungkin ada yang membuat segitiga siku-siku, ada yang membuat segitiga sama kaki, sama sisi atau segitiga sembarang. Dari hasil yang diperoleh siswa menunjukkan hasil yang sama, yaitu jumlah besar sudut-sudut segitiga adalah 180°. Berdasarkan hal ini, dari beberapa kasus khusus itu yaitu dari setiap segitiga, akan didapat hasil yang sama sehingga dapat ditarik suatu kesimpulan yang bersifat umum bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga adalah 180°.

Pernyataan atau kesimpulan yang didapat dari penalaran induktif bisa bernilai benar atau salah. Karenanya, di dalam matematika kesimpulan yang didapat dari proses penalaran induktif masih disebut dengan dugaan (*conjecture*). Kesimpulan tersebut boleh jadi valid pada contoh yang diperiksa, tetapi tidak dapat diterapkan pada keseluruhan contoh. Sebagai contoh, siswa diminta menentukan aturan yang digunakan untuk bilangan-bilangan 4, 6, 8. Jika aturan itu adalah suatu barisan bilangan genap, maka aturan itu sesuai dengan contoh. Tetapi, jika contohnya lebih bervariasi, misalnya 4, 5, 7, maka aturan semula tidak dapat lagi digunakan.

Dengan demikian melalui penalaran induktif dapat dihasilkan suatu kesimpulan yang benar berkenaan dengan contoh khusus yang dipelajari, tetapi kesimpulan tersebut tidak terjamin untuk generalisasi. Meskipun penarikan kesimpulan dengan penalaran induktif tidak valid, tetapi penalaran induktif sangat bermanfaat dalam pengembangan matematika. Beberapa kegiatan yang tergolong ke dalam penalaran induktif menurut Sumarmo (2010) antara lain:

1. Transduktif, yaitu menarik kesimpulan dari satu kasus atau sifat khusus yang satu diterapkan pada kasus khusus lainnya.
2. Analogi, yaitupenarikan kesimpulan berdasarkan keserupaan data atau proses.
3. Generalisasi, yaitu penarikan kesimpulan umum berdasar pada sejumlah data yang teramati.
4. Memperkirakan jawaban, solusi atau kecenderungan interpolasi, dan ekstrapolasi.
5. Memberi penjelasan terhadap model, fakta, sifat, hubungan, atau pola yang ada.
6. Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dan menyusun dugaan.

Dengan demikian penalaran induktif merupakan aktivitas penarikan kesimpulan yang bersifat umum berdasarkan pada data-data berupa contoh-contoh khusus dan pola atau keteraturan yang diamati. Nilai kebenaran suatu penalaran induktif dapat benar atau salah tergantung pada argumen selama penarikan kesimpulan.

**2.3 Penalaran Deduktif**

Deduksi didefinisikan sebagai proses penalaran yang menerapkan hal-hal yang umum terlebih dahulu untuk seterusnya dihubungkan dalam bagian-bagian yang khusus. Pada penalaran deduktif proses penalaran konklusinya diturunkan secara mutlak dari premis-premisnya. Pada deduksi yang valid atau sahih, kesimpulan yang didapat dinyatakan tidak akan pernah salah jika premis-premisnya bernilai benar.

Baroody (1993) mendefinisikan penalaran deduktif sebagai suatu aktivitas yang dimulai dengan premis-premis (dalil umum) yang mengarah pada sebuah kesimpulan tak terelakkan tentang contoh tertentu. Penalaran deduktif melibatkan suatu proses pengambilan kesimpulan yang berdasarkan pada apa yang diberikan, selain itu berlangsung dari aturan umum untuk suatu kesimpulan tentang kasus yang lebih spesifik. Menurut Sumarmo (2010), penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan berdasarkan aturan yang disepakati. Nilai kebenaran dalam penalaran deduktif bersifat mutlak benar atau salah dan tidak keduanya bersama-sama.

Melalui penalaran deduktif dapat menyimpulkan informasi lebih banyak daripada penalaran induktif. Artinya, dari keterangan tertentu dapat ditarik kesimpulan tentang hal-hal lain tanpa perlu memeriksanya secara langsung. Sebagai contoh, selalu dapat ditambahkan satu dari suatu bilangan. Dari keterangan tersebut dapat disimpulkan bahwa tidak ada bilangan terbesar atau bilangan terakhir, melainkan tak terbatas. Penalaran deduktif dapat menentukan apakah suatu konjektur yang muncul dikarenakan suatu intuisi atau deduksi secara logis serta konsisten dan apakah penalaran itu hanya untuk kasus-kasus tertentu atau kasus yang lebih umum.

Penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan berdasarkan aturan yang disepakati. Kegiatan yang tergolong pada penalaran deduktif antara lain:

1. Melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan atau rumus tertentu.
2. Menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, membuktikan, dan menyusun argumen yang valid.
3. Menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung, serta pembuktian dengan induksi matematika (Sumarmo, 2010).
4. **Indikator Penalaran Matematis**

Indikator kemampuan penalaran matematis yang digunakan dalam penelitian ini diambil dari Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004 bahwa indikator siswa yang memiliki kemampuan dalam penalaran matematika adalah:

1. Mengajukan dugaan.
2. Melakukan manipulasi matematika.
3. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi.
4. Menarik kesimpulan dari pernyataan.
5. Memeriksa kesahihan suatu argumen.
6. Menemukan sifat gejala matematis untuk membuat generalisasi.

## **Kemampuan Berpikir Kritis**

1. **Kemampuan Berpikir Kritis**

Menurut Sardiman (2007), berpikir merupakan aktivitas mental untuk dapat merumuskan pengertian, mensintesis, dan menarik kesimpulan. Purwanto (2007) berpendapat bahwa berpikir adalah satu keaktifan pribadi manusia yang mengakibatkan penemuan terarah kepada suatu tujuan. Manusia berpikir untuk menemukan pemahaman/pengertian yang dikehendakinya. Santrock (2010) juga mengemukakan pendapatnya bahwa berpikir adalah memanipulasi atau mengelola dan mentransformasi informasi dalam memori. Berpikir sering dilakukan untuk membentuk konsep, bernalar dan bepikir secara kritis, membuat keputusan, berpikir kreatif, dan memecahkan masalah.

Jika berpikir merupakan bagian dari kegiatan yang selalu dilakukan otak untuk mengorganisasi informasi guna mencapai suatu tujuan, maka berpikir kritis merupakan bagian dari kegiatan berpikir yang juga dilakukan otak. Menurut Santrock (2010), pemikiran kritis adalah pemikiran reflektif dan produktif, serta melibatkan evaluasi bukti. Menurut Jensen (2011) berpikir kritis merupakan proses mental yang efektif dan handal, digunakan dalam mengejar pengetahuan yang relevan dan benar tentang dunia. Sejalan dengan itu, Wijaya (2010) juga mengungkapkan gagasannya mengenai kemampuan berpikir kritis, yaitu kegiatan menganalisis ide atau gagasan ke arah yang lebih spesifik, membedakannya secara tajam, memilih, mengidentifikasi, mengkaji dan mengembangkannya ke arah yang lebih sempurna.

Orang-orang yang memiliki kemampuan berpikir kritis tidak hanya mengenal sebuah jawaban. Mereka akan mencoba mengembangkan kemungkinan-kemungkinan jawaban lain berdasarkan analisis dan informasi yang telah didapat dari suatu permasalahan. Berpikir kritis berarti melakukan proses penalaran terhadap suatu masalah sampai pada tahap kompleks tentang “mengapa” dan “bagaimana” proses pemecahannya.

Berpikir kritis adalah sebuah kemampuan yang dimiliki setiap orang untuk menganalisis ide atau gagasan ke arah yang lebih spesifik untuk mengejar pengetahuan yang relevan tentang dunia dengan melibatkan evaluasi bukti.

Berdasarkan beberapa pendapat ahli tersebut, dapat diambil kesimpulan mengenai pengertian kemampuan berpikir kritis yaitu sebuah kemampuan yang dimiliki setiap orang untuk menganalisis ide atau gagasan ke arah yang lebih spesifik untuk mengejar pengetahuan yang relevan tentang dunia dengan melibatkan evaluasi bukti. Kemampuan berpikir kritis sangat diperlukan untuk menganalisis suatu permasalahan hingga pada tahap pencarian solusi untuk menyelesaikan permasalahan tersebut.

1. **Ciri-ciri Kemampuan Berpikir Kritis**

Menurut Edward Glaser (Kowiyah, 2012) bahwa keterampilan dalam pemikiran kritis mencakup beberapa kemampuan yang harus ada, ciri-cirinya yaitu:

1. Mengenal masalah.
2. Menemukan cara yang dapat dipakai untuk menangani masalah-masalah itu.
3. Mengumpulkan dan menyusun informasi yang diperlukan.
4. Mengenal asumsi-asumsi dan nilai-nilai yang tidak dinyatakan.
5. Memahami dan menggunakan bahasa yang tepat, jelas dan khas.
6. Menganalisa data.
7. Menilai fakta dan mengevaluasi pernyataan-pernyataan.
8. Mengenal adanya hubungan yang logis antara masalah-masalah.
9. Menarik  kesimpulan-kesimpulan dan kesamaan-kesamaan yang diperlukan.
10. Menguji kesimpulan-kesimpulan dan kesamaan yang seseorang ambil.
11. Menyusun kembali pola-pola keyakinan seseorang berdasarkan pengalaman yang lebih luas.
12. Membuat penilaian yang tepat tentang hal-hal dan kualitas-kualitas tertentu dalam kehidupan sehari-hari.

Ciri-ciri keterampilan berpikir kritis yang dikemukakan secara sederhana oleh Marzano (Kurniawan, 2009) yaitu sebagai berikut:

1. Mencari kejelasan masalah.
2. Mencari alasan, yaitu mencari pemikiran sendiri.
3. Berusaha mendapatkan informasi sebanyak mungkindari sumber lain.
4. Menggunakan dan menyebutkan sumber yang handal.
5. Memperhatikan situasi keseluruhan.
6. Berusaha konsisten dengan pokok permasalahan.
7. Berpegang teguh akan dasar permasalahan.
8. Mencari alternatif.
9. Berpikiran terbuka, yaitu berbicara secara konkret.
10. Mengambil alasan yang cukup.
11. Mencari ketepatan secermat mungkin.
12. Memecahkan persoalan secara teratur (penggunaan bahasa yang jelas).
13. Menggunakan keterampilan berpikir kritis.
14. Sensitif terhadap perasaan dan tahap pengetahuan.
15. **Indikator Kemampuan Berpikir Kritis**

Indikator kemampuan berpikir kritis yang digunakan dalam penelitian ini diambil menurut Kowiyah (2012), yaitu sebagai berikut:

1. Menginterpretasikan, yaitu mengkategorikan dan mengklasifikasi.
2. Menganalisis, menguji dan mengidentifikasi.
3. Mengevaluasi, yaitu mempertimbangkan dan menyimpulkan.
4. Menarik kesimpulan, yaitu menyaksikan data dan menjelaskan kesimpulan.
5. Penjelasan, yaitu menuliskan hasil dan menghadirkan argumen.
6. Kemandirian, yaitu melakukan koreksi dan melakukan pengujian.

## **Penelitian yang Relevan**

Mengingat luasnya dunia pendidikan, peneliti menyadari bahwa sudah banyak peneliti-peneliti lain yang melakukan penelitian khususnya dalam ranah pendidikan. Dari sekian banyak penelitian-penelitian yang sudah dilakukan, beberapa penelitian ada yang relevan dengan penelitian ini, baik dari variabel dependen maupun dari variabel independennya. Berikut adalah beberapa hasil penelitian yang relevan dengan penelitian ini.

Rahmi (2018), Hasil penelitian ini diperoleh bahwa (1) Kemampuan penalaran matematis siswa MTsS Umar Diyan yang diajarkan dengan model pembelajaran *Problem Based Learning* lebih baik daripada kemampuan penalaran matematis siswa yang diajarkan dengan pembelajaran konvensional. (2) Model pembelajaran *Problem Based Learning* memiliki pengaruh terhadap peningkatan kemampuan penalaran matematis, terlihat pada rata-rata persentase skor pada indikator sebelum dan sesudah diterapkan *Problem Based Learning*. (3) Peningkatan kemampuan penalaran matematis dengan model *Problem Based Learning* dapat menuntaskan hasil belajar siswa secara klasikal yaitu sebesar 85,29%.

Setyorini (2011) mengatakan dalam penelitiannya bahwa model *Problem Based Learning* mengajak siswa agar mampu melatih kemampuan siswa dalam memecahkan masalah sehingga dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa. Simpulan penelitian ini yaitu model pembelajaran *Problem Based Learning* dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa pada sub pokok bahasan gerak lurus berubah beraturan.

Herman (2007) dalam penelitiannya menyatakan bahwa : (1) Bahan ajar yang dapat meningkatkan penalaran siswa adalah bahan ajar yang menyajikan permasalahan terbuka serta merupakan permasalahan yang sering ditemukan siswa, baik permasalahan kehidupan sehari-hari maupun permasalahan yang merupakan imajinasi dunia anak, (2) Belajar kelompok merupakan strategi yang cocok untuk meningkatkan penalaran siswa.

Hasil penelitian Risnawati (2016) memperoleh kesimpulan bahwa, (1) pendekatan *problem posing* dan pendekatan *PBL* berpengaruh positif terhadap prestasi belajar mahasiswa; (2) pendekatan *problem posing* tidak berpengaruh terhadap motivasi belajar mahasiswa sedangkan pendekatan *PBL* berpengaruh terhadap motivasi belajar mahasiswa; (3) pendekatan *problem posing* sama baiknya dengan pendekatan *PBL* ditinjau dari prestasi belajar mahasiswa; dan (4) pendekatan *PBL* lebih baik dibandingkan dengan pendekatan *problem posing* ditinjau dari motivasi belajar mahasiswa.

## **Kerangka Berpikir**

Pengajaran berdasarkan model pembelajaran *Problem Based Learning* disusun untuk mendorong keterlibatan aktif siswa dalam pembelajaran di kelas. Model pembelajaran *Problem Based Learning* mengajak siswa untuk mengenal lebih dalam tentang apa yang sedang ia pelajari dan menemukan konsep-konsep matematis. Hal ini, tentunya dapat mengasah kemampuan penalaran matematis dan berpikir kritis siswa dalam mempermudah penyampaian ide-ide matematika yang bersifat abstrak, juga membuat siswa menyadari bahwa matematika mempunyai peran penting dalam kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu peneliti menduga bahwa pembelajaran dengan model pembelajaran *Problem Based Learning* dapat meningkatkan kemampuan penalaran matematis dan berpikir kritis siswa lebih baik daripada pembelajaran konvensional.

Kerangka berpikir penelitian ini dapat digambarkan dalam diagram kerangka berpikir di bawah ini:

**Gambar 2.1**

**Diagram Kerangka Berpikir**

Pembelajaran dengan Model pembelajaran *Problem based learning (PBL)*

Motivasi Belajar

Kemampuan

Berpikir Kritis

Kemampuan Penalaran Matematis

## **Hipotesis Penelitian**

Berdasarkan kerangka berpikir yang dipaparkan di atas, hipotesis yang diajukan untuk menjawab rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa yang memperoleh pembelajaran dengan model *problem based learning* lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.
2. Peningkatan kemampuan berpikir kritis siswa yang memperoleh pembelajaran dengan model *problem based learning* lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.
3. Motivasi belajar siswa yang memperoleh pembelajaran dengan model *problem based learning* lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.
4. Terdapat korelasi antara kemampuan penalaran matematis dan kemampuan berpikir kritis siswa.
5. Terdapat korelasi antara kemampuan penalaran matematis dan motivasi belajar siswa.
6. Terdapat korelasi antara kemampuan berpikir kritis dan motivasi belajar siswa.
7. Terdapat pengaruh positif motivasi belajar terhadap kemampuan penalaran matematis.
8. Terdapat pengaruh positif motivasi belajar terhadap kemampuan berpikir kritis.