



CARA MUDAH MEMAHAMI

OPERATIONS RESEARCH

MELALUI SOAL JAWAB

Lengkap dengan Langkah
Penyelesaian dan
Penggunaan Software
Pendukung

TJUTJU TARLIAH DIMYATI



Sinar Baru Algensindo

Kata Pengantar

Operations Research telah dikenal di Indonesia sejak beberapa dasawarsa yang lalu. Ilmu ini merupakan salah satu ilmu yang sangat penting untuk pengambilan keputusan dalam berbagai bidang, seperti perencanaan produksi, perencanaan tenaga kerja, perencanaan investasi, perencanaan pemeliharaan, dan lain lain.

Meskipun buku-buku *Operations Research* telah banyak ditulis dalam bahasa Inggris maupun dalam bahasa Indonesia, namun sampai saat ini masih sering ditemukan mahasiswa, baik pada jenjang S1 maupun S2 yang mengalami kesulitan untuk memahaminya. Berdasarkan pengalaman dan pengamatan penulis, para mahasiswa sering merasa bingung pada saat mendefinisikan variabel keputusan, fungsi tujuan, dan fungsi-fungsi pembatas dari persoalan yang harus diselesaikan sehingga tidak dapat memformulasikan uraian persoalan ke dalam model matematis.

Buku "*Cara Mudah Memahami Operations Research Melalui Soal-Jawab*" ini mengajak para mahasiswa khususnya dan masyarakat pada umumnya untuk berlatih memahami persoalan, memformulasikannya, melakukan perhitungan, dan mengambil kesimpulan dari hasil perhitungannya sehingga *Operations Research* menjadi ilmu yang disenangi dan diminati oleh berbagai kalangan. Dalam penulisan buku ini, penulis mengambil soal-soal dari berbagai buku yang dijadikan rujukan, sedangkan dalam melakukan perhitungannya menggunakan *software Win QSB*, *software Lindo* yang dapat diunduh oleh siapa pun, dan *software Expert Choice*.

Banyak rintangan dan hambatan yang penulis hadapi dalam menyusun buku ini, namun dengan dorongan suami dan anak serta bantuan berbagai pihak, akhirnya buku ini dapat diselesaikan. Ucapan

terima kasih penulis sampaikan kepada Muhammad Nur dan Sidik Nurjaman, dua sejawat, sahabat, sekaligus "*anak*" yang telah banyak membantu dalam penyusunan buku ini. Semoga Allah SWT membalas segala kebaikannya.

Penulis menyadari bahwa buku ini masih perlu disempurnakan. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan saran-saran penyempurnaan dari berbagai pihak. Akhirul-kalam, semoga buku ini bermanfaat.

Penulis

Daftar isi

KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
BAB I: TINJAUAN SINGKAT TEORI OPERATIONS RESEARCH	
A. Pendahuluan	3
B. Pemrograman Linier (<i>Linear Programming</i>)	6
C. Pemrograman Linier Bilangan Bulat (<i>Integer Linear Programming</i>)	8
D. Persoalan Jaringan Kerja (<i>Network Problem</i>)	9
E. Pemrograman Dinamis (<i>Dynamic Programming</i>)	11
F. Analisis Keputusan (<i>Decision Analysis</i>)	13
G. Teori Antrian (<i>Queuing Theory</i>)	14
BAB II: TUTORIAL PENGGUNAAN SOFTWARE	
A. <i>Software Win QSB</i>	17
B. <i>Software LINDO</i>	23
C. <i>Software Expert Choice</i>	28
BAB III: SOAL JAWAB	
A. Pemrograman Linier	35
B. Pemrograman Linier Intejer	181
C. Analisis Jaringan Kerja	243

D. Pemrograman Dinamis	308
E. Teori Antrian	366
F. Analisis Keputusan dan Persoalan Permainan	414

DAFTAR PUSTAKA	441
-----------------------------	------------

TENTANG PENULIS	443
------------------------------	------------

xi DAFTAR

DAFTAR ISI

1. PENDAHULUAN	1
2. TUJUAN DAN RANGKAIAN MATERI	2
3. DAFTAR PUSTAKA	4
4. TENTANG PENULIS	4
5. DAFTAR PUSTAKA	4
6. TENTANG PENULIS	4
7. DAFTAR PUSTAKA	4
8. TENTANG PENULIS	4
9. DAFTAR PUSTAKA	4
10. TENTANG PENULIS	4
11. DAFTAR PUSTAKA	4
12. TENTANG PENULIS	4
13. DAFTAR PUSTAKA	4
14. TENTANG PENULIS	4

DAFTAR ISI

15. PENDAHULUAN	1
16. TUJUAN DAN RANGKAIAN MATERI	2
17. DAFTAR PUSTAKA	4
18. TENTANG PENULIS	4

DAFTAR ISI

19. PENDAHULUAN	1
20. TUJUAN DAN RANGKAIAN MATERI	2
21. DAFTAR PUSTAKA	4
22. TENTANG PENULIS	4



BAB 1

PEMROGRAMAN LINIER

1. Toko R menjual dua jenis minuman ringan bermerek A-Cola dan B-Cola. Keuntungan per botol A-Cola adalah \$ 0.05 sedangkan per botol B-Cola adalah \$ 0.07. Setiap hari toko R hanya dapat menjual kedua jenis minuman tersebut tidak lebih dari 500 botol. Walaupun A-Cola lebih terkenal tetapi konsumen lebih banyak membeli B-Cola karena harganya lebih murah. Keuntungan per hari dari penjualan B-Cola tidak lebih dari dua kali keuntungan penjualan A-Cola. Diperkirakan paling sedikit 100 botol A-Cola terjual. Berapa banyak masing masing jenis Cola yang harus terjual per hari agar diperoleh keuntungan maximum?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimumkan keuntungan yang didapat dari hasil penjualan A-Cola dan B-Cola. Kita harus menentukan berapa banyak jumlah A-Cola dan B-Cola yang harus terjual agar keuntungannya maksimum. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah A-Cola yang harus terjual = X_1 unit
- Jumlah B-Cola yang harus terjual = X_2 unit

- Fungsi tujuan :

Maksimumkan $Z = 0.05 X_1 + 0.07 X_2$

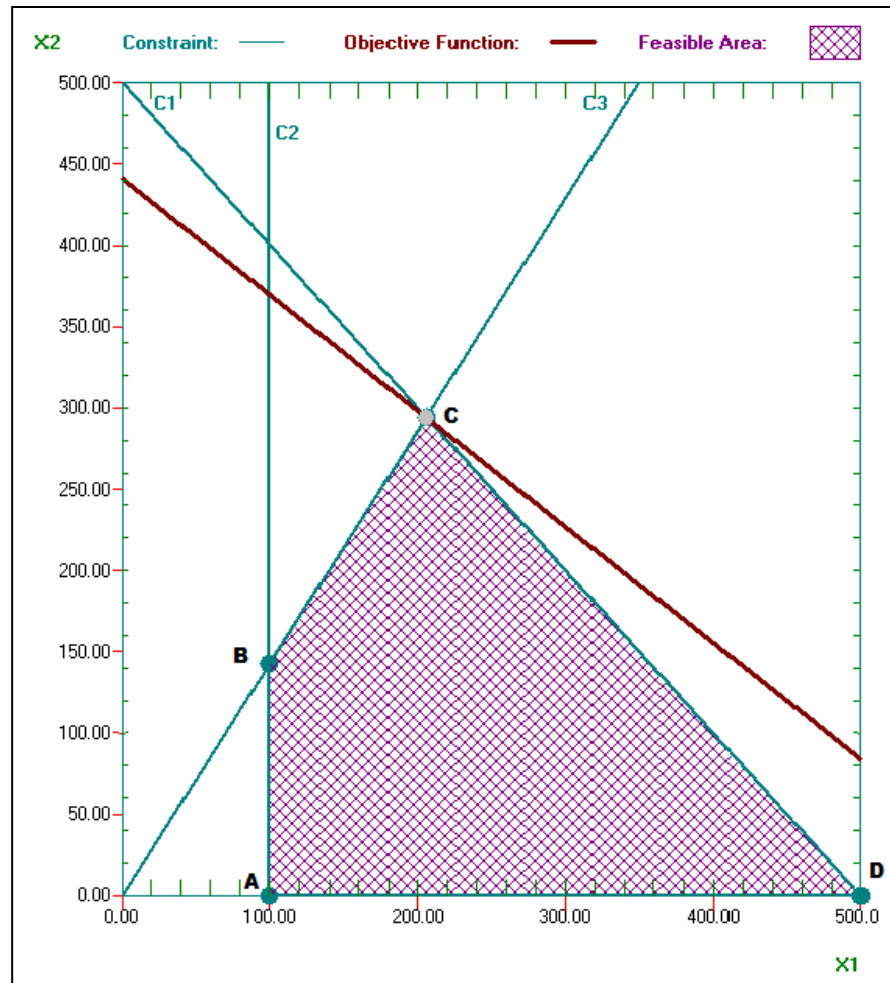
- Fungsi pembatas :

- Jumlah yang terjual : $X_1 + X_2 \leq 500$
- Jumlah A-Cola yang terjual : $X_1 \geq 100$
- Perbandingan keuntungan : $0.07 X_2 \leq 2 (0.05 X_1)$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Karena persoalan ini hanya mempunyai dua variabel keputusan maka untuk menyelesaikannya dapat digunakan metode grafis, algoritma simplex atau dengan menggunakan software yang ada seperti *Win QSB*, *LINDO* dan lain-lain.

Jika digunakan Metode Grafis maka gambarnya adalah:



Pada gambar di atas, titik optimum berada pada titik C yang merupakan perpotongan antara garis fungsi pembatas yang pertama dengan garis fungsi pembatas yang ketiga. Karena itu solusi optimum (nilai X_1 dan X_2) persoalan ini dapat diperoleh dengan menentukan koordinat dari titik potong kedua garis fungsi pembatas tersebut. Hasilnya adalah:

- Jumlah A-Cola yang harus terjual (X_1) = 205.88 botol
- Jumlah B-Cola yang harus terjual (X_2) = 294.12 botol
- Keuntungan yang akan diperoleh (Z) = \$ 30.88

Jika digunakan *software Win QSB* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
Maximize	0.05	0.07		
C1	1	1	<=	500
C2	1	0	>=	100
C3	-0.1	0.07	<=	0
LowerBound	0	0		
UpperBound	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous		

Hasil perhitungan untuk setiap iterasi adalah sebagai berikut:

Tabel Iterasi 1

		X1	X2	Slack_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0.0500	0.0700	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	1.0000	1.0000	1.0000	0	0	0	500.0000	500.0000
Artificial_C2	-M	1.0000	0	0	-1.0000	0	1.0000	100.0000	100.0000
Slack_C3	0	-0.1000	0.0700	0	0	1.0000	0	0	M
	C(j)-Z(j)	0.0500	0.0700	0	0	0	0	0	
	* Big M	1.0000	0	0	-1.0000	0	0	0	

Tabel Iterasi 2

		X1	X2	Slack_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0.0500	0.0700	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	0	1.0000	1.0000	1.0000	0	-1.0000	400.0000	400.0000
X1	0.0500	1.0000	0	0	-1.0000	0	1.0000	100.0000	M
Slack_C3	0	0	0.0700	0	-0.1000	1.0000	0.1000	10.0000	142.8571
	C(j)-Z(j)	0	0.0700	0	0.0500	0	-0.0500	5.0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	-1.0000	0	

Tabel Iterasi 3

		X1	X2	Slack_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0.0500	0.0700	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	0.0000	0	1.0000	2.4286	-14.2857	-2.4286	257.1429	105.8824
X1	0.0500	1.0000	0	0	-1.0000	0	1.0000	100.0000	M
X2	0.0700	0.0000	1.0000	0	-1.4286	14.2857	1.4286	142.8571	M
	C(j)-Z(j)	0	0	0	0.1500	-1.0000	-0.1500	15.0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	-1.0000	0	

Tabel Iterasi 4

		X1	X2	Slack_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0.0500	0.0700	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Surplus_C2	0	0.0000	0.0000	0.4118	1.0000	-5.8824	-1.0000	105.8824	
X1	0.0500	1.0000	0.0000	0.4118	0	-5.8824	0	205.8824	
X2	0.0700	0.0000	1.0000	0.5882	0	5.8824	0	294.1176	
	C(j)-Z(j)	0	0	-0.0618	0	-0.1176	0	30.8824	
	* Big M	0	0	0	0	0	-1.0000	0	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Jumlah A-Cola yang harus terjual = 205.88 botol
- Jumlah B-Cola yang harus terjual = 294.12 botol
- Keuntungan yang akan diperoleh = \$ 30.88

Jika digunakan software *LINDO* maka inputnya adalah sebagai berikut :

```

Max 0.05 X1 + 0.07 X2
subject to
    X1 + X2 <= 500
    X1 >= 100
    -0.1 X1 + 0.07 X2 <= 0
End
    
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	30.88235	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	205.882355	0.000000
X2	294.117645	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.061765
3)	105.882355	0.000000
4)	0.000000	0.117647
NO. ITERATIONS=	1	

Tabel di atas menunjukkan hasil perhitungan yang sama dengan dua hasil perhitungan sebelumnya.

Catatan :

Jumlah yang terjual seharusnya berupa bilangan bulat karena produk dikemas dalam satuan botol, tetapi karena model yang digunakan adalah model *Linear Programming* maka solusi di atas dianggap benar. Apabila diperlukan solusi yang berharga bilangan bulat maka setelah baris END tambahkan *Gin X1* dan *Gin X2* sehingga inputnya menjadi sebagai berikut:

```

Max 0.05 X1 + 0.07 X2
subject to
  X1    + X2    <= 500
  X1                    >= 100
-0.1 X1 + 0.07 X2 <= 0
End
Gin X1
Gin X2
  
```

Hasil perhitungannya akan menjadi sebagai berikut:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	30.88000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	206.000000	-0.050000
X2	294.000000	-0.070000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	106.000000	0.000000
4)	0.020000	0.000000
NO. ITERATIONS=	7	

Hasil perhitungan di atas menunjukkan bahwa jika harus berupa bilangan bulat maka

- Jumlah A-Cola yang harus terjual = 206 botol
- Jumlah B-Cola yang harus terjual = 294 botol
- Keuntungan yang akan diperoleh = \$ 30.88

2. Anda akan membuat rencana produksi untuk tiga jenis produk, yaitu P, Q, dan R. Data jenis dan jumlah bahan yang dibutuhkan masing-masing produk adalah sebagai berikut :

Jenis Bahan	Kebutuhan bahan (unit) untuk Produk		
	P	Q	R
1	2	-	1
2	-	1	2
3	1	2	-

- a. Bagaimanakah rencana produksi terbaik jika bahan 1, 2, dan 3 yang tersedia masing-masing adalah sebanyak 15, 18, dan 12 unit, sedangkan keuntungan produk P, Q, dan R masing-masing adalah Rp. 2000, Rp. 2500, dan Rp. 2250 per unit?
- b. Jika harga bahan baku 1, 2, dan 3 masing-masing adalah Rp.1500, Rp.2000, dan Rp.1000 per unit sedangkan harga jual per unit produk P, Q, dan R masing-masing adalah Rp. 5000, Rp. 6000, dan Rp. 7000 bagaimanakah rencana produksi terbaik?

Jawaban soal a:

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang didapat dari hasil penjualan produk P, Q, dan R. Kita harus menentukan berapa banyak P, Q, dan R yang harus diproduksi agar keuntungannya maksimum. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah produk P yang dibuat = X_1 unit
- Jumlah produk Q yang dibuat = X_2 unit
- Jumlah produk R yang dibuat = X_3 unit
- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan
- Maximasi : $Z = 2000 X_1 + 2500 X_2 + 2250 X_3$

- Fungsi pembatas :

- Jumlah bahan 1 yang tersedia : $2 X_1 + X_3 \leq 15$
- Jumlah bahan 2 yang tersedia : $X_2 + 2 X_3 \leq 18$

- Jumlah bahan 3 yang tersedia : $X_1 + 2 X_2 \leq 12$
- Pembatas tanda : $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

Max : $2000 X_1 + 2500 X_2 + 2250 X_3$

subject to :

$2 X_1 + X_3 \leq 15$

$X_2 + 2 X_3 \leq 18$

$X_1 + 2 X_2 \leq 12$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	33750.00		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	4.000000	0.000000	
X2	4.000000	0.000000	
X3	7.000000	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	583.333313	
3)	0.000000	833.333313	
4)	0.000000	833.333313	
NO. ITERATIONS=		3	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal berikut :

- Jumlah produk P yang harus dibuat : $X_1 = 4$ unit
- Jumlah produk P yang harus dibuat : $X_2 = 4$ unit
- Jumlah produk P yang harus dibuat : $X_3 = 7$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 33.750$

Jawaban soal b:

- Variabel keputusan :

- Jumlah jenis kain 1 yang dibuat = X1 unit
- Jumlah jenis kain 2 yang dibuat = X2 unit
- Jumlah jenis kain 3 yang dibuat = X3 unit

- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan = harga jual – biaya material

- Keuntungan per unit produk P = $5000 - (2 \times 1500) - (1 \times 1000) = 1000$
- Keuntungan per unit produk Q = $6000 - (1 \times 2000) - (2 \times 1000) = 2000$
- Keuntungan per unit produk P = $7000 - (1 \times 1500) - (2 \times 2000) = 1500$

$$\text{Maximasi : } Z = 1000 X1 + 2000 X2 + 1500 X3$$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max : } 1000 X1 + 2000 X2 + 1500 X3$$

subject to :

$$2 X1 + X3 \leq 15$$

$$X2 + 2 X3 \leq 18$$

$$X1 + 2 X2 \leq 12$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 0			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	22500.00		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	4.000000	0.000000	
X2	4.000000	0.000000	
X3	7.000000	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	166.666672	
3)	0.000000	666.666687	
4)	0.000000	666.666687	
NO. ITERATIONS=		0	

Dari tabel diatas dapat disimpulkan hal sebagai berikut :

- Jumlah produk P yang harus dibuat : $X_1 = 4$ unit
- Jumlah produk Q yang harus dibuat : $X_2 = 4$ unit
- Jumlah produk R yang harus dibuat : $X_3 = 7$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 22.500$

3. Sebuah perusahaan memproduksi dua jenis produk, A dan B, yang masing-masing dapat memberikan keuntungan per unit sebesar \$5 dan \$14. Setiap unit produk A membutuhkan 1 m² bahan fiber dengan 1 jam pengerjaan, sedang setiap unit produk B membutuhkan 2 m² bahan fiber dengan 4 jam pengerjaan. Pada setiap hari kerja perusahaan itu hanya dapat membeli paling banyak 6 m² bahan fiber dan bekerja selama 8 jam. Bagaimanakah rencana produksi terbaik?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang didapat dari penjualan produk A dan produk B. Kita harus menentukan jumlah produk A dan jumlah produk B yang harus dibuat agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan pembatas yang ada.

Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah produk A yang dibuat : X_1 unit
- Jumlah produk B yang dibuat : X_2 unit
- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan
- Maximasi : $Z = 5 X_1 + 14 X_2$

- Fungsi pembatas :

- Jumlah fiber yang tersedia : $X_1 + 2 X_2 \leq 6$
- Jumlah jam kerja yang tersedia : $X_1 + 4 X_2 \leq 8$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max : } 5 X_1 + 14 X_2$$

subject to :

$$X_1 + 2 X_2 \leq 6$$

$$X_1 + 4 X_2 \leq 8$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	34.000000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	4.000000	0.000000
X2	1.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	3.000000
3)	0.000000	2.000000
NO. ITERATIONS=	2	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Jumlah produk A yang harus dibuat : $X_1 = 4$ unit
- Jumlah produk B yang harus dibuat : $X_2 = 1$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 34$

4. PT. X sedang membangun sebuah refinery (fasilitas penyulingan) untuk memproduksi empat jenis produk, yaitu minyak diesel, minyak tanah, oli, dan avtur. Permintaan untuk masing masing produk (dalam bbl per hari) adalah 14.000 untuk minyak diesel, 30.000 untuk minyak tanah, 10.000 untuk oli, dan 8.000 untuk avtur. Bahan baku (*crude oil* = minyak mentah) berasal dari

Iran dan Dubai. Berdasarkan peraturan yang ditetapkan OPEC, sebuah refinery baru harus menggunakan paling sedikit 40 % minyak mentah dari Iran dan sisanya dari Dubai. Kualitas minyak mentah dari Iran berbeda dengan kualitas minyak mentah dari Dubai, sehingga minyak yang dihasilkannya pun berbeda. Setiap barrel minyak mentah dari Iran menghasilkan 0.2 barrel minyak diesel, 0.25 barrel minyak tanah, 0.1 barrel oli, dan 0.15 barrel avtur. Setiap barrel minyak mentah dari Dubai menghasilkan 0.1 barrel minyak diesel, 0.60 barrel minyak tanah, 0.15 barrel oli, dan 0.10 barrel avtur. Tentukan kapasitas minimum refiner yang dibutuhkan untuk memenuhi permintaan minyak tersebut!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan kapasitas refinery minimum. Refinery akan diisi minyak mentah dari Iran dan minyak mentah dari Dubai. Kita harus mengatur berapa banyak minyak mentah yang berasal dari Iran dan berapa banyak minyak mentah yang berasal dari Dubai agar kebutuhan minyak terpenuhi tetapi dengan kapasitas refinery yang minimum.

Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

Minyak mentah dari Iran = X_1 ribu bbl/hari

Minyak mentah dari Dubai = X_2 ribu bbl/hari

- Fungsi tujuan :

Minimasi $Z = X_1 + X_2$

- Fungsi pembatas :

- Perbandingan minyak mentah dari Iran : $X_1 \geq 0.4 (X_1 + X_2)$
- Kebutuhan minyak diesel : $0.2 X_1 + 0.1 X_2 \geq 14$
- Kebutuhan minyak tanah : $0.25 X_1 + 0.6 X_2 \geq 30$
- Kebutuhan Oli : $0.1 X_1 + 0.15 X_2 \geq 10$
- Kebutuhan Avtur : $0.15 X_1 + 0.10 X_2 \geq 8$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Jika digunakan software *win QSB* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
Minimize	1	1		
C1	0.6	-0.4	>=	0
C2	0.2	0.1	>=	14
C3	0.25	0.6	>=	30
C4	0.1	0.15	>=	10
C5	0.15	0.1	>=	8
LowerBound	0	0		
UpperBound	M	M		
Variable Type	Continuous	Continuous		

Hasil perhitungannya adalah sebagai berikut:

12:40:00		Sunday	October	13	2013			
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	55.0000	1.0000	55.0000	0	basic	0.6667	2.0000
2	X2	30.0000	1.0000	30.0000	0	basic	0.5000	1.5000
	Objective	Function	(Min.) =	85.0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	21.0000	>=	0	21.0000	0	-M	21.0000
2	C2	14.0000	>=	14.0000	0	2.5000	10.7692	15.5556
3	C3	31.7500	>=	30.0000	1.7500	0	-M	31.7500
4	C4	10.0000	>=	10.0000	0	5.0000	9.6316	13.0000
5	C5	11.2500	>=	8.0000	3.2500	0	-M	11.2500

Dari hasil perhitungan di atas diperoleh:

$$X1 = 55$$

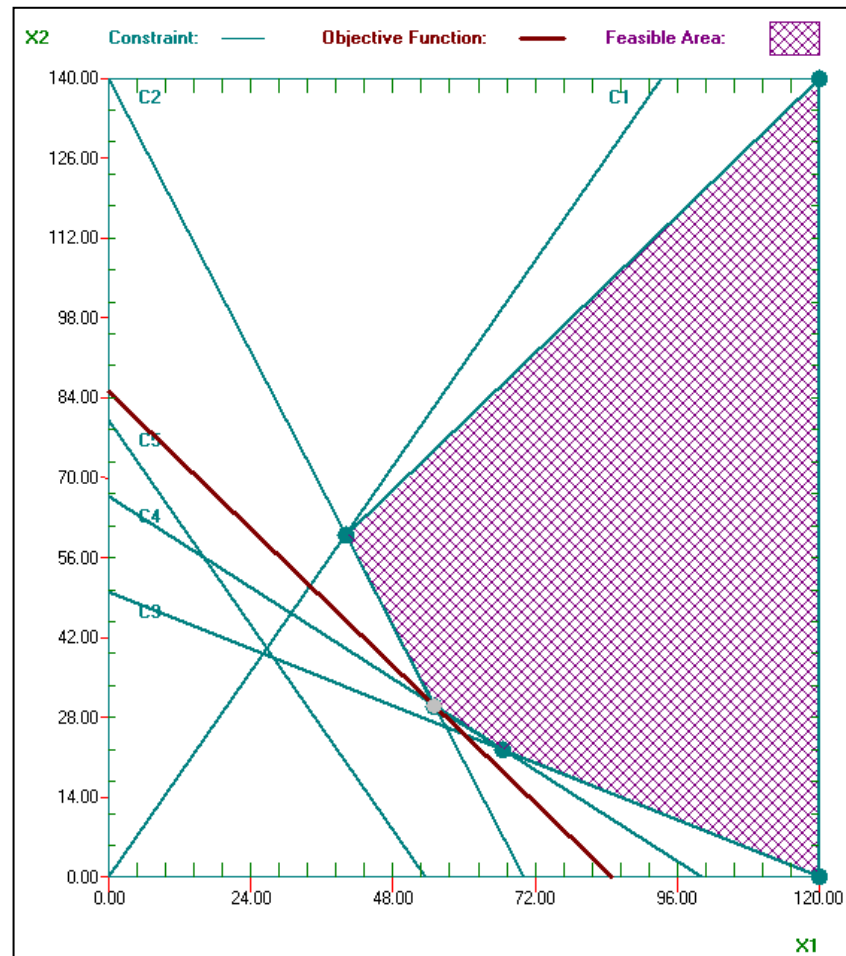
$$X2 = 30$$

$$Z = 85$$

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa:

- Kapasitas refinery yang harus dibangun adalah : 85.000 bbl
- Minyak mentah dari Iran yang dibutuhkan adalah : 55.000 bbl per hari
- Minyak mentah dari Dubai yang dibutuhkan adalah : 30.000 bbl per hari

Adapun grafik dari persoalan di atas adalah sebagai berikut:



5. Tuan A akan menginvestasikan uangnya dalam bentuk saham perusahaan yang akan memberikan keuntungan tahunan sekurang-kurangnya sebesar \$10.000. Ada dua jenis saham yang bisa dipilih yakni *blue chips* dan *high tech*. Hasil dari saham *blue chips* rata rata 10 %, sedangkan hasil dari *high tech* rata rata 25 %. Karena saham *high tech* mempunyai resiko tinggi, maka Tuan A menetapkan uang yang diinvestasikan pada saham *high tech* tidak boleh lebih dari 60 % dari total uang yang diinvestasikan. Tentukan jumlah uang minimum yang harus diinvestasikan pada masing masing jenis saham agar tujuan dilakukannya investasi ini tercapai!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini menentukan jumlah uang yang diinvestasikan pada saham blue chip dan saham high tech. Kita harus menentukan berapa banyak minimum uang yang harus diinvestasikan agar keinginan memperoleh hasil investasi tercapai. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut:

- Variabel keputusan :

Jumlah dana yang diinvestasikan pada saham blue chip = \$ X1 ribu

Jumlah dana yang diinvestasikan pada saham high tech = \$ X2 ribu

- Fungsi tujuan :

Minimasi $Z = X1 + X2$

- Fungsi pembatas :

• Perbandingan saham high tech : $X2 \leq 0.6 (X1 + X2)$

• Keuntungan yang diinginkan : $0.1 X1 + 0.25 X2 \geq 10$

- Pembatas tanda : $X1, X2 \geq 0$

Jika digunakan software *LINDO* maka inputnya adalah sebagai berikut :

Min $X1 + X2$

subject to

$0.1 X1 + 0.25 X2 \geq 10$

$0.6 X1 - 0.4 X2 \geq 0$

End

Hasil perhitungannya adalah sebagai berikut:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	52.63158		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	21.052631	0.000000	
X2	31.578947	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	-5.263158	
3)	0.000000	-0.789474	
NO. ITERATIONS=		2	

Dari tabel tersebut dapat disimpulkan :

$$Z = 52.63158$$

$$X1 = 21.052631$$

$$X2 = 31.578947$$

Uang yang harus diinvestasikan pada saham blue chip : $X1 = \$ 21.052.631$

Uang yang harus diinvestasikan pada saham high tech : $X2 = \$ 31.578.947$

Total uang yang harus diinvestasikan : $Z = \$ 52.631.580$

6. PT. Aditia mempekerjakan empat tukang kayu selama 10 hari untuk merakit meja dan kursi. Waktu yang dibutuhkan untuk merakit satu unit meja adalah dua jam-orang, sedangkan untuk merakit satu unit kursi adalah 0.5 jam-orang. Konsumen biasanya membeli satu meja dan empat sampai dengan enam kursi. Keuntungan dari setiap unit meja adalah \$135 sedangkan dari setiap unit kursi adalah \$50. Perusahaan bekerja delapan jam per hari. Tentukan jumlah unit meja dan kursi yang harus dibuat dalam 10 hari tersebut!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimumkan total keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan meja dan kursi. Karena itu harus ditentukan jumlah unit meja dan kursi yang harus dibuat agar diperoleh keuntungan maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada.

Maka dapat ditentukan hal-hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah meja yang diproduksi = X_1 unit
 - Jumlah kursi yang diproduksi = X_2 unit
 - Waktu kerja yang tersedia = 4 orang x 8 jam x 10 hari = 320 jam-orang

- Fungsi tujuan :
Maximasi $Z = 135 X_1 + 50 X_2$

- Fungsi pembatas :
 - Ketersediaan waktu kerja : $2 X_1 + 0.5 X_2 \leq 320$
 - Perbandingan jumlah kursi dan meja : $X_2 \geq 4 X_1$
 - Perbandingan jumlah kursi dan meja : $X_2 \leq 6 X_1$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```
Max 135 X1 + 50 X2
subject to
2 X1 + 0.5 X2 <= 320
- 4 X1 + X2 >= 0
- 6 X1 + X2 <= 0
END
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	27840.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	64.000000	0.000000
X2	384.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	87.000000
3)	128.000000	0.000000
4)	0.000000	6.500000
NO. ITERATIONS=	3	

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Jumlah meja yang harus diproduksi : $X1 = 64$ unit
- Jumlah kursi yang harus diproduksi : $X2 = 384$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 27840$

7. Bank ABC mengalokasikan dana untuk bulan depan maximum sebesar \$200.000 untuk pinjaman pribadi dan pembelian mobil. Bunga pinjaman untuk pinjaman pribadi adalah 14% sedangkan untuk pembelian mobil 12%. Jangka waktu pengembalian pinjaman adalah satu tahun. Berdasarkan pengalaman selama ini, 3% pinjaman pribadi dan 2% pinjaman pembelian mobil tidak pernah kembali (baik pokok maupun bunganya). Besarnya dana yang dialokasikan untuk pinjaman pembelian mobil adalah sekurang-kurangnya dua kali pinjaman untuk kebutuhan pribadi. Tentukan alokasi jumlah dana yang optimum untuk masing masing pinjaman!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan hasil/keuntungan dari dana yang dipinjamkan baik untuk kebutuhan pribadi maupun pembelian mobil. Karena itu kita harus menentukan berapa banyak dana yang dipinjamkan untuk kebutuhan pribadi dan berapa untuk pembelian mobil dengan memperhatikan resiko, tingkat bunga dan dana yang tersedia.

Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

Jumlah dana yang dipinjamkan untuk kebutuhan pribadi = \$ X1 ribu

Jumlah dana yang dipinjamkan untuk pembelian mobil = \$ X2 ribu

Besarnya keuntungan yang dapat diperoleh adalah tingkat bunga dikali jumlah yang kembali dari uang yang dipinjamkan untuk masing-masing kebutuhan dikurangi uang yang dipinjamkan dan tidak kembali. Sebagai contoh, keuntungan dari uang yang dipinjamkan untuk kebutuhan pribadi adalah: $0.14(X1 - 0.03 X1) - 0.03 X1$

Maka formulasinya adalah:

- Fungsi tujuan :

$$\text{Maksimumkan } Z = 0.14(X1 - 0.03 X1) + 0.12(X2 - 0.02 X2) - 0.03 X1 - 0.02 X2$$

- Fungsi pembatas :

- Perbandingan jumlah pinjaman : $X2 \geq X1$

- Dana yang tersedia : $X1 + X2 \leq 200$

- Pembatas tanda : $X1, X2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max } 0.1058 X1 + 0.0976 X2$$

subject to

$$X1 + X2 \leq 200$$

$$-2 X1 + X2 \geq 0$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	20.06667	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	66.666664	0.000000
X2	133.333328	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.100333
3)	0.000000	-0.002733
NO. ITERATIONS=	2	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- $X1 = 66.666664$
- $X2 = 133.333328$
- $Z = 20.06667$

Dana yang dipinjamkan untuk kebutuhan pribadi : $X1 = \$ 66.666$

Dana yang dipinjamkan untuk pembelian mobil : $X2 = \$ 133.333$

Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 20.066$

8. Indah Elektrik membuat dua jenis motor listrik pada dua lintas produksi yang berbeda. Kapasitas lintas produksi pertama adalah 600 unit motor per hari, sedangkan kapasitas lintas produksi kedua adalah 750 per hari. Motor jenis 1 membutuhkan 10 unit komponen X, sedangkan Motor jenis 2 membutuhkan 8 unit komponen X. Pemasok komponen dapat menyediakan 8000 unit komponen X. Keuntungan per unit motor jenis 1 adalah \$60, sedangkan keuntungan per unit motor jenis 2 adalah \$40. Tentukan jumlah produksi per hari masing masing jenis motor yang optimum?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini memaksimalkan keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan motor listrik. Karena itu kita harus menentukan berapa banyak motor jenis 1 dan berapa banyak motor jenis 2 yang harus diproduksi dengan

memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah motor jenis 1 yang diproduksi = X_1 unit
 - Jumlah motor jenis 2 yang diproduksi = X_2 unit

- Fungsi tujuan :
Maksimumkan $Z = 60 X_1 + 40 X_2$

- Fungsi pembatas :
 - Persediaan bahan baku : $10 X_1 + 8 X_2 \leq 8000$
 - Keterbatasan kapasitas : $X_1 \leq 600$
 - Keterbatasan kapasitas : $X_2 \leq 750$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```
Max 60 X1 + 40 X2
subject to
X1 <= 600
X2 <= 750
10 X1 + 8 X2 <= 8000
End
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	46000.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	600.000000	0.000000
X2	250.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	10.000000
3)	500.000000	0.000000
4)	0.000000	5.000000
NO. ITERATIONS=	2	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Motor listrik jenis 1 yang harus diproduksi : $X1 = 600$ unit

Motor listrik jenis 2 yang harus diproduksi : $X2 = 250$ unit

Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 46.000$.

9. PT. PQR memproduksi dua jenis produk yang terbuat dari tomat yakni juice tomat dan sambal tomat. Kedua produk tersebut di kemas dalam botol. Pengiriman ke pelanggan dipak dalam peti yang berisi 24 botol. Setiap botol juice tomat memerlukan 1 kg tomat, sedangkan setiap botol sambal tomat membutuhkan $\frac{1}{3}$ kg tomat. Harga jual satu peti (24 botol) juice tomat adalah \$18, sedangkan harga satu peti (24 botol) sambal tomat adalah \$9. Permintaan pelanggan untuk juice tomat maksimum 2000 peti sedangkan permintaan sambal tomat maksimum 6000 peti. Tomat yang bisa disuplai oleh pemasok maksimum 60.000 kg dengan harga \$0.07 per kg. Tentukan jumlah produksi optimum untuk masing masing produk!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang dapat diperoleh dari hasil penjualan juice tomat dan sambal tomat. Karena itu kita harus menentukan berapa banyak juice tomat yang perlu diproduksi untuk dijual dan berapa banyak sambal tomat yang harus diproduksi untuk dijual agar

keuntungan yang diperoleh maksimum dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah juice tomat yang diproduksi = X_1 peti
 - Jumlah sambal tomat yang diproduksi = X_2 peti

- Harga pokok produk
 - juice tomat per peti = $0.07 \times 1 \text{ kg} \times 24 \text{ botol} = \$ 1.68$
 - sambal tomat per peti = $0.07 \times 1/3 \text{ kg} \times 24 \text{ botol} = \0.56

sehingga keuntungannya adalah:

- Keuntungan juice tomat per peti = $\$18 - \$1.68 = \$16.32$
- Keuntungan sambal tomat per peti = $\$9 - \$0.56 = \$8.44$

- Fungsi tujuan :
Maximasi $Z = 16.32 X_1 + 8.44 X_2$

- Fungsi pembatas :
 - Permintaan juice tomat : $X_1 \leq 2000$
 - Permintaan sambal tomat : $X_2 \leq 6000$
 - Persediaan tomat: $24 X_1 + 8 X_2 \leq 60.000$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```
Max 16.32 X1 + 8.44 X2
subject to
X1 <= 2000
X2 <= 6000
24 X1 + 8 X2 <= 60000
End
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	58800.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	500.000000	0.000000
X2	6000.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	1500.000000	0.000000
3)	0.000000	3.000000
4)	0.000000	0.680000
NO. ITERATIONS=		1

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Jumlah juice tomat yang harus di produksi : $X1 = 500$ peti
- Jumlah sambal tomat yang harus diproduksi: $X2 = 6000$ peti
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 58800$

10. PT. KLM memproduksi dua jenis meja dapur (kitchen Kabinet) yakni meja tipe regular dan meja tipe lux, dimana meja tipe regular dicat putih, sedangkan meja tipe lux diplitur. Kedua proses (pengecatan dan plitur) dilakukan pada satu lintas produksi. Unit perakitan dapat memproduksi maximum 200 unit tipe regular dan 150 unit tipe lux per hari. Waktu plitur adalah dua kali lebih lama dibandingkan waktu pengecatan untuk setiap meja dapur. Jika unit pengecatan/plitur hanya dipakai untuk mengerjakan tipe lux saja maka dalam 1 hari dapat diselesaikan 180 unit. Keuntungan per unit tipe regular diperkirakan sebesar \$100, sedangkan keuntungan per unit tipe lux adalah \$140.

Tentukan jumlah masing masing type yang sebaiknya di produksi per hari!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini memaksimumkan keuntungan yang dapat diperoleh dari hasil penjualan meja dapur tipe regular dan meja dapur tipe lux. Karena

itu kita harus menentukan berapa banyak masing-masing jenis meja dapur yang harus diproduksi dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah meja dapur tipe regular yang diproduksi = X_1 unit
- Jumlah meja dapur tipe lux yang diproduksi = X_2 unit

- Fungsi tujuan :

$$\text{Maximasi } Z = 100 X_1 + 140 X_2$$

- Fungsi pembatas :

- Kapasitas unit perakitan meja regular : $X_1 \leq 200$
- Kapasitas unit perakitan meja dapur lux : $X_2 \leq 150$
- Kapasitas finising (pengecatan/plitur) : $\frac{1}{2} X_1 + X_2 \leq 180$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max } 100 X_1 + 140 X_2$$

subject to

$$X_1 \leq 200$$

$$X_2 \leq 150$$

$$0.5 X_1 + X_2 \leq 180$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	31200.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	200.000000	0.000000
X2	80.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	30.000000
3)	70.000000	0.000000
4)	0.000000	140.000000
NO. ITERATIONS=		1

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Jumlah meja dapur biasa yang perlu dibuat : $X1 = 200$ unit
- Jumlah meja dapur lux yang perlu dibuat : $X2 = 80$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$31200$

11. PT. BCD memproduksi dua tipe topi. Untuk memproduksi satu unit tipe 1 dibutuhkan waktu dua kali waktu yang dibutuhkan untuk memproduksi satu unit tipe 2. Jika fasilitas produksi hanya dipergunakan untuk memproduksi tipe 2 maka jumlah produk yang dapat dihasilkan adalah sebanyak 400 unit. Jumlah produk yang dapat dijual per hari adalah tidak lebih dari 150 unit untuk tipe 1 dan tidak lebih dari 200 unit untuk tipe 2. Keuntungan per unit tipe 1 adalah \$8, sedangkan keuntungan per unit tipe 2 adalah \$5. Tentukan jumlah produksi masing masing type topi agar keuntungannya maksimum!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang dapat diperoleh dari hasil penjualan topi. Karena itu kita harus menentukan berapa banyak topi tipe 1 dan tipe 2 yang harus diproduksi dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah topi tipe 1 yang harus diproduksi = X_1 unit
 - Jumlah topi tipe 2 yang harus diproduksi = X_2 unit
- Fungsi tujuan : Maksimalisasi $Z = 8 X_1 + 5 X_2$
- Fungsi pembatas :
 - Jumlah topi tipe 1 yang dapat dijual : $X_1 \leq 150$
 - Jumlah topi tipe 2 yang dapat dijual : $X_2 \leq 200$
 - Kapasitas produksi : $2 X_1 + X_2 \leq 400$
- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```

Max 8 X1 + 5 X2
subject to :
X1 <= 150
X2 <= 200
2 X1 + X2 <= 400
End
  
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	1800.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	100.000000	0.000000
X2	200.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	50.000000	0.000000
3)	0.000000	1.000000
4)	0.000000	4.000000
NO. ITERATIONS=		1

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Jumlah topi tipe 1 yang harus dibuat : $X_1 = 100$ unit

- Jumlah topi tipe 2 yang harus dibuat : $X_2 = 200$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$1.800$

12. PT. CDF memproduksi dua jenis produk, yakni A dan B. Volume penjualan produk A paling sedikit 80% dari volume penjualan total (A dan B). Kedua jenis produk menggunakan bahan baku yang sama, dimana jumlah bahan baku yang bisa di suplai oleh pemasok tidak lebih dari 240 kg. Kebutuhan bahan baku adalah 2 kg per unit jenis A dan 4 kg untuk tiap unit jenis B. Keuntungan per unit jenis A adalah \$20, sedangkan keuntungan per unit jenis B adalah \$50. Jika perusahaan tidak dapat menjual produk A lebih dari 100 unit per hari, tentukanlah jumlah masing masing jenis produk yang sebaiknya dibuat!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang dapat diperoleh dari hasil penjualan produk A dan produk B. Karena itu kita harus menentukan berapa banyak produk A dan produk B yang harus dibuat agar keuntungan maksimum dengan memperhatikan pembatas yang ada.

Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah produk A yang harus dibuat = X_1 unit
- Jumlah produk B yang harus dibuat = X_2 unit

- Fungsi tujuan :

$$\text{Maximasi } Z = 20 X_1 + 50 X_2$$

- Fungsi pembatas :

- Jumlah produk A yang dapat dijual : $X_1 \leq 100$
- Perbandingan jumlah produk 1 yang terjual : $0.2 X_1 - 0.8 X_2 \geq 0$
- Persediaan bahan baku : $2 X_1 + 4 X_2 \leq 240$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```
Max 20 X1 + 50 X2
subject to
0.2 X1 - 0.8 X2 >= 0
X1 <= 100
2 X1 + 4 X2 <= 240
End
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	2600.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	80.000000	0.000000
X2	20.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-8.333333
3)	20.000000	0.000000
4)	0.000000	10.833333
NO. ITERATIONS=	1	

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Jumlah produk A yang harus dibuat : $X1 = 80$ unit
- Jumlah produk B yang harus dibuat : $X2 = 20$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$2.600$

13. Sebuah perusahaan tekstil membuat tiga jenis kain. Keuntungan per meter kain jenis 1, 2, dan 3 masing-masing adalah \$2, \$4, dan \$3. Setiap meter kain jenis 1, 2, dan 3 membutuhkan waktu masing-masing 3, 4, dan 3 menit pada proses pertama, sedang pada proses kedua waktunya adalah 2, 1, dan 3 menit. Pada proses ketiga waktunya adalah 1, 3, dan 3 menit. Dalam satu minggu, waktu kerja mesin yang dapat digunakan adalah 60 jam untuk proses pertama, 40 jam untuk proses kedua, dan 80 jam untuk proses ketiga. Tentukan berapa meter masing-masing jenis kain harus diproduksi agar diperoleh total keuntungan yang maksimum.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan kain jenis 1, kain jenis 2 dan kain jenis 3. Kita harus menentukan jumlah masing masing jenis kain yang dibuat agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah jenis kain 1 yang dibuat = X_1 unit
 - Jumlah jenis kain 2 yang dibuat = X_2 unit
 - Jumlah jenis kain 3 yang dibuat = X_3 unit
- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan
 - Maximasi : $Z = 2X_1 + 4X_2 + 3X_3$
- Fungsi pembatas :
 - Jumlah jam tersedia mesin 1 : $3 X_1 + 4 X_2 + 3 X_3 \leq 60 \times 60$
 - Jumlah jam tersedia mesin 2 : $2 X_1 + X_2 + 3 X_3 \leq 40 \times 60$
 - Jumlah jam tersedia mesin 3 : $X_1 + 3 X_2 + 3 X_3 \leq 80 \times 60$
- Pembatas tanda : $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max: } 2 X_1 + 4 X_2 + 3 X_3$$

subject to :

$$3 X1 + 4 X2 + 3 X3 \leq 3600$$

$$2 X1 + X2 + 3 X3 \leq 2400$$

$$X1 + 3 X2 + 3 X3 \leq 4800$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	3600.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	1.000000
X2	900.000000	0.000000
X3	0.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	1.000000
3)	1500.000000	0.000000
4)	2100.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	1	

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

Jumlah kain jenis 1 dan jenis 3 tidak harus dibuat. Jumlah kain jenis 2 yang diproduksi harus diproduksi adalah $X2 = 900$ meter, sehingga keuntungan yang akan diperoleh adalah : $Z = \$3.600$

14. PT.BMT adalah sebuah perusahaan yang membuat alat-alat kerja seperti pahat, palu dan lain lain. Permintaan akan palu paling sedikit 1500 unit per minggu, sedangkan permintaan pahat paling sedikit 1200 unit per minggu. Kapasitas per shift dari PT. BMT tidak dapat memenuhi permintaan tersebut, sehingga PT. BMT harus melakukan kerja lembur atau pesan ke perusahaan lain (*sub-contract*). Perbandingan kebutuhan pasar pahat terhadap kebutuhan palu

adalah minimum 2 : 1. Tabel berikut memperlihatkan biaya produksi untuk kedua produk tersebut:

Alat kerja	Type produksi	Jumlah produksi	Biaya per unit (\$)
Palu	Waktu normal	0 - 550	2
	Waktu lembur	551 - 800	2.8
	Sub contract	801 - ∞	3
Pahat	Waktu normal	0 - 620	2.1
	Waktu lembur	621 - 900	3.2
	Sub contract	901 - ∞	4.2

Tentukan rencana produksi optimum untuk kedua jenis alat kerja tersebut.

Jawaban :

Tujuan persoalan ini adalah meminimumkan biaya produksi yang terdiri dari biaya produksi pahat dan palu baik pada waktu normal, waktu lembur dan sub kontrak. Kita harus menentukan berapa banyak pahat dan palu yang harus diproduksi baik pada waktu normal, waktu lembur dan sub kontrak agar biaya produksi minimum dengan memperhatikan batasan yang ada.

Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah palu yang diproduksi pada jam kerja normal : X_{11} unit
- Jumlah palu yang diproduksi pada jam kerja lembur : X_{12} unit
- Jumlah palu yang diproduksi pada subkontrak : X_{13} unit
- Jumlah pahat yang diproduksi pada jam kerja normal : X_{21} unit
- Jumlah pahat yang diproduksi pada jam kerja lembur : X_{22} unit
- Jumlah pahat yang diproduksi pada subkontrak : X_{23} unit

- Fungsi tujuan : Minimasi biaya produksi

$$\text{Minimasi : } Z = 2 X_{11} + 2.8 X_{12} + 3 X_{13} + 2.1 X_{21} + 3.2 X_{22} + 4.2 X_{23}$$

- Fungsi pembatas :

- Jumlah permintaan palu: $X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq 1500$
- Jumlah permintaan pahat: $X_{21} + X_{22} + X_{23} \geq 1200$
- Perbandingan permintaan palu dan pahat:

$$2 X_{11} + 2 X_{12} + 2 X_{13} - X_{21} - X_{22} - X_{23} \leq 0$$

- Kapasitas produksi palu pada waktu normal : $X_{11} \leq 550$
 - Kapasitas produksi palu pada waktu lembur : $X_{12} \leq 250$
 - Kapasitas produksi pahat pada waktu normal : $X_{21} \leq 620$
 - Kapasitas produksi palhat pada waktu lembur : $X_{22} \leq 280$
- Pembatas tanda : $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{21}, X_{22}, X_{23} \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Min } 2 X_{11} + 2.8 X_{12} + 3 X_{13} + 2.1 X_{21} + 3.2 X_{22} + 4.2 X_{23}$$

Subject to

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq 1500$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \geq 1200$$

$$2 X_{11} + 2 X_{12} + 2 X_{13} - X_{21} - X_{22} - X_{23} \leq 0$$

$$X_{11} \leq 550$$

$$X_{12} \leq 250$$

$$X_{21} \leq 620$$

$$X_{22} \leq 280$$

end

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 7		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	14918.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	550.000000	0.000000
X12	250.000000	0.000000
X13	700.000000	0.000000
X21	620.000000	0.000000
X22	280.000000	0.000000
X23	2100.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-11.400000
3)	1800.000000	0.000000
4)	0.000000	4.200000
5)	0.000000	1.000000
6)	0.000000	0.200000
7)	0.000000	2.100000
8)	0.000000	1.000000
NO. ITERATIONS=		7

Dari tabel diatas dapat disimpulkan sebagai berikut :

- Jumlah produksi palu pada waktu jam normal : $X_{11} = 550$ unit
- Jumlah produksi palu pada jam lembur : $X_{12} = 250$ unit
- Jumlah produksi palu pada subkontractor : $X_{13} = 700$ unit
- Jumlah produksi pahat pada waktu jam normal : $X_{21} = 620$ unit
- Jumlah produksi pahat pada waktu jam lembur: $X_{22} = 280$ unit
- Jumlah produksi pahat pada subkontractor : $X_{23} = 2100$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 14.918$

15. Sebuah pabrik kertas membuat kertas ukuran standar dengan panjang 20 kaki. Pesanan dari pelanggan ternyata tidak standar, sehingga perusahaan tersebut harus memotong kertas standar tersebut. Bila diketahui pesanan yang ada adalah sebagai berikut :

Pesanan ke	Panjang kertas (kaki)	Jumlah pesanan (unit)
1	5	150
2	7	200
3	9	300

Ada beberapa alternatif pemotongan yang bisa dilakukan, yaitu:

Panjang (kaki)	Alternatif pemotongan						Jumlah pesanan
	1	2	3	4	5	6	
5	0	2	2	4	1	0	150
7	1	1	0	0	2	0	200
9	1	0	1	0	0	0	300
Kertas yang terbuang	4	3	1	0	1	2	

Bagaimana pengaturan pemotongan kertas yang sebaiknya dilakukan untuk memenuhi pesanan tersebut agar kertas yang terbuang minimum?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan kertas yang terbuang karena tidak dapat memenuhi pesanan yang ada. Kita harus menentukan berapa

banyak kertas standar yang dipotong dengan masing masing cara agar jumlah kertas yang terbuang minimum dengan memperhatikan batasan yang ada.

Misalkan :

- X1 = jumlah kertas yang dipotong dengan cara 1
- X2 = jumlah kertas yang dipotong dengan cara 2
- X3 = jumlah kertas yang dipotong dengan cara 3
- X4 = jumlah kertas yang dipotong dengan cara 4
- X5 = jumlah kertas yang dipotong dengan cara 5
- X6 = jumlah kertas yang dipotong dengan cara 6

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```

MIN 4 X1 + 3 X2 + X3 + X5 + 2 X6
SUBJECT TO
    2 X2 + 2 X3 + X5 + 4 X4 >= 150
    X1 + X2 + 2 X5 >= 200
    X1 + X3 + 2 X6 >= 300
END
    
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	400.0000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	2.500000
X2	0.000000	2.500000
X3	0.000000	0.000000
X5	100.000000	0.000000
X6	150.000000	0.000000
X4	12.500000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	-0.500000
4)	0.000000	-1.000000
NO. ITERATIONS=		3

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Kertas standar yang dipotong dengan cara 1 : $X_1 = 0$ unit
- Kertas standar yang dipotong dengan cara 2 : $X_2 = 0$ unit
- Kertas standar yang dipotong dengan cara 3 : $X_3 = 0$ unit
- Kertas standar yang dipotong dengan cara 4 : $X_4 = 12.5$ unit
- Kertas standar yang dipotong dengan cara 5 : $X_5 = 100$ unit
- Kertas standar yang dipotong dengan cara 6 : $X_6 = 150$ unit
- Jumlah kertas yang terbuang : $Z = 400$ feet

16. Dua jenis produk diproduksi melalui tiga proses yang berurutan. Waktu yang tersedia untuk masing masing proses adalah 10 jam per hari. Data untuk ketiga proses tersebut adalah sebagai berikut :

Produk	Kebutuhan waktu per unit (menit)			Keuntungan per unit
	Proses 1	Proses 2	Proses 3	
1	10	6	8	\$2
2	5	20	10	\$3

Tentukan jumlah masing masing jenis produk yang sebaiknya diproduksi!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang dapat diperoleh dari hasil penjualan produk 1 dan produk 2. Karena itu kita harus menentukan berapa banyak produk 1 dan berapa banyak produk 2 yang harus dibuat agar keuntungannya maximum dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
Jumlah produk 1 yang harus dibuat = X_1 unit
Jumlah produk 2 yang harus dibuat = X_2 unit
- Fungsi tujuan: Maximasi $Z = 2 X_1 + 3 X_2$
- Fungsi pembatas :
 - Kapasitas proses 1 : $10 X_1 + 5 X_2 \leq 600$

- Kapasitas proses 2 : $6 X1 + 20 X2 \leq 600$
- Kapasitas proses 3 : $8 X1 + 10 X2 \leq 600$

- Pembatas tanda : $X1, X2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```

Max 2 X1 + 3 X2
subject to
10 X1 + 5X2 <= 600
6 X1 + 20 X2 <= 600
8 X1 + 10 X2 <= 600
End

```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	148.2353		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	52.941177	0.000000	
X2	14.117647	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	0.129412	
3)	0.000000	0.117647	
4)	35.294117	0.000000	
NO. ITERATIONS=		2	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Jumlah produk 1 yang harus dibuat : $X1 = 52.941177$
- Jumlah produk 2 yang harus dibuat : $X2 = 14.117647$
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 148.2353$

Catatan :

Jika kita lanjutkan dengan melakukan analisis sensitivitas seperti yang ditawarkan oleh *software LINDO* maka akan diperoleh tabel sebagai berikut:

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED :			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	2.000000	4.000000	1.100000
X2	3.000000	3.666667	2.000000
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	600.000000	59.999996	450.000000
3	600.000000	99.999992	240.000000
4	600.000000	INFINITY	35.294117

Tabel di atas dibaca sebagai berikut:

Range perubahan pada koefisien fungsi tujuan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- X1 bertambah maksimum 4 atau berkurang maksimum 1.1
- X2 bertambah maksimum 3.67 atau berkurang maksimum 2

Range perubahan pada ruas kanan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- Ruas kanan pada pembatas pertama bertambah maksimum 59.9 atau berkurang maksimum 450
- Ruas kanan pada pembatas kedua bertambah maksimum 99.9 atau berkurang maksimum 240
- Ruas kanan pada pembatas ketiga bertambah tidak terhingga atau berkurang maksimum 35.29

17. PT. DFG akan mengiklankan produknya pada radio dan televisi. Anggaran untuk iklan dibatasi maksimum \$10.000 per bulan. Biaya iklan per menit di radio adalah \$15, sedang biaya iklan per menit di televisi adalah \$300. Manajemen PT. DFG menetapkan bahwa lama iklan di radio harus minimum

dua kali lama iklan di televisi. Lama iklan di radio tidak boleh lebih dari 400 menit per bulan. Pengalaman menunjukkan bahwa iklan di televisi 25 kali lebih efektif dibandingkan iklan di radio. Tentukan alokasi biaya iklan di radio dan di televisi yang paling baik!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keefektifan iklan, dimana keefektifan tergantung dari media iklan yang digunakan. Karena itu kita harus menentukan berapa lama iklan di radio dan berapa lama iklan di televisi agar diperoleh tingkat keefektifan yang maksimum dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal-hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Lama iklan di radio = X_1 menit
 - Lama iklan di televisi = X_2 menit

- Fungsi tujuan : Maximasi $Z = X_1 + 25 X_2$

- Fungsi pembatas :
 - Perbandingan lama iklan di radio dan di televisi: $X_1 \geq 2 X_2$
 - Lama iklan di radio: $X_1 \leq 400$
 - Keterbatasan dana: $15 X_1 + 300 X_2 \leq 10.000$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```
Max  X1 + 25 X2
subject to
15 X1 + 300 X2 <= 10000
X1 - 2 X2 >= 0
X1 <= 400
End
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	818.1818	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	60.606060	0.000000
X2	30.303030	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.081818
3)	0.000000	-0.227273
4)	339.393951	0.000000
NO. ITERATIONS=	3	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
		OBJ COEFFICIENT RANGES	
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	1.000000	0.250000	13.500000
X2	25.000000	INFINITY	5.000000
		RIGHTHAND SIDE RANGES	
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	10000.000000	56000.003906	10000.000000
3	0.000000	373.333344	66.666664
4	400.000000	INFINITY	339.393951

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Lama iklan di radio : X1 = 60.6 menit
- Lama iklan di televisi : X2 = 30.3 menit
- Keefektifan yang akan diperoleh : Z = 818.18 kali

Range perubahan pada koefisien fungsi tujuan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- X1 bertambah maksimum 0.25 atau berkurang maksimum 13.5
- X2 bertambah maksimum tidak terbatas atau berkurang maksimum 5

Range perubahan pada ruas kanan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- Ruas kanan pada pembatas pertama bertambah maksimum 373 atau berkurang maksimum 66.6.
- Ruas kanan pada pembatas kedua bertambah tidak terbatas atau berkurang maksimum 339.
- Ruas kanan pada pembatas ketiga bertambah 56.000 atau berkurang maksimum 10.000.

18. PT. FGH mempunyai sebuah pembangkit listrik tenaga uap (PLTU) yang menggunakan batubara sebagai bahan bakunya. Pemerintah menetapkan standar emisi yang di keluarkan dari PLTU sebagai berikut :

- Sulfur dioxide maksimum 20.000 ppm per ton batubara yang dibakar.
- Asap maksimum 20 lbs per jam.

PT. FGH menggunakan dua jenis batubara yakni C1 dan C2 untuk PLTU nya. Biasanya PLTU mencampur kedua jenis batubara tersebut sebelum dibakar. Di asumsikan bahwa polusi sulfur dioxide dari campuran batubara (dalam ppm) sebanding dengan berat masing-masing jenis batubara yang digunakan. Berikut data berdasarkan pemakaian kedua jenis batubara per ton per jam :

Jenis Batubara	Polusi sulfur dioxide (ppm)	Asap (lbs per jam)	Uap yang dihasilkan (lbs per jam)
C1	1.8	2.1	12
C2	2.1	0.9	9

Berapa ton masing masing jenis batubara yang sebaiknya dipakai?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan uap yang dihasilkan dari pembakaran batu bara. Kita harus menentukan berapa banyak batubara jenis C1 dan C2 yang harus dibakar agar uap yang dihasilkan maximum tetapi emisi yang dihasilkan masih memenuhi persyaratan yang ditetapkan. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah batubara jenis C1 yang dibakar = X1 ton per jam
 - Jumlah batubara jenis C2 yang dibakar = X2 ton per jam
- Fungsi tujuan :
- Maximasi $Z = 12 X_1 + 9 X_2$
- Fungsi pembatas :
- Polusi sulfur dioxida : $1.8 X_1 + 2.1 X_2 \leq 20$
 - Asap : $2.1 X_1 + 0.9 X_2 \leq 20$
- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

Max: $12 X_1 + 9 X_2$
 subject to
 $1.8 X_1 + 2.1 X_2 \leq 20$
 $2.1 X_1 + 0.9 X_2 \leq 20$
 End

Hasil perhitungannya adalah sebagai berikut:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	122.5806		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	8.602151	0.000000	
X2	2.150538	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	2.903226	
3)	0.000000	3.225806	
NO. ITERATIONS=		2	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED :			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	12.000000	9.000001	4.285714
X2	9.000000	5.000000	3.857143
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	20.000000	26.666668	2.857143
3	20.000000	3.333333	11.428572

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Banyaknya batubara jenis C1: $X_1 = 8.6$ ton per jam
- Banyaknya batubara jenis C2: $X_2 = 2.15$ ton per jam
- Jumlah uap yang dihasilkan: $Z = 122.588$ lbs per jam

Range perubahan pada koefisien fungsi tujuan yang tidak akan merubah variable basis: pada tabel simplex adalah :

- X_1 bertambah maksimum 9.0 atau berkurang maksimum 4.28.
- X_2 bertambah maksimum 5.0 atau berkurang maksimum 3.85.

Range perubahan pada ruas kanan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- Ruas kanan pada pembatas pertama bertambah maksimum 26.3 atau berkurang maksimum 2.85.
- Ruas kanan pada pembatas kedua bertambah 3.33 atau berkurang maksimum 11.42.

19. PT. HIJ memproduksi pakaian laki laki dan wanita. Proses produksi meliputi pemotongan kain, penjahitan dan pengepakan hasil jadi. Saat ini PT. HIJ mepekerjakan 25 orang di unit pemotongan, 35 orang di unit penjahitan dan 5 orang di unit pengepakan. PT. HIJ beroperasi selama 8 jam sehari dan 5 hari per minggu. Tabel berikut memperlihatkan kebutuhan waktu dan keuntungan per unit untuk masing-masing jenis pakaian :

Pakaian	Waktu Proses (menit)			Keuntungan
	Pemotongan	Penjahit	Pengepakan	
Laki Laki	20	70	12	8
Perempuan	60	60	4	12

Tentukan jumlah produksi optimum masing-masing jenis pakaian per minggu!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimumkan keuntungan yang dapat diperoleh dari hasil penjualan pakaian laki laki dan pakaian perempuan. Kita harus menentukan berapa banyak pakaian laki laki dan berapa banyak pakaian perempuan harus dibuat dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

Jumlah pakaian laki laki yang diproduksi = X_1 unit

Jumlah pakaian perempuan yang diproduksi = X_2 unit

- Fungsi tujuan :

Maximasi keuntungan $Z = 8 X_1 + 12 X_2$

- Fungsi pembatas :

• Kapasitas pemotongan : $20 X_1 + 60 X_2 \leq (25 \times 8 \times 5 \times 60)$

• Kapasitas penjahitan : $70 X_1 + 60 X_2 \leq (35 \times 8 \times 5 \times 60)$

• Kapasitas pengepakan : $12 X_1 + 4 X_2 \leq (5 \times 8 \times 5 \times 60)$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

Max $8 X_1 + 12 X_2$

subject to

$20 X_1 + 60 X_2 \leq 60000$

$70 X_1 + 60 X_2 \leq 84000$

$12 X_1 + 4 X_2 \leq 12000$

End

Hasil perhitungannya adalah sebagai berikut:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	13920.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	480.000000	0.000000
X2	840.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.120000
3)	0.000000	0.080000
4)	2880.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=		2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	8.000000	6.000000	4.000000
X2	12.000000	11.999999	5.142857
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	60000.000000	24000.000000	19636.365234
3	84000.000000	13500.000000	24000.000000
4	12000.000000	INFINITY	2880.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut :

- Banyaknya pakaian laki-laki yang harus diproduksi : $X_1 = 480$ unit
- Banyaknya pakaian perempuan yang harus diproduksi : $X_2 = 840$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$13.920$

Range perubahan pada koefisien fungsi tujuan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah:

- X_1 : keuntungan per unit pakaian laki laki bertambah maksimum \$6.0 atau berkurang maksimum 4.0.

- X2: keuntungan per unit pakaian perempuan bertambah maksimum \$11.99 atau berkurang maksimum \$5.14.

Range perubahan pada ruas kanan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- Ruas kanan pada pembatas pertama yaitu kapasitas pemotongan bertambah maksimum 24.000 atau berkurang maksimum 19.636 menit orang.
- Ruas kanan pada pembatas kedua yaitu kapasitas penjahitan bertambah maksimum 13.500 atau berkurang maksimum 24.000 menit orang.
- Ruas kanan pada pembatas ketiga yaitu kapasitas pengepakan bertambah maksimum tidak terhingga atau berkurang maksimum 2880 menit orang.

20. PT. IJK memproduksi dua jenis bahan pembersih cair yaitu A dan B. Ada dua macam bahan baku yang digunakan, yaitu bahan baku I dan bahan baku II. Bahan baku I setiap hari tersedia sebanyak 150 unit, sedangkan bahan baku II setiap hari tersedia sebanyak 145 unit. Setiap unit bahan pembersih cair A membutuhkan 0.5 unit bahan baku I dan 0.6 unit bahan baku II. Setiap unit bahan pembersih cair B membutuhkan 0.5 unit bahan baku I dan 0.4 unit bahan baku II. Keuntungan per unit bahan pembersih A adalah \$8 sedangkan keuntungan per unit bahan pembersih B adalah \$10. Permintaan setiap hari bahan pembersih cair A adalah antara 30 unit sampai dengan 150 unit, sedangkan permintaan setiap hari bahan pembersih cair B adalah antara 40 unit sampai dengan 200 unit.

Tentukanlah jumlah masing masing bahan pembersih cair yang sebaiknya diproduksi!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan. Kita harus menentukan berapa banyak bahan pembersih cair A dan bahan pembersih cair B yang harus diproduksi dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal- hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah bahan pembersih cair A yang diproduksi = X_1 unit
 - Jumlah bahan pembersih cair B yang diproduksi = X_2 unit
- Fungsi tujuan :
- Maksimasi $Z = 8 X_1 + 10 X_2$
- Fungsi pembatas :
- Persediaan bahan baku I : $0.5 X_1 + 0.5 X_2 \leq 150$
 - Persediaan bahan baku II : $0.6 X_1 + 0.4 X_2 \leq 145$
 - Permintaan bahan pembersih cair A : $X_1 \geq 30$
 - Permintaan bahan pembersih cair A : $X_1 \leq 150$
 - Permintaan bahan pembersih cair B : $X_2 \geq 40$
 - Permintaan bahan pembersih cair A : $X_2 \leq 200$
- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```

Max 8 X1 + 10 X2
subject to
0.5 X1 + 0.5 X2 <= 150
0.6 X1 + 0.4 X2 <= 145
X1 >= 30
X1 <= 150
X2 >= 40
X2 <= 200
End

```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	2800.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	100.000000	0.000000
X2	200.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	16.000000
3)	5.000000	0.000000
4)	70.000000	0.000000
5)	50.000000	0.000000
6)	160.000000	0.000000
7)	0.000000	2.000000
NO. ITERATIONS=	4	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
		OBJ COEFFICIENT RANGES	
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	8.000000	2.000000	8.000000
X2	10.000000	INFINITY	2.000000
		RIGHTHAND SIDE RANGES	
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	150.000000	4.166667	35.000000
3	145.000000	INFINITY	5.000000
4	30.000000	70.000000	INFINITY
5	150.000000	INFINITY	50.000000
6	40.000000	160.000000	INFINITY
7	200.000000	70.000000	25.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Banyaknya bahan pembersih cair A yang harus diproduksi: $X_1 = 100$ unit
- Banyaknya bahan pembersih cair B yang harus diproduksi: $X_2 = 200$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh: $Z = \$2.800$

Range perubahan pada koefisien fungsi tujuan yang tidak akan merubah variabel basis: pada tabel simplex adalah :

- X1: keuntungan per unit bahan pembersih cairan A bertambah maksimum \$2.0 atau berkurang maksimum 8.0.
- X2: keuntungan per unit bahan pembersih cairan B bertambah tak terbatas atau berkurang maksimum \$2.0.

Range perubahan pada ruas kanan yang tidak akan merubah variabel basis pada tabel simplex adalah :

- Ruas kanan pada pembatas pertama yaitu ketersediaan bahan baku I bertambah maksimum 4.16 unit atau berkurang maksimum 35 unit.
- Ruas kanan pada pembatas kedua yaitu ketersediaan bahan baku II bertambah tak terhingga atau berkurang maksimum 5 unit.
- Ruas kanan pada pembatas ketiga yaitu permintaan bahan pembersih cair A bertambah maksimum 70 unit atau berkurang maksimum tak terhingga.
- Ruas kanan pada pembatas keempat yaitu permintaan bahan pembersih cair A bertambah maksimum tidak terhingga atau berkurang maksimum 50 unit.
- Ruas kanan pada pembatas kelima yaitu permintaan bahan pembersih cair B bertambah maksimum 160 unit atau berkurang tak terhingga.
- Ruas kanan pada pembatas keenam yaitu permintaan bahan pembersih cair B bertambah maksimum 70 unit atau berkurang maksimum 25 unit.

21. Suatu lintas produksi yang terdiri dari tiga stasiun kerja digunakan untuk membuat dua model radio yakni HF 1 dan HF 2. Waktu yang tersedia untuk masing-masing stasiun kerja adalah 480 menit. Tabel berikut memperlihatkan waktu perakitan pada ketiga stasiun kerja tersebut:

Stasiun kerja	Waktu yang dibutuhkan per unit (menit)	
	HF 1	HF 2
1	6	4
2	5	5
3	4	6

Waktu untuk pemeliharaan stasiun kerja adalah :

- Stasiun kerja 1 = 10 %
- Stasiun kerja 2 = 14 %
- Stasiun kerja 3 = 12 %

Tentukanlah jumlah masing-masing produk yang harus dibuat agar waktu menganggur di ketiga stasiun kerja minimum!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan jumlah waktu menganggur di ketiga stasiun kerja, baik karena sedang dilakukan pemeliharaan maupun karena stasiun kerja tidak digunakan untuk memproduksi kedua jenis produk. Maka dapat ditentukan hal-hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah radio HF 1 yang diproduksi = X_1 unit
 - Jumlah radio HF 2 yang diproduksi = X_2 unit
- Waktu yang dibutuhkan :
 - Pada stasiun kerja 1 = $6 X_1 + 4 X_2$
 - Pada stasiun kerja 2 = $5 X_1 + 5 X_2$
 - Pada stasiun kerja 3 = $4 X_1 + 6 X_2$

Karena itu waktu kerja yang diperlukan pada ketiga stasiun kerja untuk kedua jenis produk adalah $15 X_1 + 15 X_2$

- Waktu yang tersedia = waktu total – waktu pemeliharaan
 - Pada stasiun kerja 1 = $0.9 \times 480 = 432$ menit
 - Pada stasiun kerja 2 = $0.86 \times 480 = 412.8$ menit

- Pada stasiun kerja 3 = $0.88 \times 480 = 422.4$ menit

sehingga total waktu kerja tersedia pada ketiga stasiun kerja adalah 1267.2 menit

- Fungsi tujuan :

Fungsi tujuan persoalan ini adalah meminimumkan

$$Z = 1267.2 - 15 X_1 - 15 X_2$$

Bentuk persamaan ini bukan persamaan linier sehingga tidak dapat digunakan. Tetapi karena meminimumkan waktu yang tidak digunakan adalah sama dengan memaksimalkan waktu yang digunakan maka fungsi tujuan dapat dinyatakan sebagai:

$$\text{Maksimumkan } Z = 15 X_1 + 15 X_2$$

- Fungsi pembatas :

- Waktu yang tersedia di stasiun kerja 1 : $6 X_1 + 4 X_2 \leq 432$
- Waktu yang tersedia di stasiun kerja 2 : $5 X_1 + 5 X_2 \leq 412.8$
- Waktu yang tersedia di stasiun kerja 3 : $4 X_1 + 6 X_2 \leq 422.4$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max } 15 X_1 + 15 X_2$$

Subject to :

$$6 X_1 + 4 X_2 \leq 432$$

$$5 X_1 + 5 X_2 \leq 412.8$$

$$4 X_1 + 6 X_2 \leq 422.4$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	1238.400	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	50.880005	0.000000
X2	31.679993	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	3.000000
4)	28.800018	0.000000
NO. ITERATIONS=	2	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	15.000000	7.500000	0.000000
X2	15.000000	0.000000	5.000000
ROW	CURRENT	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	432.000000	63.359985	28.800018
3	412.799988	14.400009	52.799984
4	422.399994	INFINITY	28.800018

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut:

- Banyaknya radio HF 1 yang harus diproduksi : $X1 = 50.88$ unit.
- Banyaknya radio HF 2 yang harus diproduksi : $X2 = 31.68$ unit.

Waktu yang digunakan adalah $Z = 1238.4$ menit, sehingga waktu yang tidak digunakan untuk kegiatan produksi adalah $(1267.2 - 1238.4) = 28.8$ menit.

Range perubahan pada koefisien fungsi tujuan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- X1: keuntungan per unit radio HF 1 : berkurang maksimum \$7.5.
- X2: keuntungan per unit radio HF 2: bertambah maksimum \$5

Range perubahan pada ruas kanan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- Ruas kanan pada pembatas pertama yaitu ketersediaan waktu pada stasiun 1 bertambah maksimum 63.36 menit atau berkurang maksimum 28.8 menit.
- Ruas kanan pada pembatas kedua yaitu ketersediaan waktu pada stasiun 2 bertambah maksimum 14.40 menit atau berkurang maksimum 52.8 menit.
- Ruas kanan pada pembatas ketiga yaitu ketersediaan waktu pada stasiun 3 bertambah tidak terbatas atau berkurang maksimum 28.8 menit.

22. PT.KLM mempunyai kapasitas 600.000 barrels minyak mentah per hari. Ada dua jenis produk akhir dari penyulingan (*refinery*) yakni bensin premium dan bensin pertamax. Proses penyulingan terdiri dari tiga tahap yakni:

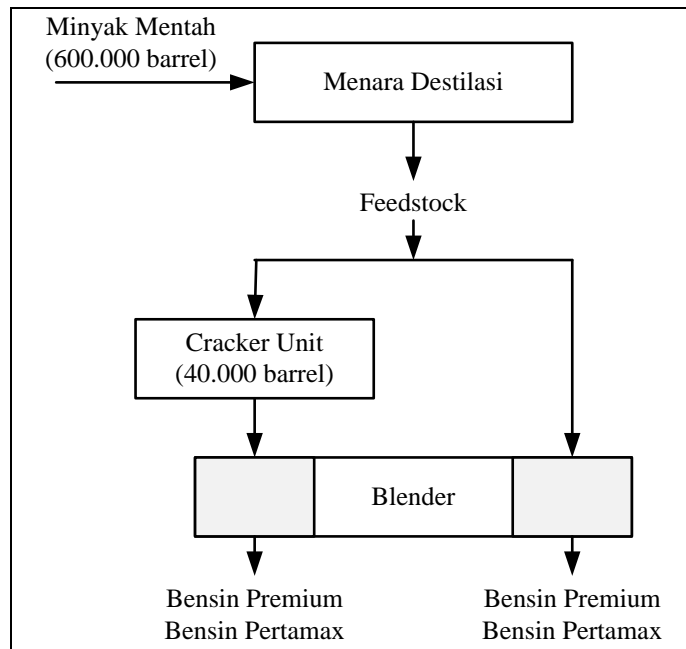
- a. Menara destilasi yang menghasilkan *feedstocks*.
- b. *Cracker* unit yang menghasilkan *gasoline stock* dengan bahan baku sebagian *feedstocks* yang dihasilkan dari menara destilasi.
- c. *Blender* unit yang mencampurkan *gasoline stock* dari *cracker unit* dan sisa *feedstocks* yang dihasilkan dari menara destilasi.

Baik premium maupun pertamax dapat dihasilkan dari *feedstocks* maupun *gasoline stock* dengan ongkos produksi yang berbeda. Keuntungan bersih per barrel premium adalah \$7.70 bila dihasilkan dari *feedstocks* sedangkan bila dihasilkan dari *gasoline stocks* keuntungannya adalah \$5.20. Keuntungan bersih per barrel pertamax adalah \$10.40 bila dihasilkan dari *feedstocks* sedangkan bila dihasilkan dari *gasoline stocks* keuntungannya adalah \$ 12.30. Untuk menghasilkan satu *barrel feedstocks* dibutuhkan lima barrel minyak mentah. Kapasitas *cracker unit* adalah 40.000 barrel per hari. Seluruh sisa *feedstocks* digunakan secara langsung pada *blender* untuk memproduksi bensin. Permintaan premium per hari adalah 80.000 barrel, sedangkan permintaan pertamax perhari adalah 50.000 barrel.

Tentukan kebijakan produksi terbaik!

Jawaban :

Persoalan di atas dapat digambarkan sebagai berikut:



Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang dapat diperoleh dari penjualan bensin premium dan bensin pertamax. Kita harus menentukan berapa banyak premium yang harus dibuat dari *feedstock* dan berapa banyak premium yang dibuat dari *gasoline stock* serta berapa banyak pertamax yang harus dibuat dari *feedstock* dan berapa banyak pertamax yang harus dibuat dari *gasoline stock* agar keuntungan yang diperoleh maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah bensin premium yang dibuat dari *feedstock* = X1 ribu barrel.
- Jumlah bensin premium dari *gasoline stock* = X2 ribu barrel.
- Jumlah bensin pertamax yang dibuat dari *feedstock* = X3 ribu barrel.
- Jumlah bensin pertamax dari *gasoline stock* = X4 ribu barrel.

- Fungsi tujuan :

$$\text{Maximasi } Z = 7.7 X1 + 5.2 X2 + 10.4 X3 + 12.3 X4$$

- Fungsi pembatas :
 - Permintaan bensin premium : $X1 + X2 \leq 80$
 - Permintaan bensin pertamax : $X3 + X4 \leq 50$
 - Kapasitas cracker unit : $X2 + X4 \leq 40$
 - Ketersediaan minyak mentah : $X1 + X2 + X3 + X4 \leq (600 / 5)$
- Pembatas tanda : $X1, X2, X3, X4 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max: } 7.7 X1 + 5.2 X2 + 10.4 X3 + 12.3 X4$$

subject to :

$$X1 + X2 \leq 80$$

$$X3 + X4 \leq 50$$

$$X2 + X4 \leq 40$$

$$X1 + X2 + X3 + X4 \leq 120$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	1135.000		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	70.000000	0.000000	
X2	0.000000	4.400000	
X3	10.000000	0.000000	
X4	40.000000	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	10.000000	0.000000	
3)	0.000000	2.700000	
4)	0.000000	1.900000	
5)	0.000000	7.700000	
NO. ITERATIONS=		5	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	7.700000	2.700000	4.400000
X2	5.200000	4.400000	INFINITY
X3	10.400000	1.900000	2.700000
X4	12.300000	INFINITY	1.900000
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	80.000000	INFINITY	10.000000
3	50.000000	70.000000	10.000000
4	40.000000	10.000000	40.000000
5	120.000000	10.000000	70.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Banyaknya bensin premium yang dibuat dari feedstock : $X1 = 70$ ribu barrel.
- Banyaknya bensin premium yang dibuat dari gasoline stock : $X2 = 0$
- Banyaknya bensin pertamax yang dibuat dari feedstock : $X3 = 10$ ribu barrel.
- Banyaknya bensin pertamax yang dibuat dari gasoline stock : $X4 = 40$ ribu barrel.
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 1135.000$

Range perubahan pada koefisien fungsi tujuan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- X1: keuntungan per ribu barrel premium yang dibuat dari *feedstock* bertambah maksimum \$2.7 atau berkurang maksimum \$4.4.
- X2: keuntungan per ribu barrel premium yang dibuat dari *gasoline stock*: bertambah maksimum \$4.4 atau berkurang tak terbatas.
- X3: keuntungan per ribu barrel pertamax yang dibuat dari *feedstock*: bertambah maksimum \$1.9 atau berkurang maksimum \$2.7.
- X4: keuntungan per ribu barrel pertamax yang dibuat dari *gasoline stock*: bertambah tak terbatas atau berkurang maksimum \$1.9.

Range perubahan pada ruas kanan yang tidak akan merubah variable basis pada tabel simplex adalah :

- Ruas kanan pada pembatas pertama yaitu permintaan bensin premium bertambah maksimum tak terbatas ribu barrel atau berkurang maksimum 10 ribu barrel.
- Ruas kanan pada pembatas kedua yaitu permintaan bensin pertamax bertambah maksimum 70 ribu barrel atau berkurang maksimum 10 ribu barrel.
- Ruas kanan pada pembatas ketiga yaitu kapasitas *cracker unit* bertambah maksimum 10 ribu barrel atau berkurang maksimum 40 ribu barrel.
- Ruas kanan pada pembatas keempat yaitu ketersediaan minyak mentah bertambah maksimum 10 ribu barrel atau berkurang maksimum 70 ribu barrel.

23. PT. MNO memproduksi gula coklat, gula putih, gula tepung dan molase, dengan bahan baku sirup tebu. Karena itu setiap minggu PT. MNO membeli 4000 ton sirup tebu. Permintaan dari pelanggan untuk masing masing jenis gula adalah minimum 25 ton per minggu. Proses produksi dimulai dengan mengubah sirup tebu menjadi gula coklat dan molase. Setiap ton sirup tebu menghasilkan 0.3 ton gula coklat dan 0.1 ton molase. Selanjutnya adalah memproduksi gula putih dengan bahan baku gula coklat. Setiap ton gula coklat dapat menghasilkan 0.8 ton gula putih. Selanjutnya memproduksi gula tepung dengan bahan baku gula putih. Setiap ton gula putih dapat menghasilkan 0.95 ton gula tepung.

- Keuntungan per ton dari gula coklat adalah \$150.
- Keuntungan per ton dari gula putih adalah \$200.
- Keuntungan per ton dari gula tepung adalah \$230.
- Keuntungan per ton dari molase adalah \$35.

Tentukan rencana produksi terbaik untuk masing masing jenis gula!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang dapat diperoleh dari penjualan gula coklat, gula putih, gulang tepung dan molase. Karena itu kita harus menentukan berapa banyak gula coklat, gula putih, gula tepung dan molasse yang harus diproduksi agar keuntungan yang diperoleh maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah gula coklat yang diproduksi = X_1 ton
 - Jumlah gula putih yang diproduksi = X_2 ton
 - Jumlah gula tepung yang diproduksi = X_3 ton
 - Jumlah molase yang diproduksi = X_4 ton

- Fungsi tujuan :
Maximasi $Z = 150 X_1 + 200 X_2 + 250 X_3 + 35 X_4$

- Fungsi pembatas :
 - Permintaan gula coklat: $X_1 \geq 25$
 - Permintaan gula putih : $X_2 \geq 25$
 - Permintaan gula tepung : $X_3 \geq 25$
 - Permintaan molase : $X_4 \geq 25$

Bila semua sirup tebu dijadikan gula tepung maka banyaknya gula tepung yang akan diperoleh adalah

$$(0.3 \times 0.8 \times 0.95 \times 4000) \text{ ton} = 912 \text{ ton}$$

Banyaknya gula tepung yang dihasilkan dari gula coklat adalah

$$(0.8 \times 0.95) X_1$$

Banyaknya gula tepung yang dihasilkan dari gula putih adalah $0.95 X_2$

Banyaknya gula tepung yang diproduksi adalah X_3

Karena belum tentu seluruh sirup tebu dijadikan gula tepung maka:

$$(0.8 \times 0.95) X_1 + 0.95 X_2 + X_3 \leq 0.3 \times 0.8 \times 0.95 \times 4000$$

Bila semua sirup tebu dijadikan molase maka molase yang akan diperoleh adalah $(0.1 \times 4000) = 400 \text{ ton}$

Karena belum tentu seluruh sirup tebu dijadikan molase maka $X_4 \leq 400$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max } 150 X_1 + 200 X_2 + 250 X_3 + 35 X_4$$

subject to

$$X_1 \geq 25$$

$$X_2 \geq 25$$

$$X_3 \geq 25$$

$$X_4 \geq 25$$

$$X_4 \leq 400$$

$$0.76 X_1 + 0.95 X_2 + X_3 \leq 912$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	240062.5	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	25.000000	0.000000
X2	25.000000	0.000000
X3	869.250000	0.000000
X4	400.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-40.000000
3)	0.000000	-37.500000
4)	844.250000	0.000000
5)	375.000000	0.000000
6)	0.000000	35.000000
7)	0.000000	250.000000
NO. ITERATIONS=	4	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED :			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	150.000000	40.000000	INFINITY
X2	200.000000	37.500000	INFINITY
X3	250.000000	INFINITY	39.473686
X4	35.000000	INFINITY	35.000000
RIGHTHAND SIDE RANGES			
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	25.000000	1110.855225	25.000000
3	25.000000	888.684204	25.000000
4	25.000000	844.250000	INFINITY
5	25.000000	375.000000	INFINITY
6	400.000000	INFINITY	375.000000
7	912.000000	INFINITY	844.250000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Banyaknya gula coklat yang harus diproduksi : $X1 = 25$ ton
- Banyaknya gula putih yang harus diproduksi : $X2 = 25$ ton
- Banyaknya gula tepung yang harus diproduksi : $X3 = 869.25$ ton
- Banyaknya molase yang harus diproduksi : $X4 = 400$ ton
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 240.062$

Range perubahan pada koefisien fungsi tujuan yang tidak akan merubah variable basis: pada tabel simplex adalah :

- X1: keuntungan per ton gula coklat bertambah maksimum \$40 atau berkurang tak terbatas
- X2: keuntungan per ton gula putih bertambah maksimum \$37 atau berkurang tak terbatas
- X3: keuntungan per ton gula tepung bertambah tak terbatas atau berkurang maksimum \$39.4.
- X4: keuntungan per ton molase bertambah tak terbatas atau berkurang maksimum \$35.

Range perubahan pada ruas kanan yang tidak akan merubah variable basis: pada tabel simplex adalah :

- Ruas kanan pembatas pertama yaitu permintaan gula coklat bertambah maksimum 1.110 ton atau berkurang maksimum 25 ton.
- Ruas kanan pembatas kedua yaitu permintaan gula putih bertambah maksimum 888 ton atau berkurang maksimum 25 ton.
- Ruas kanan pembatas ketiga yaitu permintaan gula tepung bertambah maksimum 844 ton atau berkurang tak terbatas
- Ruas kanan pembatas keempat yaitu permintaan molase bertambah maksimum 375 ton atau berkurang tak terbatas
- Ruas kanan pembatas ke lima yaitu jumlah molase yang dapat diproduksi berdasarkan sirup tebu yang tersedia bertambah tak terbatas atau berkurang maksimum 375 ton.
- Ruas kanan pembatas keenam yaitu jumlah gula tepung yang dapat diproduksi bertambah tak terbatas atau berkurang maksimum 844 ton.

24. Untuk empat tahun ke depan PT. NOP mempertimbangkan akan menginvestasikan uangnya pada enam proyek. Keuntungan (nilai saat ini) dan pengeluaran masing masing proyek selama 4 tahun adalah seperti pada tabel berikut :

Proyek	Pengeluaran (\$ 1000)				Keuntungan (\$1,000)
	Tahun ke 1	Tahun ke 2	Tahun ke 3	Tahun ke 4	
1	10.5	14.4	2.2	2.4	32.4
2	8.3	12.6	9.5	3.1	35.8
3	10.2	14.2	5.6	4.2	17.75
4	7.2	10.5	7.5	5	14.8
5	12.3	10.1	8.3	6.3	18.2
6	9.2	7.8	6.9	5.1	12.35
Dana tersedia (\$ 1000)	60	70	35	20	

Jika PT. NOP dapat mengerjakan proyek secara utuh (investasi ditanggung sendiri) atau tidak penuh (investasi ditanggung bersama perusahaan lain), proyek mana saja dan berapa bagian masing-masing investasi yang sebaiknya dilakukan oleh PT. NOP untuk memperoleh keuntungan maksimum?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang dapat diperoleh dari pengerjaan suatu proyek. Kita harus menentukan berapa besar uang yang harus diinvestasikan pada masing-masing proyek (utuh atau sebagian) agar keuntungan yang diperoleh maximum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut:

- Variabel keputusan :

- Proporsi proyek 1 yang didanai = X_1
- Proporsi proyek 2 yang didanai = X_2
- Proporsi proyek 3 yang didanai = X_3
- Proporsi proyek 4 yang didanai = X_4
- Proporsi proyek 5 yang didanai = X_5
- Proporsi proyek 6 yang didanai = X_6

- Fungsi tujuan :

$$\text{Maximasi } 32.4 X_1 + 35.8 X_2 + 17.75 X_3 + 14.8 X_4 + 18.2 X_5 + 12.35 X_6$$

- Fungsi pembatas :

- Dana tersedia pada tahun ke 1 :

$$10.5 X_1 + 8.3 X_2 + 10.2 X_3 + 7.2 X_4 + 12.3 X_5 + 9.2 X_6 \leq 60$$

- Dana tersedia pada tahun ke 2 :

$$14.4 X_1 + 12.6 X_2 + 14.2 X_3 + 10.5 X_4 + 10.1 X_5 + 7.8 X_6 \leq 70$$

- Dana tersedia pada tahun ke 3 :

$$2.2 X_1 + 9.5 X_2 + 5.6 X_3 + 7.5 X_4 + 8.3 X_5 + 6.9 X_6 \leq 35$$

- Dana tersedia pada tahun ke 4 :

$$2.4 X_1 + 3.1 X_2 + 4.2 X_3 + 5.0 X_4 + 6.3 X_5 + 5.1 X_6 \leq 20$$

- Proporsi masing-masing proyek yang didanai maksimum 1

$$X_1 \leq 1; X_2 \leq 1; X_3 \leq 1; X_4 \leq 1; X_5 \leq 1; X_6 \leq 1$$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max: } 32.4 X_1 + 35.8 X_2 + 17.75 X_3 + 14.8 X_4 + 18.2 X_5 + 12.35 X_6$$

subject to:

$$10.5 X_1 + 8.3 X_2 + 10.2 X_3 + 7.2 X_4 + 12.3 X_5 + 9.2 X_6 \leq 60$$

$$14.4 X_1 + 12.6 X_2 + 14.2 X_3 + 10.5 X_4 + 10.1 X_5 + 7.8 X_6 \leq 70$$

$$2.2 X_1 + 9.5 X_2 + 5.6 X_3 + 7.5 X_4 + 8.3 X_5 + 6.9 X_6 \leq 35$$

$$2.4 X_1 + 3.1 X_2 + 4.2 X_3 + 5.0 X_4 + 6.3 X_5 + 5.1 X_6 \leq 20$$

$$X_1 \leq 1$$

$$X_2 \leq 1$$

$$X_3 \leq 1$$

$$X_4 \leq 1$$

$$X_5 \leq 1$$

$$X_6 \leq 1$$

END

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	116.0611	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1.000000	0.000000
X2	1.000000	0.000000
X3	1.000000	0.000000
X4	1.000000	0.000000
X5	0.841270	0.000000
X6	0.000000	2.383333
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	13.452381	0.000000
3)	9.803175	0.000000
4)	3.217460	0.000000
5)	0.000000	2.888889
6)	0.000000	25.466667
7)	0.000000	26.844444
8)	0.000000	5.616667
9)	0.000000	0.355556
10)	0.158730	0.000000
11)	1.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	6	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED :			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	32.400000	INFINITY	25.466667
X2	35.799999	INFINITY	26.844444
X3	17.750000	INFINITY	5.616667
X4	14.800000	INFINITY	0.355556
X5	18.200001	0.448000	2.944116
X6	12.350000	2.383332	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	60.000000	INFINITY	13.452381
3	70.000000	INFINITY	9.803175
4	35.000000	INFINITY	3.217460
5	20.000000	1.000000	5.300000
6	1.000000	0.929001	0.416667
7	1.000000	0.594080	0.322581
8	1.000000	1.261905	0.238095
9	1.000000	1.060000	0.200000
10	1.000000	INFINITY	0.158730
11	1.000000	INFINITY	1.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa proyek 1, 2, 3, dan 4 harus dibiayai penuh oleh PT. NOP sedangkan proyek 5 dibiayai sebesar 84,1% dan proyek 6 tidak perlu dibiayai.

25. PT. XYZ adalah sebuah perusahaan yang memproduksi rangka jendela rumah. Saat ini PT. XYZ menerima pesanan dari pelanggannya untuk 6 bulan ke depan sebagai berikut :

- Pesanan bulan ke 1 = 100 unit
- Pesanan bulan ke 2 = 250 unit
- Pesanan bulan ke 3 = 190 unit
- Pesanan bulan ke 4 = 140 unit
- Pesanan bulan ke 5 = 220 unit
- Pesanan bulan ke 6 = 110 unit

Ongkos produksi per unit tergantung dari upah tenaga kerja, material dan utilitas, sehingga besarnya berbeda antara bulan tertentu dengan bulan lainnya. Diperkirakan ongkos produksi per unit sebagai berikut :

- Ongkos produksi bulan ke 1 = \$ 50
- Ongkos produksi bulan ke 2 = \$ 45
- Ongkos produksi bulan ke 3 = \$ 55
- Ongkos produksi bulan ke 4 = \$ 48
- Ongkos produksi bulan ke 5 = \$ 52
- Ongkos produksi bulan ke 6 = \$ 50

Untuk itu PT. XYZ perlu mengatur jadwal produksi, misalnya memproduksi lebih banyak pada bulan tertentu untuk kebutuhan bulan berikutnya. Bila PT. XYZ memiliki persediaan pada akhir suatu bulan maka akan dikenakan biaya simpan sebesar \$8 per unit per bulan. Tentukan jadwal produksi yang optimum untuk 6 bulan ke depan!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan biaya yang harus ditanggung yang terdiri dari biaya produksi dan biaya simpan. Kita harus menentukan berapa banyak produk yang harus dibuat pada masing-masing bulan agar biayanya minimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut:

- Variabel keputusan :

- Jumlah produksi pada bulan ke 1 = X_1 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 2 = X_2 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 3 = X_3 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 4 = X_4 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 5 = X_5 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 6 = X_6 unit
- Jumlah persediaan pada bulan ke 1 = I_1 unit
- Jumlah persediaan pada bulan ke 2 = I_2 unit
- Jumlah persediaan pada bulan ke 3 = I_3 unit
- Jumlah persediaan pada bulan ke 4 = I_4 unit
- Jumlah persediaan pada bulan ke 5 = I_5 unit

- Jumlah persediaan pada bulan ke 6 = I6 unit
- Fungsi tujuan : Minimasi biaya = biaya produksi + biaya simpan
 Minimasi $Z = 50 X1 + 45 X2 + 55 X3 + 48 X4 + 52 X5 + 50 X6$
 $+ 8I1 + 8I2 + 8I3 + 8I4 + 8I5 + 8I6$
- Fungsi pembatas :
 - Produksi pada bulan ke 1: $X1 - 100 = I1$
 - Produksi pada bulan ke 2: $I1 + X2 - 250 = I2$
 - Produksi pada bulan ke 3: $I2 + X3 - 190 = I3$
 - Produksi pada bulan ke 4: $I3 + X4 - 140 = I4$
 - Produksi pada bulan ke 5: $I4 + X5 - 220 = I5$
 - Produksi pada bulan ke 6: $I5 + X6 - 110 = I6$
- Pembatas tanda : $X_j, I_j \geq 0 ; j = 1, \dots, 6$

Dengan menggunakan Software LINDO, maka formulasinya adalah:

$$\text{Min } 50 X1 + 45 X2 + 55 X3 + 48 X4 + 52 X5 + 50 X6$$

$$+ 8 I1 + 8 I2 + 8 I3 + 8 I4 + 8 I5 + 8 I6$$

Subject to :

$$X1 - I1 = 100$$

$$I1 + X2 - I2 = 250$$

$$I2 + X3 - I3 = 190$$

$$I3 + X4 - I4 = 140$$

$$I4 + X5 - I5 = 220$$

$$I5 + X6 - I6 = 110$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 49980.00

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	100.000000	0.000000
X2	440.000000	0.000000
X3	0.000000	2.000000
X4	140.000000	0.000000
X5	220.000000	0.000000
X6	110.000000	0.000000
I1	0.000000	13.000000
I2	190.000000	0.000000
I3	0.000000	13.000000
I4	0.000000	4.000000
I5	0.000000	10.000000
I6	0.000000	58.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-50.000000
3)	0.000000	-45.000000
4)	0.000000	-53.000000
5)	0.000000	-48.000000
6)	0.000000	-52.000000
7)	0.000000	-50.000000

NO. ITERATIONS= 6

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	50.000000	INFINITY	13.000000
X2	45.000000	2.000000	13.000000
X3	55.000000	INFINITY	2.000000
X4	48.000000	13.000000	4.000000
X5	52.000000	4.000000	10.000000
X6	50.000000	10.000000	58.000000
I1	8.000000	INFINITY	13.000000
I2	8.000000	2.000000	13.000000
I3	8.000000	INFINITY	13.000000
I4	8.000000	INFINITY	4.000000
I5	8.000000	INFINITY	10.000000
I6	8.000000	INFINITY	58.000000

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	100.000000	INFINITY	100.000000
3	250.000000	INFINITY	440.000000
4	190.000000	INFINITY	190.000000
5	140.000000	INFINITY	140.000000
6	220.000000	INFINITY	220.000000
7	110.000000	INFINITY	110.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Banyaknya prouksi pada bulan ke 1 : $X_1 = 110$ unit
- Banyaknya prouksi pada bulan ke 2 : $X_2 = 440$ unit
- Banyaknya prouksi pada bulan ke 3 : $X_3 = 0$ unit
- Banyaknya prouksi pada bulan ke4 : $X_4 = 140$ unit
- Banyaknya prouksi pada bulan ke 5 : $X_5 = 220$ unit
- Banyaknya prouksi pada bulan ke 6 : $X_6 = 110$ unit
- Biaya yang dibutuhkan : $Z = \$ 49980$

26. Tuan B akan menginvestasikan uangnya pada empat proyek. Jumlah uang yang akan diinvestasikan adalah sebesar \$10.000. Berikut perkiraan *cash flow* dari keempat proyek tersebut:

Proyek	Cash flow (\$ 1000) pada awal tahun				
	Tahun ke 1	Tahun ke 2	Tahun ke 3	Tahun ke 4	Tahun ke 5
1	-1	0.5	0.3	1.8	1.2
2	-1	0.6	0.2	1.5	1.3
3	0	-1	0.8	1.9	0.8
4	-1	0.4	0.6	1.8	0.95

Tabel di atas dibaca sebagai berikut:

Untuk proyek 1:

Bila kita menginvestasikan \$1 pada proyek 1 pada awal tahun ke 1 maka kita akan memperoleh: \$ 0.50 pada awal tahun ke 2; \$0.30 pada awal tahun ke 3; \$1.80 pada awal tahun ke 4; dan \$1.20 pada awal tahun ke 5.

Tuan B dapat pula mendepositokan uangnya di bank dengan bunga 6.5 % per tahun. Akumulasi dana yang terkumpul dari suatu tahun tertentu dapat diinvestasikan pada tahun berikutnya. Tentukan alokasi jumlah dana yang harus diinvestasikan pada masing-masing proyek agar jumlah uang yang diperoleh pada akhir tahun ke 5 maksimum!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan jumlah uang pada tahun kelima yaitu uang yang diinvestasikan di tambah keuntungan yang diperoleh dari suatu investasi. Kita harus menentukan berapa banyak uang yang harus diinvestasikan pada keempat proyek dan berapa yang harus didepositokan di bank pada tahun ke 1, 2, 3 dan 4 agar uang terkumpul pada tahun kelima maksimum?

Maka dapat ditentukan hal-hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah uang yang diinvestasikan pada proyek 1 = \$ X1
- Jumlah uang yang diinvestasikan pada proyek 2 = \$ X2
- Jumlah uang yang diinvestasikan pada proyek 3 = \$ X3
- Jumlah uang yang diinvestasikan pada proyek 4 = \$ X4
- Jumlah uang yang didepositokan di bank pada tahun ke 1 = \$ Y1
- Jumlah uang yang didepositokan di bank pada tahun ke 2 = \$ Y2
- Jumlah uang yang didepositokan di bank pada tahun ke 3 = \$ Y3
- Jumlah uang yang didepositokan di bank pada tahun ke 4 = \$ Y4

- Fungsi tujuan : Maximasi jumlah uang pada tahun ke 5 (misal dinyatakan sebagai Y5)

$$\text{Max } Z = Y5$$

- Fungsi pembatas :

- Jumlah uang pada tahun ke 1:
 $X1 + X2 + X4 + Y1 \leq 10000$
- Jumlah uang pada tahun ke 2:
 $0.5 X1 + 0.6 X2 - X3 + 0.4 X4 + 1.065 Y1 - Y2 \leq 0$
- Jumlah uang pada tahun ke 3:
 $0.3 X1 + 0.2 X2 + 0.8 X3 + 0.6 X4 + 1.065 Y2 - Y3 = 0$
- Jumlah uang pada tahun ke 4:
 $1.8X1 + 1.5 X2 + 1.9X3 + 1.8X4 + 1.065Y3 - Y4=0$
- Jumlah uang pada tahun ke 5:
 $1.2X1 + 1.3 X2 + 0.8X3 + 0.95X4 + 1.065Y4 - Y5=0$

- Pembatas tanda : $X_j, Y_j \geq 0; j = 1, \dots, 4$

Dengan menggunakan *Software LINDO*, maka formulasinya adalah:

Max : Y5

subject to:

$$X1 + X2 + X4 + Y1 \leq 10000$$

$$0.5 X1 + 0.6 X2 - X3 + 0.4 X4 + 1.065 Y1 - Y2 = 0$$

$$0.3 X1 + 0.2 X2 + 0.8 X3 + 0.6 X4 + 1.065 Y2 - Y3 = 0$$

$$1.8 X1 + 1.5 X2 + 1.9 X3 + 1.8 X4 + 1.065 Y3 - Y4 = 0$$

$$1.2 X1 + 1.3 X2 + 0.8 X3 + 0.95 X4 + 1.065 Y4 - Y5 = 0$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP		2
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	53628.73	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y5	53628.730469	0.000000
X1	0.000000	0.040165
X2	10000.000000	0.000000
X4	0.000000	3.307690
Y1	0.000000	1.389486
X3	6000.000000	0.000000
Y2	0.000000	2.522930
Y3	6800.000000	0.000000
Y4	33642.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	5.362873
3)	0.000000	-3.730880
4)	0.000000	-1.134225
5)	0.000000	-1.065000
6)	0.000000	-1.000000
NO. ITERATIONS=	2	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan sebagai berikut :

- Jumlah uang yang diinvestasikan pada proyek 1 = $X_1 = \$0$
- Jumlah uang yang diinvestasikan pada proyek 2 = $X_2 = \$10.000$
- Jumlah uang yang diinvestasikan pada proyek 3 = $X_3 = \$6.000$
- Jumlah uang yang diinvestasikan pada proyek 4 = $X_4 = \$0$
- Jumlah uang yang didepositokan di bank pada tahun ke 1 = $Y_1 = \$0$
- Jumlah uang yang didepositokan di bank pada tahun ke 2 = $Y_2 = \$0$
- Jumlah uang yang didepositokan di bank pada tahun ke 3 = $Y_3 = \$6.800$
- Jumlah uang yang didepositokan di bank pada tahun ke 4 = $Y_4 = \$33.642$
- Jumlah uang yang terkumpul pada tahun ke 5 = $Z = \$ 53.628$

27. Empat jenis produk diproses secara berurutan pada dua mesin. Tabel berikut memperlihatkan kebutuhan waktu, kapasitas, biaya dan harga jual per unit:

Mesin	Biaya per jam (\$)	Waktu proses per unit (jam)				Kapasitas (jam)
		Produk 1	Produk 2	Produk 3	Produk 4	
1	10	2	3	4	2	500
2	5	3	2	1	2	380
Harga jual per unit (\$)		75	70	55	45	

Tentukan rencana produksi optimumnya.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang diperoleh dari penjualan produk 1, 2, 3 dan 4. Keuntungan adalah harga jual dikurangi biaya produksi. Maka dapat ditentukan hal-hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah produk 1 yang dibuat : X_1 unit
 - Jumlah produk 2 yang dibuat : X_2 unit
 - Jumlah produk 3 yang dibuat : X_3 unit

- Jumlah produk 4 yang dibuat : X4 unit
- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan
 Maximasi: $Z = 75 - ((2 \times 10) + (3 \times 5)) X1 + 70 - ((3 \times 10) + (2 \times 5)) X2 + 55 - ((4 \times 10) + (1 \times 5)) X3 + 45 - ((2 \times 10) + (2 \times 5)) X4$
 Atau $\text{Max } Z = 40 X1 + 30 X2 + 10 X3 + 15 X4$.
- Fungsi pembatas :
 - Kapasitas mesin 1 : $2 X1 + 3 X2 + 4 X3 + 2 X4 \leq 500$
 - Kapasitas mesin 2 : $3 X1 + 2 X2 + 1 X3 + 2 X4 \leq 380$
- Pembatas tanda : $X1, X2, X3, X4 \geq 0$

Dengan menggunakan *Software LINDO*, maka formulasinya adalah:

$$\text{Max } 40 X1 + 30 X2 + 10 X3 + 15 X4$$

subject to :

$$2 X1 + 3 X2 + 4 X3 + 2 X4 \leq 500$$

$$3 X1 + 2 X2 + 1 X3 + 2 X4 \leq 380$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	5560.000		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	28.000000	0.000000	
X2	148.000000	0.000000	
X3	0.000000	10.000000	
X4	0.000000	13.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	2.000000	
3)	0.000000	12.000000	
NO. ITERATIONS=		2	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	40.000000	5.000000	20.000000
X2	30.000000	30.000000	3.333333
X3	10.000000	10.000000	INFINITY
X4	15.000000	13.000000	INFINITY
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	500.000000	70.000000	246.666656
3	380.000000	370.000000	46.666664

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Produk 1 yang harus dibuat : $X1 = 28$ unit
- Produk 2 yang harus dibuat : $X2 = 148$ unit
- Produk 3 yang harus dibuat : $X3 = 0$ unit
- Produk 4 yang harus dibuat : $X4 = 0$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$5.560$

28. PT. LKM memproduksi tiga jenis produk yang dibuat dari bahan baku A dan B. Tabel berikut memperlihatkan data permintaan produk, kebutuhan bahan baku, dan ketersediaan bahan baku.

Uraian	Kebutuhan per unit produk			Jumlah yang tersedia
	I	II	III	
Bahan baku A	2	3	5	4
Bahan baku B	4	2	7	6
Permintaan minimum	200	200	150	
Keuntungan per unit (\$)	30	20	50	

Waktu yang dibutuhkan untuk membuat satu unit produk jenis I adalah dua kali waktu yang dibutuhkan untuk membuat satu unit produk jenis II dan tiga kali waktu yang dibutuhkan untuk membuat satu unit jenis III. Waktu yang

tersedia ekivalen dengan waktu untuk memproduksi sebanyak 1500 unit model I. Perbandingan permintaan pasar dari ketiga jenis produk tersebut adalah 3 : 2 : 5. Tentukan jumlah produksi optimum untuk ketiga jenis produk tersebut.

Jawaban :

Kita harus menentukan berapa banyak produk 1, produk 2, produk 3 yang harus dibuat agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah produk 1 yang dibuat = X_1 unit
 - Jumlah produk 2 yang dibuat = X_2 unit
 - Jumlah produk 3 yang dibuat = X_3 unit

- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan
Maximasi : $Z = 30 X_1 + 20 X_2 + 50 X_3$

- Fungsi pembatas :
 - Kapasitas : $X_1 + 1/2 X_2 + 1/3 X_3 \leq 1500$
 - Persediaan bahan baku A : $2 X_1 + 3 X_2 + 5 X_3 \leq 4000$
 - Persediaan bahan baku B: $4 X_1 + 2 X_2 + 7 X_3 \leq 6000$
 - Permintaan produk 1 : $X_1 \geq 200$
 - Permintaan produk 2 : $X_2 \geq 200$
 - Permintaan produk 3 : $X_3 \geq 150$
 - Perbandingan permintaan : $2 X_1 - 3 X_2 = 0$
 - Perbandingan permintaan : $5 X_1 - 3 X_3 = 0$
 - Perbandingan permintaan : $5 X_2 - 2 X_3 = 0$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Dengan menggunakan Software LINDO, maka formulasinya adalah:

$$\text{Max : } 30 X_1 + 20 X_2 + 50 X_3$$

subject to :

$$6 X_1 + 3 X_2 + 2 X_3 \leq 9000$$

$$2 X1 + 3 X2 + 5 X3 \leq 4000$$

$$4 X1 + 2 X2 + 7 X3 \leq 6000$$

$$X1 \geq 200$$

$$X2 \geq 200$$

$$X3 \geq 150$$

$$2 X1 - 3 X2 = 0$$

$$5 X1 - 3 X3 = 0$$

$$5 X2 - 2 X3 = 0$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	41081.08	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	324.324310	0.000000
X2	216.216217	0.000000
X3	540.540527	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	5324.324219	0.000000
3)	0.000000	10.270270
4)	486.486481	0.000000
5)	124.324326	0.000000
6)	16.216217	0.000000
7)	390.540527	0.000000
8)	0.000000	0.000000
9)	0.000000	1.891892
10)	0.000000	-2.162162
NO. ITERATIONS=	3	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	30.000000	INFINITY	126.666672
X2	20.000000	INFINITY	190.000000
X3	50.000000	INFINITY	76.000000
RIGHTHAND SIDE RANGES			
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	9000.000000	INFINITY	5324.324219
3	4000.000000	352.941162	300.000000
4	6000.000000	INFINITY	486.486481
5	200.000000	124.324326	INFINITY
6	200.000000	16.216217	INFINITY
7	150.000000	390.540527	INFINITY
8	0.000000	0.000000	0.000000
9	0.000000	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000	0.000000

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Jumlah produk 1 yang harus dibuat: $X_1 = 324$ unit
- Jumlah produk 1 yang harus dibuat: $X_2 = 216$ unit
- Jumlah produk 1 yang harus dibuat: $X_3 = 540$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$41.081$

Catatan :

Apabila jumlah yang terjual harus bilangan bulat dan penyelesaian dilakukan dengan menggunakan *software LINDO* maka ketik *Gin 3* setelah baris *End* sebagai berikut:

```

Max 30 X1 + 20 X2 + 50 X3
subject to
6 X1 + 3 X2 + 2 X3 <= 9000
2 X1 + 3 X2 + 5 X3 <= 4000
4 X1 + 2 X2 + 7 X3 <= 6000
X1 >= 200
X2 >= 200
X3 >= 150
2 X1 - 3 X2 = 0
5 X1 - 3 X3 = 0
5 X2 - 2 X3 = 0
End
Gin 3

```


Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	41040.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	324.000000	-30.000000
X2	216.000000	-20.000000
X3	540.000000	-50.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	5328.000000	0.000000
3)	4.000000	0.000000
4)	492.000000	0.000000
5)	124.000000	0.000000
6)	16.000000	0.000000
7)	390.000000	0.000000
8)	0.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000
10)	0.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	7	
BRANCHES=	1 DETERM.=	1.000E 0

29. Tuan C akan menginvestasikan uangnya. Ada 2 alternatif investasi yang bisa dipilih yakni Investasi A dan Investasi B. Investasi A menjamin bahwa setiap \$1 yang diinvestasikan akan memberikan hasil \$0.70 pada tahun depan. Investasi B menjamin bahwa tiap \$1 yang diinvestasikan akan memberikan hasil \$2.00 setelah dua tahun. Pada Investasi A, investasi dapat dilakukan pertahun, sedangkan pada Investasi B, investasi hanya dapat dilakukan dalam periode dua tahunan (atau kelipatannya). Bila jumlah uang yang akan diinvestasikan adalah sebesar \$100.000, bagaimana alokasi investasi yang terbaik agar hasil yang diperoleh pada akhir tahun ketiga maksimum.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan jumlah uang yang diterima pada tahun ke 3 yang dapat diperoleh dari menginvestasikan uang pada Investasi A dan investasi B ditambah keuntungannya. Kita harus menentukan jumlah uang yang diinvestasikan pada masing masing rencana investasi pada

setiap tahun agar diperoleh jumlah uang maksimum pada tahun ke 3 dengan memperhatikan batasan yang ada.

Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Uang yang diinvestasikan pada tahun ke 1 pada investasi A : \$ X1A
 - Uang yang diinvestasikan pada tahun ke 2 pada investasi A : \$ X2A
 - Uang yang diinvestasikan pada tahun ke 3 pada investasi A : \$ X3A
 - Uang yang diinvestasikan pada tahun ke 1 pada investasi B : \$ X1B
 - Uang yang diinvestasikan pada tahun ke 2 pada investasi B : \$ X2B
 - Uang yang diinvestasikan pada tahun ke 3 pada investasi B : \$ X3B
- Fungsi tujuan : Maximasi jumlah uang pada tahun ke 3
Maximasi : $Z = 3X2B + 1.7X3A$
- Fungsi pembatas :
 - Jumlah dana yang dapat diinvestasikan pada tahun ke 1:
 $X1A + X1B \leq 100$
 - Jumlah dana yang dapat diinvestasikan pada tahun ke 2:
 $- 1.7 X1A + X2A + X2B \leq 0$
 - Jumlah uang yang dapat diinvestasikan pada tahun ke 3:
 $- 3 X1B - 1.7 X2A + X3A \leq 0$
- Pembatas tanda : $X1A, X2A, X3A, X1B, X2B, X3B \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```
Max 3 X2B + 1.7 X3A
subject to:
X1A + X1B <= 100
-1.7 X1A + X2A + X2B <= 0
-3 X1B - 1.7 X2A + X3A <= 0
end
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	510.0000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X2B	170.000000	0.000000
X3A	0.000000	0.000000
X1A	100.000000	0.000000
X1B	0.000000	0.000000
X2A	0.000000	0.110000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	5.100000
3)	0.000000	3.000000
4)	0.000000	1.700000
NO. ITERATIONS=	3	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X2B	3.000000	INFINITY	0.000000
X3A	1.700000	0.000000	1.700000
X1A	0.000000	INFINITY	0.000000
X1B	0.000000	0.000000	INFINITY
X2A	0.000000	0.110000	INFINITY
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	100.000000	INFINITY	100.000000
3	0.000000	INFINITY	170.000000
4	0.000000	INFINITY	0.000000

Dari tabel di atas dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

- Jumlah uang yang diinvestasikan pada investasi A pada tahun ke 1 : X1A
= \$100
- Jumlah uang yang diinvestasikan pada investasi A pada tahun ke 2 : X2A
= \$0

- Jumlah uang yang diinvestasikan pada investasi A pada tahun ke 3 : $X3A = \$0$
- Jumlah uang yang diinvestasikan pada investasi B pada tahun ke 1 : $X1B = \$0$
- Jumlah uang yang diinvestasikan pada investasi B pada tahun ke 2 : $X2B = \$170$
- Jumlah uang yang akan diperoleh pada tahun ke 3 = \$510

30. Berikut adalah data jadwal penerbangan :

Type pesawat	Kapasitas (orang)	Jumlah pesawat	Jumlah trip pada route			
			1	2	3	4
1	50	5	3	2	2	1
2	30	8	4	3	3	2
3	20	10	5	5	4	2
Jumlah penumpang per hari			1000	2000	900	1200

Ongkos, termasuk kerugian kehilangan penumpang karena tidak cukup tempat, adalah sebagai berikut :

Type pesawat	Ongkos operasi per trip pada route (\$)			
	1	2	3	4
1	1000	1100	1200	1500
2	800	900	1000	1000
3	600	800	800	900
Penalti akibat kehilangan 1 orang penumpang (\$)	40	50	45	70

Tentukan alokasi pesawat yang optimum untuk masing masing route dan tentukan juga jumlah tripnya!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan biaya yang terdiri dari biaya operasi ditambah biaya karena kehilangan penumpang (kapasitas tidak cukup).

Kita harus menentukan jumlah masing-masing jenis pesawat yang dipakai untuk melayani masing masing route agar ongkosnya minimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah pesawat jenis 1 yang dipakai melayani route 1 = X11 unit
- Jumlah pesawat jenis 1 yang dipakai melayani route 2 = X12 unit
- Jumlah pesawat jenis 1 yang dipakai melayani route 3 = X13 unit
- Jumlah pesawat jenis 1 yang dipakai melayani route 4 = X14 unit
- Jumlah pesawat jenis 2 yang dipakai melayani route 1 = X21 unit
- Jumlah pesawat jenis 2 yang dipakai melayani route 2 = X22 unit
- Jumlah pesawat jenis 2 yang dipakai melayani route 3 = X23 unit
- Jumlah pesawat jenis 2 yang dipakai melayani route 4 = X24 unit
- Jumlah pesawat jenis 3 yang dipakai melayani route 1 = X31 unit
- Jumlah pesawat jenis 3 yang dipakai melayani route 2 = X32 unit
- Jumlah pesawat jenis 3 yang dipakai melayani route 3 = X33 unit
- Jumlah pesawat jenis 3 yang dipakai melayani route 4 = X34 unit

Fungsi tujuan:

Minimasi biaya = biaya operasi + biaya denda kehilangan pelanggan

$$\begin{aligned} \text{Minimasi : } Z = & 3000 X11 + 2200 X12 + 2400 X13 + 1500 X14 + 3200 X21 + \\ & 2700 X22 + 3000 X23 + 2000 X24 + 3000 X31 + 4000 X32 + 3200 X33 \\ & + 1800 X34 + (1000 - 150 X11 - 120 X21 - 100 X31)*40 \\ & + (2000 - 100 X12 - 90 X22 - 100 X32)*50 \\ & + (900 - 100 X13 - 90 X23 - 80 X33)*45 \\ & + (1200 - 50 X14 - 60 X24 - 40 X34)*70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Minimasi : } Z = & 264.500 - 3000 X11 - 2800x12 - 2100x13 - 2000x14 - 1600x21 \\ & - 1800x22 - 1050x23 - 2200x24 - 1000x31 - 1000x32 - 400x33 - 2000x34. \end{aligned}$$

Persamaan di atas bukan persamaan linier sehingga tidak dapat digunakan.

Untuk itu tentukan $Z1 = Z - 264.500$

sehingga fungsi tujuan dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z1 = & -3000 X11 - 2800 X12 - 2100 X13 - 2000 X14 - 1600 X21 \\ & - 1800 X22 - 1050 X23 - 2200 X24 - 1000 X31 - 1000 X32 - 400 X33 \\ & - 2000 X34. \end{aligned}$$

- Fungsi pembatas :

- Jumlah pesawat tipe 1 : $X11 + X12 + X13 + X14 \leq 5$
- Jumlah pesawat tipe2 : $X21 + X22 + X23 + X24 \leq 8$
- Jumlah pesawat tipe3 : $X31 + X32 + X33 + X34 \leq 10$

- Pembatas tanda : $X11, X12, X13, X14, X21, X22, X23, X24, X31, X32, X33, X34 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Min : } & -3000 X11 - 2800 X12 - 2100 X13 - 2000 X14 - 1600 X21 \\ & - 1800 X22 - 1050 X23 - 2200 X24 - 1000 X31 - 1000 X32 \\ & - 400 X33 - 2000 X34 \end{aligned}$$

subject to:

$$X11 + X12 + X13 + X14 \leq 5$$

$$X21 + X22 + X23 + X24 \leq 8$$

$$X31 + X32 + X33 + X34 \leq 10$$

end

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) -52600.00

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	5.000000	0.000000
X12	0.000000	200.000000
X13	0.000000	900.000000
X14	0.000000	1000.000000
X21	0.000000	600.000000
X22	0.000000	400.000000
X23	0.000000	1150.000000
X24	8.000000	0.000000
X31	0.000000	1000.000000
X32	0.000000	1000.000000
X33	0.000000	1600.000000
X34	10.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	3000.000000
3)	0.000000	2200.000000
4)	0.000000	2000.000000

NO. ITERATIONS= 3

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	-3000.000000	200.000000	INFINITY
X12	-2800.000000	INFINITY	200.000000
X13	-2100.000000	INFINITY	900.000000
X14	-2000.000000	INFINITY	1000.000000
X21	-1600.000000	INFINITY	600.000000
X22	-1800.000000	INFINITY	400.000000
X23	-1050.000000	INFINITY	1150.000000
X24	-2200.000000	400.000000	INFINITY
X31	-1000.000000	INFINITY	1000.000000
X32	-1000.000000	INFINITY	1000.000000
X33	-400.000000	INFINITY	1600.000000
X34	-2000.000000	1000.000000	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	5.000000	INFINITY	5.000000
3	8.000000	INFINITY	8.000000
4	10.000000	INFINITY	10.000000

Dari tabel di atas dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

- Jumlah pesawat type 1 yang dipakai melayani route 1 : $X_{11} = 5$ unit
 - Jumlah pesawat type 1 yang dipakai melayani route 2 : $X_{12} = 0$ unit
 - Jumlah pesawat type 1 yang dipakai melayani route 3 : $X_{13} = 0$ unit
 - Jumlah pesawat type 1 yang dipakai melayani route 4 : $X_{14} = 0$ unit
 - Jumlah pesawat type 2 yang dipakai melayani route 1 : $X_{21} = 0$ unit
 - Jumlah pesawat type 2 yang dipakai melayani route 2 : $X_{22} = 0$ unit
 - Jumlah pesawat type 2 yang dipakai melayani route 3 : $X_{23} = 0$ unit
 - Jumlah pesawat type 2 yang dipakai melayani route 4 : $X_{24} = 8$ unit
 - Jumlah pesawat type 3 yang dipakai melayani route 1 : $X_{31} = 0$ unit
 - Jumlah pesawat type 3 yang dipakai melayani route 2 : $X_{32} = 0$ unit
 - Jumlah pesawat type 3 yang dipakai melayani route 3 : $X_{33} = 0$ unit
 - Jumlah pesawat type 3 yang dipakai melayani route 4 : $X_{34} = 10$ unit
- Biaya yang dibutuhkan : $Z = \$ (- 52.600 + 264.500) = \$ 212.500$

31. PT. MNO membuat dua jenis logam campuran, yakni A dan B. Bahan baku yang digunakan terdiri dari empat macam logam murni yakni I, II, III dan IV. Spesifikasi logam campuran yang diminta pelanggan adalah sebagai berikut:

Logam Campuran	Spesifikasi	Harga jual (\$)
A	Paling banyak mengandung I = 80 %	200
	Paling banyak mengandung II = 30 %	
	Paling sedikit mengandung IV = 50 %	
B	Kandungan II antara 40 % s/d 60 %	300
	Paling sedikit mengandung III = 30 %	
	Paling banyak mengandung IV = 70 %	

Keempat macam logam murni tersebut, diekstraksi dari bahan tambang 1, 2 dan 3 dengan data data sebagai berikut :

Bahan tambang	Jumlah maximum (ton)	Kandungan (%)					Harga per ton (\$)
		I	II	III	IV	Lainnya	
1	1000	20	10	30	30	10	30
2	2000	10	20	30	30	10	40
3	3000	5	5	70	20	0	50

Tentukan berapa banyak sebaiknya logam campuran yang harus di produksi !

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimumkan keuntungan, yaitu hasil penjualan dikurangi biaya bahan. Kita harus menentukan jumlah masing-masing jenis bahan tambang yang dipakai dan jumlah masing masing logam campuran yang harus dibuat agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut:

- Variabel keputusan :

- Jumlah logam campuran A yang dibuat = X_A ton
- Jumlah logam campuran B yang dibuat = X_B ton
- Bahan tambang 1 yang digunakan untuk membuat A = X_{1A}
- Bahan tambang 1 yang digunakan untuk membuat B = X_{1B}
- Bahan tambang 2 yang digunakan untuk membuat A = X_{2A}
- Bahan tambang 2 yang digunakan untuk membuat B = X_{2B}
- Bahan tambang 3 yang digunakan untuk membuat A = X_{3A}
- Bahan tambang 3 yang digunakan untuk membuat B = X_{3B}

- Fungsi tujuan:

Maximasi keuntungan =

hasil penjualan logam campuran - biaya pembelian bahan tambang

$$\text{Maximasi : } Z = 200 X_A + 300 X_B - 30 (X_{1A} + X_{1B}) - 40 (X_{2A} + X_{2B}) - 50 (X_{3A} + X_{3B})$$

$$\text{Maximasi : } Z = 200 X_A + 300 X_B - 30 X_{1A} - 30 X_{1B} - 40 X_{2A} - 40 X_{2B} - 50 X_{3A} - 50 X_{3B}$$

- Fungsi pembatas :
 - Jumlah persediaan bahan tambang 1 : $X1A + X1B \leq 1000$
 - Jumlah persediaan bahan tambang 2 : $X2A + X2B \leq 2000$
 - Jumlah persediaan bahan tambang 3 : $X3A + X3B \leq 3000$
 - Kandungan logam murni 1 pada logam campuran A
 $0.2 (X1A + X1B) + 0.1 (X2A + X2B) + 0.05 (X3A + X3B) \leq 0.8 XA$
 - Kandungan logam murni 2 pada logam campuran A
 $0.1 (X1A + X1B) + 0.2 (X2A + X2B) + 0.05 (X3A + X3B) \leq 0.3 XA$
 - Kandungan logam murni 4 pada logam campuran A
 $0.3 (X1A + X1B) + 0.3 (X2A + X2B) + 0.2 (X3A + X3B) \geq 0.5 XA$
 - Kandungan logam murni 2 pada logam campuran B
 $0.1 (X1A + X1B) + 0.2 (X2A + X2B) + 0.05 (X3A + X3B) \leq 0.6 XB$
 - Kandungan logam murni 2 pada logam campuran B
 $0.1 (X1A + X1B) + 0.2 (X2A + X2B) + 0.05 (X3A + X3B) \geq 0.4 XB$
 - Kandungan logam murni 3 pada logam campuran B
 $0.3 (X1A + X1B) + 0.3 (X2A + X2B) + 0.7 (X3A + X3B) \geq 0.3 XB$
 - Kandungan logam murni 4 pada logam campuran B
 $0.3 (X1A + X1B) + 0.3 (X2A + X2B) + 0.2 (X3A + X3B) \leq 0.7 XB$
- Pembatas tanda : $XA, XB, X1A, X2A, X3A, X1B, X2B, X3B \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Maximasi} \quad 200 XA + 300 XB - 30 X1A - 30 X1B - 40 X2A - 40 X2B \\ - 50 X3A - 50 X3B$$

subject to :

$$X1A + X1B \leq 1000$$

$$X2A + X2B \leq 2000$$

$$X3A + X3B \leq 3000$$

$$0.2 X1A + 0.2 X1B + 0.1 X2A + 0.1 X2B + 0.05 X3A + 0.05 X3B$$

$$-0.8 XA \leq 0$$

$$0.1 X1A + 0.1 X1B + 0.2 X2A + 0.2 X2B + 0.05 X3A + 0.05 X3B - 0.3 XA \leq 0$$

$$0.3 X1A + 0.3 X1B + 0.3 X2A + 0.3 X2B + 0.2 X3A + 0.2 X3B - 0.5 XA \geq 0$$

$$0.1 X1A + 0.1 X1B + 0.2 X2A + 0.2 X2B + 0.05 X3A + 0.05 X3B - 0.6 XB \leq 0$$

$$0.1 X1A + 0.1 X1B + 0.2 X2A + 0.2 X2B + 0.05 X3A + 0.05 X3B - 0.4 XB \geq 0$$

$$0.3 X1A + 0.3 X1B + 0.3 X2A + 0.3 X2B + 0.7 X3A + 0.7 X3B - 0.3 XB \geq 0$$

$$0.3 X1A + 0.3 X1B + 0.3 X2A + 0.3 X2B + 0.2 X3A + 0.2 X3B - 0.7 XB \leq 0$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	592000.0	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
XA	1680.000000	0.000000
XB	1200.000000	0.000000
X1A	0.000000	0.000006
X1B	800.000000	0.000000
X2A	2000.000000	0.000000
X2B	0.000000	0.000002
X3A	0.000000	81.000000
X3B	0.000000	81.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	200.000000	0.000000
3)	0.000000	296.000000
4)	3000.000000	0.000000
5)	984.000000	0.000000
6)	24.000000	0.000000
7)	0.000000	-400.000000
8)	240.000000	0.000000
9)	0.000000	-3060.000000
10)	480.000000	0.000000
11)	0.000000	1320.000000
NO. ITERATIONS=	6	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
XA	200.000000	INFINITY	200.000000
XB	300.000000	INFINITY	493.333313
X1A	-30.000000	0.000023	INFINITY
X1B	-30.000000	INFINITY	0.000031
X2A	-40.000000	INFINITY	0.000031
X2B	-40.000000	0.000023	INFINITY
X3A	-50.000000	81.000000	INFINITY
X3B	-50.000000	81.000000	INFINITY
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	1000.000000	INFINITY	200.000000
3	2000.000000	500.000000	1999.999878
4	3000.000000	INFINITY	3000.000000
5	0.000000	INFINITY	984.000000
6	0.000000	INFINITY	24.000000
7	0.000000	40.000000	INFINITY
8	0.000000	INFINITY	240.000000
9	0.000000	21.428572	14.285714
10	0.000000	480.000000	INFINITY
11	0.000000	25.000000	37.500000

Dari tabel diatas dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

- Jumlah bahan tambang 1 yang digunakan : $X1A + X1B = 800$ ton
- Jumlah bahan tambang 2 yang digunakan : $X2A + X2B = 2.000$ ton
- Jumlah bahan tambang 3 yang digunakan : $X3A + X3B = 0$ ton
- Logam campuran A yang dibuat = $XA = 1.680$ ton
- Logam campuran B yang dibuat = $XB = 1.200$ ton
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$592.000$

32. Tiga buah produk diproses berurutan pada dua buah mesin dengan waktu proses sbb:

Mesin	Waktu Proses per unit produk (jam)		
	Produk1	Produk 2	Produk 3
1	2	4	3
2	6	7	5

Ongkos mengoperasikan mesin 1 dan mesin 2 masing-masing adalah sebesar \$2 dan \$3 per jam. Waktu kerja mesin yang tersedia setiap minggu adalah 280 jam untuk mesin 1 dan 360 jam untuk mesin 2. Harga jual produk 1, 2, dan 3 masing-masing adalah \$65, \$76, dan \$58 per unit. Jika permintaan pasar akan produk 1 tidak lebih dari 25 unit, sedang permintaan akan produk 2 dan 3 sekurang-kurangnya sebanyak 30 dan 15 unit pada setiap minggunya, bagaimanakah rencana produksi yang terbaik?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimumkan keuntungan yang merupakan selisih antara harga jual dengan biaya produksi. Kita harus menentukan jumlah produk 1, produk 2 dan produk 3 yang harus dibuat agar keuntungan maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada.

Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah produk 1 yang dibuat = X_1 unit
 - Jumlah produk 2 yang dibuat = X_2 unit
 - Jumlah produk 3 yang dibuat = X_3 unit

- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan :
 - Keuntungan per unit produk 1 = $65 - (2x_2) - (6x_3) = 41$
 - Keuntungan per unit produk 2 = $76 - (4x_2) - (7x_3) = 47$
 - Keuntungan per unit produk 3 = $58 - (3x_2) - (5x_3) = 37$
 - Maximasi : $Z = 41 X_1 + 47 X_2 + 37 X_3$

- Fungsi pembatas :
 - Jam mesin 1 yang tersedia : $2 X_1 + 4 X_2 + 3 X_3 \leq 280$
 - jam mesin 2 yang tersedia : $6 X_1 + 7 X_2 + 5 X_3 \leq 360$
 - permintaan produk 1 : $X_1 \leq 25$
 - permintaan produk 2 : $X_2 \geq 30$
 - permintaan produk 3 : $X_3 \geq 15$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max : } 41 X_1 + 47 X_2 + 37 X_3$$

subject to :

$$2 X_1 + 4 X_2 + 3 X_3 \leq 280$$

$$6 X_1 + 7 X_2 + 5 X_3 \leq 360$$

$$X_1 \leq 25$$

$$X_2 \geq 30$$

$$X_3 \geq 15$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	2520.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	3.400000
X2	30.000000	0.000000
X3	30.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	70.000000	0.000000
3)	0.000000	7.400000
4)	25.000000	0.000000
5)	0.000000	-4.800000
6)	15.000000	0.000000
NO. ITERATIONS= 2		

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	41.000000	3.400002	INFINITY
X2	47.000000	4.800000	INFINITY
X3	37.000000	INFINITY	2.833334
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	280.000000	INFINITY	70.000000
3	360.000000	116.666664	75.000000
4	25.000000	INFINITY	25.000000
5	30.000000	10.714286	30.000000
6	15.000000	15.000000	INFINITY

33. Sebuah perusahaan memproduksi dua jenis pipa plastik yang dijual dalam satuan panjang 10 meter per unitnya. Proses pembuatan pipa dilakukan pada tiga jenis mesin dengan data waktu proses dan waktu mesin yang tersedia sebagai berikut:

Proses di mesin	Lama waktu proses (jam) per 10 m pipa		Jam mesin tersedia
	Pipa Jenis 1	Pipa Jenis 2	
1	4	6	60
2	2	2	40
3	2	1	30

Jika setiap unit pipa jenis 1 dan 2 (dengan panjang 10 m) memberikan keuntungan masing-masing sebesar \$34 dan \$40, Berapa unit masing-masing jenis pipa harus diproduksi agar diperoleh total keuntungan yang maksimum.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yaitu hasil penjualan pipa jenis 1 dan pipa jenis 2. Kita harus menentukan jumlah masing masing jenis pipa yang dibuat agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah jenis pipa 1 yang dibuat = X_1 unit
 - Jumlah jenis pipa 2 yang dibuat = X_2 unit
 - Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan
 - Maximasi : $Z = 34 X_1 + 40 X_2$
- Fungsi pembatas :
 - Jumlah jam tersedia mesin 1 : $4 X_1 + 6 X_2 \leq 60$
 - Jumlah jam tersedia mesin 2 : $2 X_1 + 2 X_2 \leq 40$
 - Jumlah jam tersedia mesin 3 : $2 X_1 + X_2 \leq 30$
- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max: } 34 X_1 + 40 X_2$$

subject to:

$$4 X_1 + 6 X_2 \leq 60$$

$$2 X_1 + 2 X_2 \leq 40$$

$$2 X_1 + X_2 \leq 30$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	510.0000		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	15.000000	0.000000	
X2	0.000000	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	5.750000	
3)	10.000000	0.000000	
4)	0.000000	5.500000	
NO. ITERATIONS=		2	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
OBJ COEFFICIENT RANGES			
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	34.000000	46.000000	7.333333
X2	40.000000	11.000000	23.000000
RIGHTHAND SIDE RANGES			
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	60.000000	40.000000	0.000000
3	40.000000	INFINITY	10.000000
4	30.000000	0.000000	20.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Jumlah pipa jenis 1 yang harus dibuat : $X_1 = 15$ unit
- Jumlah pipa jenis 2 yang harus dibuat : $X_2 = 0$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 510$

34. Sebuah perusahaan membuat tiga jenis produk dengan menggunakan dua jenis bahan baku utama. Komposisi bahan dan harga jual masing-masing produk adalah sebagai berikut:

Produk	Bahan 1 (unit)	Bahan 2 (unit)	Harga Jual (\$)
1	1	2	8
2	1	3	13,5
3	1	1	8,5

Bahan 1 dibeli dengan harga \$2/unit dan hanya tersedia tidak lebih dari 50 unit per hari, sedangkan bahan 2 dibeli dengan harga \$1,5/unit dan hanya tersedia tidak lebih dari 100 unit per hari. Agar kegiatan produksi ini ekonomis maka untuk produk 2 jumlahnya tidak boleh kurang dari 20 unit. Berapa unit masing-masing jenis produk harus diproduksi agar diperoleh total keuntungan yang maksimum.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yaitu harga jual dikurangi biaya beli bahan. Kita harus menentukan jumlah produk 1, produk 2 dan produk 3 yang harus dibuat agar keuntungan maksimum dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah produk 1 yang dibuat = X_1 unit
 - Jumlah produk 2 yang dibuat = X_2 unit
 - Jumlah produk 3 yang dibuat = X_3 unit
- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan

- Keuntungan per unit produk 1 = $8 - (1 \times 2) - (2 \times 1.5) = 3$
- Keuntungan per unit produk 2 = $13.5 - (1 \times 2) - (3 \times 1.5) = 7$
- Keuntungan per unit produk 3 = $8.5 - (1 \times 2) - (1 \times 1.5) = 5$
- Maximasi : $Z = 3X_1 + 7X_2 + 5X_3$

- Fungsi pembatas :

- Bahan baku 1 yang tersedia : $X_1 + X_2 + X_3 \leq 50$
- jam mesin 2 yang tersedia : $2 X_1 + 3 X_2 + X_3 \leq 100$
- permintaan produk 2 : $X_2 \geq 20$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

Max : $3 X_1 + 7 X_2 + 5 X_3$

subject to :

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 50$

$2 X_1 + 3 X_2 + X_3 \leq 100$

$X_2 \geq 20$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	300.0000		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	0.000000	3.000000	
X2	25.000000	0.000000	
X3	25.000000	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	4.000000	
3)	0.000000	1.000000	
4)	5.000000	0.000000	
NO. ITERATIONS=		2	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED :			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	3.000000	3.000000	INFINITY
X2	7.000000	8.000000	2.000000
X3	5.000000	2.000000	2.666667
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	50.000000	10.000000	16.666666
3	100.000000	50.000000	10.000000
4	20.000000	5.000000	INFINITY

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Jumlah produk 1 yang harus dibuat : $X1 = 0$ unit
- Jumlah produk 2 yang harus dibuat : $X2 = 25$ unit
- Jumlah produk 3 yang harus dibuat : $X3 = 25$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$300$

35. Sebuah perusahaan alat rumah tangga membuat empat jenis produk dengan bahan baku metal. Ada lima Departemen yang terlibat dalam proses pembuatan keempat jenis produk itu, yaitu Stamping, Drilling, Assembly, Finishing, dan Packaging. Pada bulan ini sheet metal yang tersedia untuk produk 2 dan 4 adalah 2000 m^2 , dengan kebutuhan 2 m^2 untuk setiap unit produk 2 dan 1.2 m^2 untuk setiap unit produk 4. Kecepatan produksi untuk masing-masing produk pada masing-masing Departemen, serta waktu kerja yang tersedia adalah sebagai berikut:

- Data Produk

Produk	Harga Jual/unit	Ongkos Var/unit	Potensi Pasar	
			Min	Maks
1	\$ 10	\$ 6	1000	6000
2	25	15	-	500
3	16	11	500	3000
4	20	14	100	1000

- Data Produksi :

Departemen	Kecepatan Produksi (jam per unit)				Waktu Tersedia
	Prod 1	Prod 2	Prod 3	Prod 4	
Stamping	0.03	0.15	0.05	0.10	400
Drilling	0.06	0.12	-	0.10	400
Assembly	0.05	0.10	0.05	0.12	500
Finishing	0.04	0.20	0.03	0.12	450
Packaging	0.02	0.06	0.02	0.05	400

Berapa unit masing-masing jenis produk harus diproduksi agar diperoleh total keuntungan yang maksimum?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan. Keuntungan adalah harga jual – ongkos variable. Kita harus menentukan jumlah produk 1, produk 2, produk 3 dan produk 4 yang harus dibuat agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan pembatas yang ada.

Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah produk 1 yang dibuat = X_1 unit
 - Jumlah produk 2 yang dibuat = X_2 unit
 - Jumlah produk 3 yang dibuat = X_3 unit
 - Jumlah produk 4 yang dibuat = X_4 unit

- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan
 - Keuntungan per unit produk 1 = $10 - 6 = 4$
 - Keuntungan per unit produk 2 = $25 - 15 = 10$
 - Keuntungan per unit produk 3 = $16 - 11 = 5$
 - Keuntungan per unit produk 4 = $20 - 14 = 6$
 - Maximasi : $Z = 4 X_1 + 10 X_2 + 5 X_3 + 6 X_4$

- Fungsi pembatas :

- Sheet metal yang tersedia : $2 X_1 + 1.2 X_4 \leq 2000$
 - Jam mesin stamping yang tersedia :
 $0.032 X_1 + 0.15 X_2 + 0.05 X_3 + 0.1 X_4 \leq 400$
 - Jam mesin drilling yang tersedia :
 $0.06 X_1 + 0.12 X_2 + 0.1 X_4 \leq 400$
 - Jam mesin assembling yang tersedia :
 $0.05 X_1 + 0.1 X_2 + 0.05 X_3 + 0.12 X_4 \leq 500$
 - Jam mesin finishing yang tersedia :
 $0.04 X_1 + 0.2 X_2 + 0.03 X_3 + 0.12 X_4 \leq 450$
 - jam mesin packaging yang tersedia :
 $0.02 X_1 + 0.06 X_2 + 0.02 X_3 + 0.05 X_4 \leq 400$
 - permintaan pasar produk 1 : $X_1 \geq 1000$
 - permintaan pasar produk 1 : $X_1 \leq 6000$
 - permintaan pasar produk 2 : $X_2 \leq 500$
 - permintaan pasar produk 3 : $X_3 \geq 500$
 - permintaan pasar produk 3 : $X_3 \leq 3000$
 - permintaan pasar produk 4 : $X_4 \geq 100$
 - permintaan pasar produk 4 : $X_4 \leq 1000$
- Pembatas tanda : $X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max: } 4 X_1 + 10 X_2 + 5 X_3 + 6 X_4$$

subject to :

$$2 X_2 + 1.2 X_4 \leq 2000$$

$$0.03 X_1 + 0.15 X_2 + 0.05 X_3 + 0.1 X_4 \leq 400$$

$$0.06 X_1 + 0.12 X_2 + 0.1 X_4 \leq 400$$

$$0.05 X_1 + 0.1 X_2 + 0.05 X_3 + 0.12 X_4 \leq 500$$

$$0.04 X_1 + 0.2 X_2 + 0.03 X_3 + 0.12 X_4 \leq 450$$

$$0.02 X_1 + 0.06 X_2 + 0.02 X_3 + 0.05 X_4 \leq 400$$

$$X_1 \geq 1000$$

X1 <= 6000
 X2 <= 500
 X3 >= 500
 X3 <= 3000
 X4 >= 100
 X4 <= 1000
 End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	42600.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	5500.000000	0.000000
X2	500.000000	0.000000
X3	3000.000000	0.000000
X4	100.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	880.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	66.666664
5)	13.000000	0.000000
6)	28.000000	0.000000
7)	195.000000	0.000000
8)	4500.000000	0.000000
9)	500.000000	0.000000
10)	0.000000	2.000000
11)	2500.000000	0.000000
12)	0.000000	5.000000
13)	0.000000	-0.666667
14)	900.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=		5

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	4.000000	1.000000	0.400000
X2	10.000000	INFINITY	2.000000
X3	5.000000	INFINITY	5.000000
X4	6.000000	0.666667	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	2000.000000	INFINITY	880.000000
3	400.000000	INFINITY	0.000000
4	400.000000	0.000000	270.000000
5	500.000000	INFINITY	13.000000
6	450.000000	INFINITY	28.000000
7	400.000000	INFINITY	195.000000
8	1000.000000	4500.000000	INFINITY
9	6000.000000	INFINITY	500.000000
10	500.000000	0.000000	250.000000
11	500.000000	2500.000000	INFINITY
12	3000.000000	0.000000	2500.000000
13	100.000000	0.000000	100.000000
14	1000.000000	INFINITY	900.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Jumlah produk 1 yang harus dibuat : $X_1 = 5.500$ unit
- Jumlah produk 1 yang harus dibuat : $X_1 = 500$ unit
- Jumlah produk 1 yang harus dibuat : $X_1 = 3.000$ unit
- Jumlah produk 1 yang harus dibuat : $X_1 = 100$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 42.600$

36. PT. Steelco yang memiliki tiga pabrik, memproduksi tiga jenis baja di ketiga pabriknya. Waktu untuk memproses 1 ton masing masing baja di pabrik 1 adalah 20, 16, dan 15 menit, demikian juga di pabrik 2 dan pabrik 3. Ongkos untuk membuat 1 ton baja jenis 1, 2, dan 3 adalah \$60, \$40 dan \$28 di pabrik 1; \$50, \$30, dan \$30 di pabrik 2; dan \$43, \$20 dan \$20 di pabrik 3. Setiap minggu masing-masing baja jenis 1, 2, dan 3 harus diproduksi paling sedikit sebanyak 100 ton, sedangkan waktu kerja di masing-masing pabrik adalah 40 jam/minggu. Tentukan jawab terbaik untuk persoalan di atas?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan biaya produksi. Kita harus menentukan jumlah masing masing jenis baja yang harus diproduksi di masing masing pabrik agar ongkosnya minimum dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah baja 1 yang dibuat diparik 1 = X_{11} ton
- Jumlah baja 1 yang dibuat diparik 2 = X_{12} ton
- Jumlah baja 1 yang dibuat diparik 3 = X_{13} ton
- Jumlah baja 2 yang dibuat diparik 1 = X_{21} ton
- Jumlah baja 2 yang dibuat diparik 2 = X_{22} ton
- Jumlah baja 2 yang dibuat diparik 3 = X_{23} ton
- Jumlah baja 3 yang dibuat diparik 1 = X_{31} ton
- Jumlah baja 3 yang dibuat diparik 2 = X_{32} ton
- Jumlah baja 3 yang dibuat diparik 3 = X_{33} ton

- Fungsi tujuan : Minimasi biaya

$$\text{Minimasi : } Z = 60X_{11} + 40X_{12} + 28X_{13} + 50X_{21} + 30X_{22} + 30X_{23} + 43X_{31} + 20X_{32} + 20X_{33}$$

- Fungsi pembatas :

- jam mesin pada pabrik 1 yang tersedia:
 $20 X_{11} + 16 X_{21} + 15 X_{31} \leq 2400$
- jam mesin pada pabrik 2 yang tersedia:
 $20 X_{12} + 16 X_{22} + 15 X_{32} \leq 2400$
- jam mesin pada pabrik 3 yang tersedia:
 $20 X_{13} + 16 X_{23} + 15 X_{33} \leq 2400$
- permintaan pasar baja 1 : $X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq 100$
- permintaan pasar baja 2 : $X_{21} + X_{22} + X_{23} \geq 100$
- permintaan pasar baja 3 : $X_{31} + X_{32} + X_{33} \geq 100$

- Pembatas tanda : $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{31}, X_{32}, X_{33} \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Min : } 60 X_{11} + 40 X_{12} + 28 X_{13} + 50 X_{21} + 30 X_{22} + 30 X_{23} + 43 X_{31} + 20 X_{32} + 20 X_{33}$$

subject to :

$$20 X_{11} + 16 X_{21} + 15 X_{31} \leq 2400$$

$$20 X_{12} + 16 X_{22} + 15 X_{33} \leq 2400$$

$$20 X_{13} + 16 X_{23} + 15 X_{33} \leq 2400$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq 100$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \geq 100$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \geq 100$$

End

Hasil perhitungannya adalah

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	7800.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	32.000000
X12	0.000000	12.000000
X13	100.000000	0.000000
X21	0.000000	20.000000
X22	75.000000	0.000000
X23	25.000000	0.000000
X31	0.000000	23.000000
X32	100.000000	0.000000
X33	0.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	2400.000000	0.000000
3)	1200.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	0.000000	-28.000000
6)	0.000000	-30.000000
7)	0.000000	-20.000000
NO. ITERATIONS=	4	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	60.000000	INFINITY	32.000000
X12	40.000000	INFINITY	12.000000
X13	28.000000	12.000000	28.000000
X21	50.000000	INFINITY	20.000000
X22	30.000000	9.600000	0.000000
X23	30.000000	0.000000	9.600000
X31	43.000000	INFINITY	23.000000
X32	20.000000	0.000000	20.000000
X33	20.000000	INFINITY	0.000000

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	2400.000000	INFINITY	2400.000000
3	2400.000000	INFINITY	1200.000000
4	2400.000000	1200.000000	400.000000
5	100.000000	20.000000	60.000000
6	100.000000	75.000000	75.000000
7	100.000000	INFINITY	100.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Jumlah baja 1 yang diproduksi pada parik 1 : $X_{11} = 0$ ton
- Jumlah baja 1 yang diproduksi pada parik 2 : $X_{12} = 0$ ton
- Jumlah baja 1 yang diproduksi pada parik 3 : $X_{13} = 100$ ton
- Jumlah baja 2 yang diproduksi pada parik 1 : $X_{21} = 0$ ton
- Jumlah baja 2 yang diproduksi pada parik 2 : $X_{22} = 75$ ton
- Jumlah baja 2 yang diproduksi pada parik 3 : $X_{23} = 25$ ton
- Jumlah baja 3 yang diproduksi pada parik 1 : $X_{31} = 0$ ton
- Jumlah baja 3 yang diproduksi pada parik 2 : $X_{32} = 100$ ton
- Jumlah baja 3 yang diproduksi pada parik 3 : $X_{33} = 0$ ton
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 7.800$

37. Suatu perusahaan memproduksi tiga jenis produk yang diproses di tiga mesin. Waktu proses setiap unit produk 1, 2, dan 3 di mesin 1 masing-masing adalah 3, 4, dan 3 menit; di mesin 2 masing-masing selama 2, 1, dan 3 menit; dan di mesin 3 masing-masing selama 1, 3, dan 3 menit. Setiap minggu, masing-masing mesin beroperasi selama 60 jam untuk mesin 1, 40 jam untuk mesin 2,

dan 80 jam untuk mesin 3. Jika setiap unit produk 1, 2, dan 3 masing-masing memberikan keuntungan sebesar \$2, \$4, dan \$3. Berapa jumlah unit masing-masing produk yang harus dibuat agar diperoleh total keuntungan maksimum.

Jawaban :

Kita harus menentukan jumlah produk 1, produk 2 dan produk 3 yang harus dibuat agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah produk 1 yang dibuat = X_1 ton
 - Jumlah produk 2 yang dibuat = X_2 ton
 - Jumlah produk 3 yang dibuat = X_3 ton

- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan
Maximasi : $Z = 2X_1 + 4X_2 + 3X_3$

- Fungsi pembatas :
 - Jam mesin 1 yang tersedia : $3 X_1 + 4 X_2 \leq 3600$
 - Jam mesin 2 yang tersedia : $2 X_1 + X_2 + 3 X_3 \leq 2400$
 - Jam mesin 3 yang tersedia : $X_1 + 3 X_3 + 3 X_3 \leq 4800$

- Pembatas tanda : $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

```
Max: 2 X1 + 4 X2 + 3 X3
subject to :
3 X1 + 4 X2 + 3 X3 <= 3600
2 X1 + X2 + 3 X3 <= 2400
X1 + 3 X3 + 3 X3 <= 4800
End
```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	3600.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	1.000000
X2	900.000000	0.000000
X3	0.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	1.000000
3)	1500.000000	0.000000
4)	4800.000000	0.000000
NO. ITERATIONS= 1		

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	2.000000	1.000000	INFINITY
X2	4.000000	INFINITY	0.000000
X3	3.000000	0.000000	INFINITY
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	3600.000000	6000.000000	3600.000000
3	2400.000000	INFINITY	1500.000000
4	4800.000000	INFINITY	4800.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan sebagai berikut :

- Jumlah produk 1 yang harus dibuat : $X1 = 0$ ton
- Jumlah produk 2 yang harus dibuat : $X2 = 900$ ton
- Jumlah produk 3 yang harus dibuat : $X3 = 0$ ton
- Keuntungan yang akan diperoleh = \$ 3.600

38. Sebuah perusahaan real estate mempunyai tanah seluas 800 are. Perusahaan tersebut merencanakan membangun berbagai tipe bangunan berupa rumah

untuk satu keluarga, rumah untuk dua keluarga, rumah untuk tiga keluarga dan tempat rekreasi. Aturan yang ditetapkan perusahaan adalah:

- Setiap rumah untuk satu keluarga memerlukan tanah seluas 2 are
- Setiap rumah untuk dua keluarga memerlukan tanah seluas 3 are
- Setiap rumah untuk tiga keluarga memerlukan tanah seluas 5 are
- Setiap tempat rekreasi memerlukan tanah seluas 1 are
- Setiap tempat rekreasi dapat digunakan maksimum oleh 200 keluarga.

Luas tanah yang dialokasikan untuk jalan dan fasilitas umum adalah 15 % dari luas tanah yang ada. Perusahaan menetapkan bahwa jumlah rumah untuk satu keluarga minimum 50 % dari jumlah rumah total (untuk satu keluarga, untuk dua keluarga dan untuk tiga keluarga). Berdasarkan pengalaman diketahui keuntungan yang dapat diperoleh dari setiap rumah adalah:

- a. Rumah untuk satu keluarga US \$ 10.000
- b. Rumah untuk dua keluarga US \$ 12.000
- c. Rumah untuk tiga keluarga US \$ 15.000

Besarnya biaya untuk pelayanan air bersih proporsional terhadap jumlah rumah yang dibangun tetapi minimum \$100.000 untuk seluruh rumah dan tempat rekreasi yang dibangun. Jumlah air bersih yang dapat disediakan setiap hari maksimum 200.000 gallon. Berikut perkiraan biaya pelayanan air bersih dan kebutuhan perhari setiap type rumah dan tempat rekreasi:

Uraian	Rumah untuk satu keluarga	Rumah untuk dua keluarga	Rumah untuk tiga keluarga	Tempat rekreasi
Biaya pelayanan air bersih per unit (\$)	1000	1200	1400	800
Kebutuhan air per unit (gallon per hari)	400	600	840	450

Berapa banyak masing-masing type rumah dan tempat rekreasi yang sebaiknya dibangun?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang diperoleh dari penjualan rumah. Kita harus menentukan jumlah rumah untuk satu keluarga, untuk dua keluarga, tiga keluarga, dan tempat rekreasi yang harus dibangun agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada.

Misalkan:

- X_1 = jumlah rumah yang dibangun untuk satu keluarga
- X_2 = jumlah rumah yang dibangun untuk dua keluarga
- X_3 = jumlah rumah yang dibangun untuk tiga keluarga
- X_4 = jumlah tempat rekreasi yang dibangun
- Keuntungan = $10.000 X_1 + 12.000 X_2 + 15.000 X_3$

Pembatas tanah yang bisa dibangun:

$$2 X_1 + 3 X_2 + 5 X_3 + X_4 \leq 0.85 (800)$$

Rumah untuk satu keluarga:

$$\frac{X_1}{X_1 + X_2 + X_3} \geq 0.5$$

Jumlah tempat rekreasi:

$$X_4 \geq \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{200}$$

Biaya pelayanan air bersih:

$$1000 X_1 + 1200 X_2 + 1400 X_3 + 800 X_4 \geq 100,000$$

Kebutuhan air:

$$400 X_1 + 600 X_2 + 840 X_3 + 450 X_4 \leq 200,000$$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Max } 10.000 X1 + 12.000 X2 + 15.000 X3$$

subject to

$$2 X1 + 3 X2 + 5 X3 + X4 \leq 680$$

$$0.5 X1 - 0.5 X2 - 0.5 X3 \geq 0$$

$$- X1 - 2 X2 - 3 X3 + 200 X4 \geq 0$$

$$1000 X1 + 1200 X2 + 1400 X3 + 800 X4 \geq 100000$$

$$400 X1 + 600 X2 + 840 X3 + 450 X4 \leq 200000$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	3391521.	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	339.152130	0.000000
X2	0.000000	3012.468750
X3	0.000000	10012.468750
X4	1.695761	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	4987.531250
3)	169.576065	0.000000
4)	0.000000	-24.937656
5)	240508.734375	0.000000
6)	63576.058594	0.000000
NO. ITERATIONS=		6

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa rumah yang harus dibangun adalah rumah untuk satu keluarga sebanyak $X1 = 339.15$ unit. Rumah untuk dua keluarga dan tiga keluarga tidak harus dibangun, sedangkan tempat rekreasi yang perlu dibangun adalah $X4 = 1.69$ unit, sehingga keuntungan yang akan diperoleh adalah \$ 3.391.521

Catatan :

Karena jumlah yang terjual harus bilangan bulat maka tambahkan “*gin 4*” pada baris setelah baris End. Hasilnya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	3390000.	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	339.000000	-10000.000000
X2	0.000000	-12000.000000
X3	0.000000	-15000.000000
X4	2.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	169.500000	0.000000
4)	61.000000	0.000000
5)	240600.000000	0.000000
6)	63500.000000	0.000000
NO. ITERATIONS= 17		
BRANCHES= 1 DETERM.= 1.000E 0		

39. Sebuah perusahaan sedang membuat rencana produksi untuk tiga bulan ke depan. Produksi dapat dilakukan baik pada *regular time* maupun pada *over time*. Data ongkos, kapasitas dan permintaan akan produk setiap bulan dapat dilihat pada table berikut :

Bulan	Kapasitas (unit)		Ongkos produksi (\$/unit)		Permintaan (unit)
	<i>Regular time</i>	<i>Over time</i>	<i>Regular time</i>	<i>Over time</i>	
1	100	20	14	18	60
2	100	10	17	22	80
3	60	20	17	22	140

Permintaan tersebut (baik sebagian maupun seluruhnya) dapat dipenuhi dari persediaan, dari produksi atau dengan cara back-order. (Back order artinya permintaan bulan ini dipenuhi dari hasil produksi bulan yang akan datang, sebaliknya inventory artinya permintaan bulan ini dipenuhi dari hasil produksi bulan sebelumnya). Ongkos inventory per unit per bulan adalah \$1, dan inventory pada awal bulan ke 1 adalah 15 unit. Ongkos back order adalah \$2 per unit per bulan, dan pada awal bulan ke 1 tidak ada back order. Pada akhir

bulan ke 3 tidak ada inventory maupun back order. Buatlah rencana produksi untuk 3 bulan ke depan.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan ongkos. Ongkos terdiri dari ongkos produksi, ongkos inventory/persediaan dan ongkos back order/denda. Kita harus menentukan rencana produksi agar ongkosnya minimum dengan memperhatikan pembatas yang ada.

Misalkan :

- Jumlah yang diproduksi pada bulan ke-1 pada waktu normal = R1 unit
- Jumlah yang diproduksi pada bulan ke-2 pada waktu normal = R2 unit
- Jumlah yang diproduksi pada bulan ke-3 pada waktu normal = R3 unit
- Jumlah yang diproduksi pada bulan ke-1 pada waktu lembur = O1 unit
- Jumlah yang diproduksi pada bulan ke2 pada waktu lembur = O2 unit
- Jumlah yang diproduksi pada bulan ke3 pada waktu lembur = O3 unit
- Jumlah persediaan pada akhir bulan ke 1 = I1 unit
- Jumlah persediaan pada akhir bulan ke 2 = I2 unit
- Jumlah back order pada akhir bulan ke I = B1 unit
- Jumlah back order pada akhir bulan ke 2 = B2 unit

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{MIN } 14 R1 + 17 R2 + 17 R3 + 18 O1 + 22 O2 + 22 O3 + I1 + I2$$

$$+ 2 B1 + 2 B2$$

subject to

$$R1 + O1 - I1 + B1 = 45$$

$$R2 + O2 + I1 - I2 - B1 + B2 = 80$$

$$R3 + O3 + I2 - B2 = 140$$

$$R1 \leq 100$$

$$R2 \leq 100$$

$$R3 \leq 60$$

$$O1 \leq 20$$

$$O2 \leq 10$$

O3 <= 20

END

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 10		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	4350.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
R1	100.000000	0.000000
R2	100.000000	0.000000
R3	60.000000	0.000000
O1	5.000000	0.000000
O2	0.000000	3.000000
O3	0.000000	2.000000
I1	60.000000	0.000000
I2	80.000000	0.000000
B1	0.000000	3.000000
B2	0.000000	3.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-18.000000
3)	0.000000	-19.000000
4)	0.000000	-20.000000
5)	0.000000	4.000000
6)	0.000000	2.000000
7)	0.000000	3.000000
8)	15.000000	0.000000
9)	10.000000	0.000000
10)	20.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	10	

Dari tabel diatas dapat disimpulkan sebagai berikut :

- Jumlah produksi pada bulan ke 1 pada waktu normal : R1 = 100 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 2 pada waktu normal : R2 = 100 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 3 pada waktu normal : R3 = 60 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 1 pada waktu lembur : O1 = 5 unit
- Biaya total : Z = \$ 4.350

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
R1	14.000000	4.000000	INFINITY
R2	17.000000	2.000000	INFINITY
R3	17.000000	3.000000	INFINITY
O1	18.000000	2.000000	2.000000
O2	22.000000	INFINITY	3.000000
O3	22.000000	INFINITY	2.000000
I1	1.000000	2.000000	2.000000
I2	1.000000	2.000000	3.000000
B1	2.000000	INFINITY	3.000000
B2	2.000000	INFINITY	3.000000
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	45.000000	15.000000	5.000000
3	80.000000	15.000000	5.000000
4	140.000000	15.000000	5.000000
5	100.000000	5.000000	15.000000
6	100.000000	5.000000	15.000000
7	60.000000	5.000000	15.000000
8	20.000000	INFINITY	15.000000
9	10.000000	INFINITY	10.000000
10	20.000000	INFINITY	20.000000

40. Sebuah bank sedang menentukan jumlah dana yang akan dialokasikan untuk berbagai jenis kredit bagi para nasabahnya. Jumlah dana yang tersedia adalah US \$ 12 juta. Berdasarkan pengalaman diketahui bahwa akan terjadi kredit macet, yaitu kredit yang tidak kembali dan tidak menghasilkan bunga. Adapun data jenis kredit yang akan diselenggarakan, tingkat bunga dan perkiraan rasio terjadinya kredit macet adalah sebagai berikut.

No	Jenis Kredit	Tingkat bunga	Ratio kredit macet
1	Kebutuhan Pribadi	0,140	0,10
2	Pembelian Mobil	0,130	0,07
3	Pembelian Rumah	0,120	0,03

4	Usaha Pertanian	0,125	0,05
5	Usaha Perdagangan	0,100	0,02

Bank tersebut mempunyai kebijakan sbb:

- minimum 40 % dari dana tersedia dialokasikan untuk usaha pertanian dan perdagangan.
- kredit untuk pembelian rumah dialokasikan minimum 50 % dari kredit untuk kebutuhan pribadi, pembelian rumah dan pembelian mobil.
- Jumlah total kredit macet maksimum 4 % dari dana yang dipinjamkan.

Bagaimana sebaiknya alokasi dana untuk masing-masing jenis kredit?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yaitu hasil bunga dikurangi pinjaman yang tidak kembali/macet. Kita harus menentukan jumlah dana yang disalurkan pada kredit kebutuhan pribadi, kredit pembelian mobil, kredit pembelian rumah, kredit usaha pertanian dan kredit untuk usaha perdagangan agar keuntungan maksimum dengan memperhatikan dana yang tersedia, tingkat bunga dan resiko macet dan batasan yang ada.

Misalkan

- X1 jumlah dana untuk kredit kebutuhan pribadi
- X2 jumlah dana untuk kredit pembelian mobil
- X3 jumlah dana untuk kredit pembelian rumah
- X4 jumlah dana untuk kredit usaha pertanian
- X5 jumlah dana untuk kredit usaha perdagangan

Maksimalkan Keuntungan = hasil bunga – kredit macet

$$= (0.14 (X1 - 0.1 X1) - 0.1 X1) + (0.13 (X2 - 0.07 X2) - 0.07 X2) \\ + (0.12 (X3 - 0.03 X3) - 0.03 X3) + (0.125 (X4 - 0.05 X4) - 0.05 X4) \\ + (0.1 (X5 - 0.02 X5) - 0.02 X5)$$

$$\text{Maks } 0.026 X1 + 0.0509 X2 + 0.0864 X3 + 0.07875 X4 + 0.078 X5$$

Dengan pembatas

$$X1 + X2 + X3 + X4 + X5 \leq 12$$

$$X4 + X5 \geq (0.4) 12$$

$$\frac{X3}{X1 + X2 + X3} \geq 0.5$$

$$\frac{X1 + 0.07 X2 + 0.03 X3 + 0.05 X4 + 0.02 X5}{X1 + X2 + X3 + X4 + X5} \leq 0.04$$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

Max 0.026 X1 + 0.0509 X2 + 0.0864 X3 + 0.07875 X4 + 0.078 X5

Subject to

$$X1 + X2 + X3 + X4 + X5 \leq 12$$

$$X4 + X5 \geq 4.8$$

$$-0.5 X1 - 0.5 X2 + 0.5 X3 \geq 0$$

$$0.06 X1 + 0.03 X2 - 0.01 X3 + 0.01 X4 - 0.02 X5 \leq 0$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

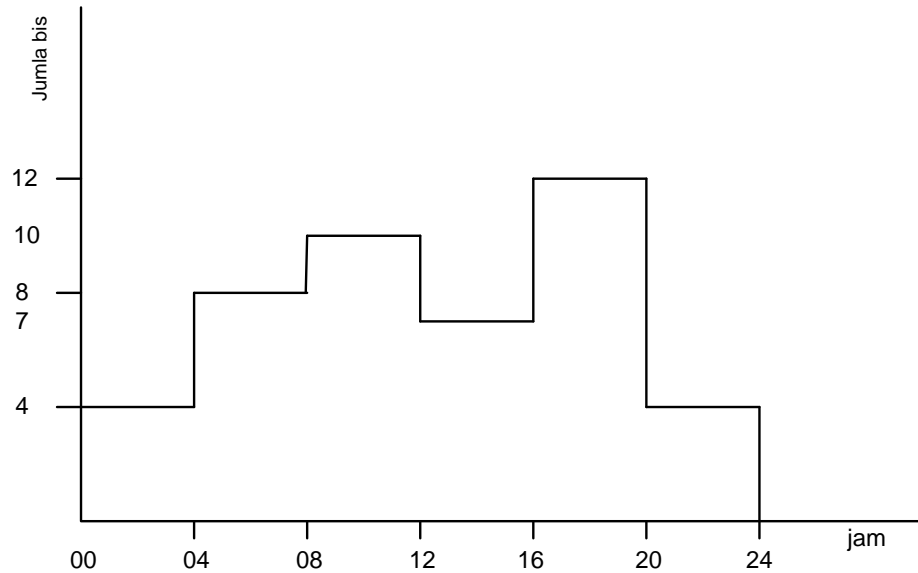
LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	1.000000		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	0.000000	0.060400	
X2	0.000000	0.035500	
X3	7.200000	0.000000	
X4	4.800000	0.000000	
X5	0.000000	0.000750	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	0.086400	
3)	0.000000	-0.007650	
4)	3.600000	0.000000	
5)	0.024000	0.000000	
NO. ITERATIONS=		6	

Dari tabel tersebut dapat disimpulkan :

- Dana yang disalurkan untuk kebutuhan pribadi : X1 = \$ 0
- Dana yang disalurkan untuk kebutuhan pribadi : X1 = \$ 0
- Dana yang disalurkan untuk kebutuhan pribadi : X1 = \$ 7.2 juta
- Dana yang disalurkan untuk kebutuhan pribadi : X1 = \$ 4.8 juta

- Dana yang disalurkan untuk kebutuhan pribadi : $X_1 = \$ 0$
- Keuntungan yang akan diperoleh : $Z = \$ 1.0$ juta

41. Pemerintah suatu kota sedang membuat jadwal pengoperasian bis kota. Kebutuhan bis setiap waktu dapat digambarkan sebagai berikut :



Setiap bis beroperasi 8 jam sehari. Pengaturan shift operasi bis dilakukan setiap 4 jam. Berapa jumlah minimum bis yang diperlukan untuk melayani kebutuhan alat transportasi di kota tersebut ?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan jumlah bis yang diperlukan. Kita harus menentukan jumlah bis yang dioperasikan pada setiap shift agar jumlahnya minimum

Misalkan :

- X_1 = jumlah bis yang dioperasikan pada shift 1
- X_2 = jumlah bis yang dioperasikan pada shift 2
- X_3 = jumlah bis yang dioperasikan pada shift 3
- X_4 = jumlah bis yang dioperasikan pada shift 4
- X_5 = jumlah bis yang dioperasikan pada shift 5
- X_6 = jumlah bis yang dioperasikan pada shift 6

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

$$\text{MIN } X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6$$

SUBJECT TO

$$X1 + X6 \geq 4$$

$$X1 + X2 \geq 8$$

$$X2 + X3 \geq 10$$

$$X3 + X4 \geq 7$$

$$X4 + X5 \geq 12$$

$$X5 + X6 \geq 4$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	26.000000		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	0.000000	0.000000	
X2	8.000000	0.000000	
X3	2.000000	0.000000	
X4	12.000000	0.000000	
X5	0.000000	0.000000	
X6	4.000000	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	-1.000000	
3)	0.000000	0.000000	
4)	0.000000	-1.000000	
5)	7.000000	0.000000	
6)	0.000000	-1.000000	
7)	0.000000	0.000000	
NO. ITERATIONS=	5		

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Jumlah bis yang harus dioperasikan pada shift 1 : $X_1 = 0$ unit
- Jumlah bis yang harus dioperasikan pada shift 2 : $X_2 = 8$ unit
- Jumlah bis yang harus dioperasikan pada shift 3 : $X_3 = 2$ unit
- Jumlah bis yang harus dioperasikan pada shift 4 : $X_4 = 12$ unit
- Jumlah bis yang harus dioperasikan pada shift 5 : $X_5 = 0$ unit
- Jumlah bis yang harus dioperasikan pada shift 6 : $X_6 = 4$ unit
- Jumlah total bis yang harus dioperasikan : $Z = 26$ unit

42. Sebuah perusahaan membuat dua jenis produk A dan B, masing-masing dengan keuntungan sebesar \$40 dan \$30 per-unit. Waktu pembuatan produk A adalah dua kali waktu pembuatan produk B, dan apabila hanya produk B yang dibuat maka perusahaan akan dapat membuat 1000 unit per-hari. Bahan baku utama untuk kedua jenis produk tersebut tersedia untuk membuat 800 unit per-hari (kombinasi produk A dan B), sedang bahan baku khusus yang tersedia adalah untuk produk A sebanyak 400 unit per-hari dan untuk produk B sebanyak 700 unit per-hari. Bagaimanakah rencana produksi optimumnya?

Jawaban :

Tujuan persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang diperoleh dari penjualan produk A dan produk B. Kita harus menentukan jumlah produk A dan produk B yang sebaiknya dibuat agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah produk A yang dibuat = X_1 ton
 - Jumlah produk B yang dibuat = X_2 ton
- Fungsi tujuan : Maximasi : $Z = 40 X_1 + 30 X_2$
- Fungsi pembatas :
 - Waktu yang tersedia : $2 X_1 + X_2 \leq 1000$
 - Bahan baku yang tersedia : $X_1 + X_2 \leq 800$

- Bahan baku A yang tersedia : $X1 \leq 400$
- Bahan baku B yang tersedia : $X2 \leq 700$

- Pembatas tanda : $X1, X2 \geq 0$

Dengan menggunakan software *LINDO* maka formulasi di atas dituliskan sebagai berikut:

Max: $40 X1 + 30 X2$

subject to :

$2 X1 + X2 \leq 1000$

$X1 + X2 \leq 800$

$X1 \leq 400$

$X2 \leq 700$

end

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	26000.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	200.000000	0.000000
X2	600.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	10.000000
3)	0.000000	20.000000
4)	200.000000	0.000000
5)	100.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	3	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	40.000000	20.000000	10.000000
X2	30.000000	10.000000	10.000000
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	1000.000000	200.000000	100.000000
3	800.000000	50.000000	200.000000
4	400.000000	INFINITY	200.000000
5	700.000000	INFINITY	100.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Jumlah produk A yang harus dibuat : $X_1 = 200$ unit
- Jumlah produk B yang harus dibuat : $X_2 = 600$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh : \$ 26.000

43. PT Astra Internasional saat ini memproduksi dua jenis mobil keluarga, yaitu Kadal dan Buaya. Perkiraan jumlah unit mobil yang dapat dijual pada tiga bulan ke depan paling banyak adalah sebagai berikut:

Bulan ke	Kadal	Buaya
1	600	1100
2	700	1500
3	500	1200

Harga jual mobil Kadal adalah Rp. 80 juta per unit sedangkan harga mobil Buaya adalah Rp. 90 juta per unit. Harga pokok penjualannya adalah sebesar Rp. 60 juta per unit untuk Kadal dan Rp. 75 juta per unit untuk Buaya. Ongkos simpan/unit/bulan adalah Rp. 1.5 juta untuk mobil Kadal dan Rp. 2.0 juta untuk mobil Buaya. Setiap bulan hanya dapat diproduksi paling banyak 1500 unit mobil, tetapi manajemen PT Astra menetapkan bahwa pada bulan ke-1 paling sedikit $\frac{2}{3}$ bagian (66%) dari mobil yang diproduksi adalah mobil Kadal. Diketahui bahwa pada awal bulan ke-1 terdapat stock mobil Kadal sebanyak

200 unit dan stock mobil Buaya sebanyak 100 unit. Bagaimanakah rencana produksi terbaik agar diperoleh total keuntungan yang maksimum?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yaitu hasil penjualan dikurangi biaya simpan. Kita harus menentukan berapa banyak mobil Kadal dan Buaya yang sebaiknya diproduksi agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah produk Kadal yang diproduksi pada bulan ke 1 = $X1A$ unit
- Jumlah produk Kadal yang diproduksi pada bulan ke 2 = $X2A$ unit
- Jumlah produk Kadal yang diproduksi pada bulan ke 3 = $X3A$ unit
- Jumlah produk Buaya yang diproduksi pada bulan ke 1 = $X1B$ unit
- Jumlah produk Buaya yang diproduksi pada bulan ke 2 = $X2B$ unit
- Jumlah produk Buaya yang diproduksi pada bulan ke 3 = $X3B$ unit

- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan

- Keuntungan per unit Kadal = $80 - 60 = 20$
- Keuntungan per unit Buaya = $90 - 75 = 15$

$$\text{Maximasi : } Z = 20 (D1 + D2 + D3) + 15 (C1 + C2 + C3) \\ - 2 (I1A + I2A + I3A) - 3.5 (I1B + I2B + I3B)$$

- Fungsi pembatas :

- Kapasitas produksi bulan 1 : $X1A + X1B \leq 1500$
- Kapasitas produksi bulan 2 : $X2A + X2B \leq 1500$
- Kapasitas produksi bulan 3 : $X3A + X3B \leq 1500$
- Penjualan Kadal bulan 1 : $X1A \leq 1100$
- Penjualan Kadal bulan 2 : $X2A \leq 1500$
- Penjualan Kadal bulan 3 : $X3A \leq 1200$
- Penjualan Buaya bulan 1 : $X1B \leq 600$

- Penjualan Buaya bulan 2 : $X2B \leq 700$
 - Penjualan Buaya bulan 3 : $X1A \leq 500$
 - Perbandingan produksi bulan 1 : $X1A \geq \frac{2}{3} (X1A + X1B)$
 - Persediaan Kadal pada bulan 1 : $200 + X1A - D1 = I1A$
 - Persediaan Kadal pada bulan 2 : $I1A + X2A - D2 = I2A$
 - Persediaan Kadal pada bulan 3 : $I2A + X3A - D3 = I3A$
 - Persediaan Buaya pada bulan 1 : $100 + X1B - C1 = I1B$
 - Persediaan Buaya pada bulan 2 : $I1B + X2B - C2 = I2B$
 - Persediaan Buaya pada bulan 3 : $I2B + X3B - C3 = I3B$
- Pembatas tanda : $X1A, X2A, X3A, X1B, X2B, X3B, I1A, I2A, I3A, I1B, I2B, I3B \geq 0$

Dengan menggunakan *software LINDO* formulasi di atas dituliskan :

$$\text{Max : } 20 D1 + 20 D2 + 20 D3 + 15 C1 + 15 C2 + 15 C3 \\ - 2 I1A - 2 I2A - 2 I3A - 3.5 I1B - 3.5 I2B - 3.5 I3B$$

subject to :

$$X1A + X1B \leq 1500$$

$$X2A + X2B \leq 1500$$

$$X3A + X3B \leq 1500$$

$$D1 \leq 1100$$

$$D2 \leq 1500$$

$$D3 \leq 1200$$

$$C1 \leq 600$$

$$C2 \leq 700$$

$$C3 \leq 500$$

$$0.33 X1A - 0.66 X1B \geq 0$$

$$X1A - I1A - D1 = -200$$

$$I1A + X2A - I2A - D2 = 0$$

$$I2A + X3A - I3A - D3 = 0$$

$$X1B - I1B - C1 = -100$$

$$I1B + X2B - I2B - C2 = 0$$

$$I2B + X3B - I3B - C3 = 0$$

End

Hasil perhitungannya adalah :

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 13

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 90800.00

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
D1	1100.000000	0.000000
D2	1500.000000	0.000000
D3	1200.000000	0.000000
C1	600.000000	0.000000
C2	100.000000	0.000000
C3	300.000000	0.000000
I1A	100.000000	0.000000
I2A	0.000000	2.000000
I3A	0.000000	17.000000
I1B	0.000000	3.500000
I2B	0.000000	3.500000
I3B	0.000000	18.500000
X1A	1000.000000	0.000000
X1B	500.000000	0.000000
X2A	1400.000000	0.000000
X2B	100.000000	0.000000
X3A	1200.000000	0.000000
X3B	300.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	13.666667
3)	0.000000	15.000000
4)	0.000000	15.000000
5)	0.000000	7.000000
6)	0.000000	5.000000
7)	0.000000	5.000000
8)	0.000000	0.000000
9)	600.000000	0.000000
10)	200.000000	0.000000
11)	0.000000	-2.020202
12)	0.000000	-13.000000
13)	0.000000	-15.000000
14)	0.000000	-15.000000
15)	0.000000	-15.000000
16)	0.000000	-15.000000
17)	0.000000	-15.000000

NO. ITERATIONS= 13

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
D1	20.000000	INFINITY	7.000000
D2	20.000000	INFINITY	5.000000
D3	20.000000	INFINITY	5.000000
C1	15.000000	INFINITY	2.000000
C2	15.000000	2.000000	2.000000
C3	15.000000	2.000000	15.000000
I1A	-2.000000	2.000000	20.500000
I2A	-2.000000	2.000000	INFINITY
I3A	-2.000000	17.000000	INFINITY
I1B	-3.500000	3.500000	INFINITY
I2B	-3.500000	3.500000	INFINITY
I3B	-3.500000	18.500000	INFINITY
X1A	0.000000	2.000000	20.500000
X1B	0.000000	INFINITY	2.000000
X2A	0.000000	2.000000	2.000000
X2B	0.000000	2.000000	2.000000
X3A	0.000000	17.000000	2.000000
X3B	0.000000	2.000000	15.000000

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	1500.000000	0.000000	150.000000
3	1500.000000	600.000000	100.000000
4	1500.000000	200.000000	300.000000
5	1100.000000	100.000000	600.000000
6	1500.000000	100.000000	600.000000
7	1200.000000	300.000000	200.000000
8	600.000000	INFINITY	0.000000
9	700.000000	INFINITY	600.000000
10	500.000000	INFINITY	200.000000
11	0.000000	495.000031	0.000000
12	-200.000000	100.000000	600.000000
13	0.000000	100.000000	600.000000
14	0.000000	300.000000	200.000000
15	-100.000000	600.000000	0.000000
16	0.000000	100.000000	600.000000
17	0.000000	300.000000	200.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Jumlah produksi Kadal pada bulan ke 1 = X1A = 1000 unit
- Jumlah produksi Kadal pada bulan ke 2 = X2A = 1400 unit
- Jumlah produksi Kadal pada bulan ke 3 = X3A = 1200 unit
- Jumlah produksi Buaya pada bulan ke 1 = X1B = 500 unit
- Jumlah produksi Buaya pada bulan ke 2 = X2B = 100 unit
- Jumlah produksi Buaya pada bulan ke 3 = X3B = 300 unit

- Penjualan Kadal pada bulan ke 1 = $D1 = 1100$ unit
- Penjualan Kadal pada bulan ke 2 = $D2 = 1500$ unit
- Penjualan Kadal pada bulan ke 3 = $D3 = 1200$ unit
- Penjualan Buaya pada bulan ke 1 = $C1 = 600$ unit
- Penjualan Buaya pada bulan ke 2 = $C2 = 100$ unit
- Penjualan Buaya pada bulan ke 3 = $C3 = 300$ unit
- Keuntungan yang dapat diperoleh = $Z = \text{Rp } 90.800$ juta

44. Suatu pabrik memproduksi lima jenis produk dengan menggunakan empat mesin. Waktu proses yang diperlukan untuk membuat setiap unit produk, jumlah unit mesin yang ada, dan profit per unit setiap produk adalah seperti pada tabel berikut.

Machine	Qty	Product 1	Product 2	Product 3	Product 4	Product 5
M1	4	1.2	1.3	0.7	0	0.5
M2	5	0.7	2.2	1.6	0.5	1.0
M3	3	0.9	0.7	1.3	1.0	0.8
M4	7	1.4	2.8	0.5	1.2	0.6
Unit profit (\$)		18	25	10	12	15

Setiap mesin beroperasi selama 40 jam per minggu. Berapa unitkah setiap produk harus dibuat agar diperoleh total profit yang maksimum?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan produk 1, 2, 3, 4 dan 5. Kita harus menentukan jumlah setiap produk yang harus dibuat agar diperoleh keuntungan yang maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada

Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah produk 1 yang harus dibuat = $X1$ unit

- Jumlah produk 2 yang harus dibuat = X2 unit
 - Jumlah produk 3 yang harus dibuat = X3 unit
 - Jumlah produk 4 yang harus dibuat = X4 unit
 - Jumlah produk 5 yang harus dibuat = X5 unit
- Fungsi tujuan : Maximasi keuntungan
 Maximasi : $Z = 18 X1 + 25 X2 + 10 X3 + 12 X4 + 15 X5$
- Fungsi pembatas :
- Kapasitas mesin 1:
 $1.2 X1 + 1.3 X2 + 0.7 X3 + 0X4 + 0.5 X5 \leq 4 \times 40$
 - Kapasitas mesin 2:
 $0.7 X1 + 2.2 X2 + 1.6 X3 + 0.5 X4 + X5 \leq 5 \times 40$
 - Kapasitas mesin 3:
 $0.9 X1 + 0.7 X2 + 1.3 X3 + X4 + 0.8 X5 \leq 3 \times 40$
 - Kapasitas mesin 4:
 $1.4 X1 + 2.8 X2 + 0.5 X3 + 1.2 X4 + 0.6 X5 \leq 7 \times 40$
- Pembatas tanda : $X1, X2, X3, X4, X5 \geq 0$

Dengan menggunakan *software LINDO* formulasi di atas dituliskan :

Max: $18 X1 + 25 X2 + 10 X3 + 12 X4 + 15 X5$
 subject to :
 $1.2 X1 + 1.3 X2 + 0.7 X3 + 0X4 + 0.5 X5 \leq 160$
 $0.7 X1 + 2.2 X2 + 1.6 X3 + 0.5 X4 + X5 \leq 200$
 $0.9 X1 + 0.7 X2 + 1.3 X3 + X4 + 0.8 X5 \leq 120$
 $1.4 X1 + 2.8 X2 + 0.5 X3 + 1.2 X4 + 0.6 X5 \leq 280$
 End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	2988.727	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	58.961369	0.000000
X2	62.634579	0.000000
X3	0.000000	13.530293
X4	10.576314	0.000000
X5	15.642812	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	4.819506
3)	0.000000	5.201604
4)	0.000000	8.963479
5)	0.000000	0.363099
NO. ITERATIONS= 4		

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	18.000000	6.806630	4.744828
X2	25.000000	16.815842	1.156303
X3	10.000000	13.530293	INFINITY
X4	12.000000	5.922179	0.710010
X5	15.000000	0.363061	5.090909
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	160.000000	12.996108	60.651466
3	200.000000	30.363634	15.309916
4	120.000000	117.504951	18.870056
5	280.000000	15.641162	20.681114

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Jumlah produk 1 yang harus dibuat : $X_1 = 58.9$ unit
- Jumlah produk 2 yang harus dibuat : $X_2 = 62.6$ unit
- Jumlah produk 3 yang harus dibuat : $X_3 = 0$ unit
- Jumlah produk 4 yang harus dibuat : $X_4 = 10.5$ unit
- Jumlah produk 5 yang harus dibuat : $X_5 = 15.6$ unit

- Keuntungan yang dapat diperoleh : $Z = \$ 2.988$

Catatan :

Karena jumlah yang terjual harus bilangan bulat tambahkan baris “*Gin 5*” setelah baris End.

```

Max: 18 X1 + 25 X2 + 10 X3 + 12 X4 + 15 X5
subject to :
1.2 X1 + 1.3 X2 + 0.7 X3 + 0X4 + 0.5 X5 <= 160
0.7 X1 + 2.2 X2 + 1.6 X3 + 0.5 X4 + X5 <= 200
0.9 X1 + 0.7 X2 + 1.3 X3 + X4 + 0.8 X5 <= 120
1.4 X1 + 2.8 X2 + 0.5 X3 + 1.2 X4 + 0.6 X5 <= 280
End
gin 5

```

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	2984.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	58.000000	-18.000000
X2	62.000000	-25.000000
X3	0.000000	-10.000000
X4	10.000000	-12.000000
X5	18.000000	-15.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.800000	0.000000
3)	-0.000002	0.000000
4)	0.000002	0.000000
5)	2.400003	0.000000
NO. ITERATIONS= 55		
BRANCHES= 12 DETERM.= 1.000E 0		

45. Seorang pengusaha ternak ayam membutuhkan paling sedikit 800 Kg pakan khusus setiap harinya. Pakan tersebut merupakan campuran dari jagung dan kedelai dengan komposisi sebagai berikut:

Bahan	Kandungan per Kg		Harga (\$/Kg)
	Protein	Fiber	
Jagung	0.09	0.02	0.30
Kedelai	0.60	0.06	0.90

Pakan tersebut harus mengandung paling sedikit 30% protein dan tidak lebih dari 5% fiber.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan biaya produksi. Biaya produksi ialah biaya pembelian bahan. Kita harus menentukan berapa banyak jagung dan kedelai yang dipakai untuk memproduksi pakan tersebut agar biayanya minimum dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :
 - Jumlah jagung yang digunakan = X_1 kg
 - Jumlah kedelai yang digunakan = X_2 kg
- Fungsi tujuan : Minimasi biaya
Minimasi : $Z = 0.3 X_1 + 0.9 X_2$
- Fungsi pembatas :
 - Jumlah pakan ternak yang dibuat : $X_1 + X_2 \geq 800$
 - Kandungan protein : $0.09 X_1 + 0.6 X_2 \geq 0.3 (X_1 + X_2)$
 - Kandungan fiber : $0.02 X_1 + 0.06 X_2 \leq 0.05 (X_1 + X_2)$
- Pembatas tanda : $X_1, X_2 \geq 0$

Dengan menggunakan *software LINDO* formulasi di atas dituliskan :

```

Min: 0.3 X1 + 0.9 X2
subject to :
X1 + X2 >= 800
-0.21 X1 + 0.3 X2 >= 0
-0.03 X1 + 0.01 X2 <= 0
End

```

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	437.6471	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	470.588226	0.000000
X2	329.411774	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-0.547059
3)	0.000000	-1.176471
4)	10.823529	0.000000
NO. ITERATIONS=	2	

NO. ITERATIONS= 2			
RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	0.300000	0.600000	0.930000
X2	0.900000	INFINITY	0.600000
ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	800.000000	INFINITY	799.999939
3	0.000000	138.000000	168.000000
4	0.000000	INFINITY	10.823529

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Jagung yang digunakan : $X_1 = 470.5$ kg
- Kedelai yang digunakan : $X_2 = 329.5$ kg
- Biaya produksi = \$ 437.64

45. Suatu perusahaan sedang menyusun rencana produksi untuk enam bulan yang akan datang. Faktor musim yang tidak menentu menyebabkan permintaan

produk dan besarnya ongkos produksi tidak sama pada setiap bulan, seperti ditunjukkan pada tabel di bawah ini.

Bulan	Permintaan (units)	Ongkos Produksi (\$/unit)
1	1300	100
2	1400	105
3	1000	110
4	800	115
5	1700	110
6	1900	110

Produk yang dibuat pada setiap bulan dapat dijual pada bulan itu dan/atau disimpan untuk memenuhi permintaan pada bulan-bulan berikutnya, tetapi jumlah produk maksimum yang dapat disimpan adalah 250 unit. Ongkos simpan produk adalah \$4 per unit per bulan. Pada awal periode perencanaan perusahaan memiliki persediaan sebanyak 200 unit. Jika diinginkan ada persediaan di akhir periode perencanaan sebanyak 100 unit dan tidak boleh terjadi kekurangan persediaan, bagaimanakah rencana produksi terbaiknya agar permintaan dapat terpenuhi dengan total ongkos yang minimum?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan total ongkos yang terdiri dari ongkos produksi ditambah ongkos simpan. Kita harus menentuka jumlah produk yang harus dibuat dengan memperhatikan pembatas yang ada. Maka dapat ditentukan hal-hal sebagai berikut :

- Variabel keputusan :

- Jumlah produksi pada bulan ke 1 = X_1 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 2 = X_2 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 3 = X_3 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 4 = X_4 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 5 = X_5 unit
- Jumlah produksi pada bulan ke 6 = X_6 unit

- Persediaan pada akhir bulan ke 0 = 200 unit
- Persediaan pada akhir bulan ke 1 = I1 unit
- Persediaan pada akhir bulan ke 2 = I2 unit
- Persediaan pada akhir bulan ke 3 = I3 unit
- Persediaan pada akhir bulan ke 4 = I4 unit
- Persediaan pada akhir bulan ke 5 = I5 unit
- Persediaan pada akhir bulan ke 6 = I6 unit

- Fungsi tujuan : Minimasi biaya

$$\text{Minimasi : } Z = 100 X1 + 105 X2 + 110 X3 + 115 X4 + 110 X5 + 110 X6 + 4 I1 + 4 I2 + 4 I3 + 4 I4 + 4 I5 + 4 I6$$

- Fungsi pembatas :

- Jumlah persediaan akhir bulan ke 1 : $200 + X1 - 1300 = I1$
- Jumlah persediaan akhir bulan ke 2 : $I1 + X2 - 1400 = I2$
- Jumlah persediaan akhir bulan ke 3 : $I2 + X3 - 1000 = I3$
- Jumlah persediaan akhir bulan ke 4 : $I3 + X4 - 800 = I4$
- Jumlah persediaan akhir bulan ke 5 : $I4 + X5 - 1700 = I5$
- Jumlah persediaan akhir bulan ke 6 : $I5 + X6 - 1900 = 100$

Dengan menggunakan *software LINDO* formulasi di atas dituliskan :

$$\text{Min } 100 X1 + 105 X2 + 110 X3 + 115 X4 + 110 X5 + 110 X6 + 4 I1 + 4 I2 + 4 I3 + 4 I4 + 4 I5 + 4 I6$$

subject to :

$$X1 - I1 = 1100$$

$$I1 + X2 - I2 = 1400$$

$$I2 + X3 - I3 = 1000$$

$$I3 + X4 - I4 = 800$$

$$I4 + X5 - I5 = 1700$$

$$I5 + X6 = 2000$$

$$I6 = 100$$

End

Hasil perhitungannya adalah:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	860600.0	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	4300.000000	0.000000
X2	0.000000	1.000000
X3	0.000000	2.000000
X4	0.000000	3.000000
X5	1700.000000	0.000000
X6	2000.000000	0.000000
I1	3200.000000	0.000000
I2	1800.000000	0.000000
I3	800.000000	0.000000
I4	0.000000	6.000000
I5	0.000000	4.000000
I6	100.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-100.000000
3)	0.000000	-104.000000
4)	0.000000	-108.000000
5)	0.000000	-112.000000
6)	0.000000	-110.000000
7)	0.000000	-110.000000
8)	0.000000	-4.000000
NO. ITERATIONS=	6	

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:			
VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	100.000000	1.000000	6.000000
X2	105.000000	INFINITY	1.000000
X3	110.000000	INFINITY	2.000000
X4	115.000000	INFINITY	3.000000
X5	110.000000	6.000000	4.000000
X6	110.000000	4.000000	INFINITY
I1	4.000000	1.000000	6.000000
I2	4.000000	2.000000	6.000000
I3	4.000000	3.000000	6.000000
I4	4.000000	INFINITY	6.000000
I5	4.000000	INFINITY	4.000000
I6	4.000000	INFINITY	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	1100.000000	INFINITY	4300.000000
3	1400.000000	INFINITY	3200.000000
4	1000.000000	INFINITY	1800.000000
5	800.000000	INFINITY	800.000000
6	1700.000000	INFINITY	1700.000000
7	2000.000000	INFINITY	2000.000000
8	100.000000	INFINITY	100.000000

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- Produksi pada bulan ke 1 : X1 = 4300 unit
- Produksi pada bulan ke 2 : X2 = 0 unit
- Produksi pada bulan ke 3 : X3 = 0 unit
- Produksi pada bulan ke 4 : X4 = 0 unit
- Produksi pada bulan ke 5 : X5 = 1700 unit
- Produksi pada bulan ke 6 : X6 = 2000 unit
- Total Biaya : Z = \$ 860.600

BAB 2

PEMROGRAMAN LINIER INTEJER

1. Seseorang akan memasang saluran telepon di rumahnya. Ada 3 operator telepon yang menawarkan yaitu PT. A, PT. B, dan PT. C dengan biaya sebagai berikut :
 - PT. A : biaya abodemen = \$16 perbulan ditambah \$0,25 per menit percakapan.
 - PT. B : biaya abodemen = \$25 perbulan ditambah \$0,21 per menit percakapan.
 - PT. C : biaya abodemen = \$18 perbulan ditambah \$0,22 per menit percakapan.
 - Pengalaman pemakaian telepon per bulan selama ini adalah minimum 200 menit percakapan.

Bagaimanakah solusi terbaik untuk masalah ini?

Jawaban:

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan biaya yang terdiri dari biaya abodemen dan biaya percakapan. Kita harus menentukan perusahaan mana yang harus kita pilih agar biaya perbulannya minimum.

Misalkan :

- X_1 = jumlah waktu pemakaian telepon melalui operator PT. A dalam satu bulan (menit/bulan)
- X_2 = jumlah waktu pemakaian telepon melalui operator PT. B dalam satu bulan (menit/bulan)
- X_3 = jumlah waktu pemakaian telepon melalui operator PT. C dalam satu bulan (menit/bulan)

Tentukan variabel Y1, Y2 dan Y3 sehingga kondisi berikut ini dapat dipenuhi:

- Jika $X1 = 0$, maka $Y1 = 0$ dan jika $X1 > 0$ maka $Y1 = 1$
- Jika $X2 = 0$, maka $Y2 = 0$ dan jika $X2 > 0$ maka $Y2 = 1$
- Jika $X3 = 0$, maka $Y3 = 0$ dan jika $X3 > 0$ maka $Y3 = 1$

Agar kondisi tersebut bisa dipenuhi maka perlu dibuat pembatas baru sebagai berikut : $X_i \leq M Y_i$ untuk $i = 1, 2, 3$. M adalah bilangan positif besar.

Jika digunakan nilai $M = 500$ maka formulasi persoalannya adalah:

```

MIN      0.25 X1 + 0.21 X2 + 0.22 X3 + 16 Y1 + 25 Y2 + 18 Y3
SUBJECT TO
      2)  X1 + X2 + X3 >= 200
      3)  X1 - 500 Y1 <= 0
      4)  X2 - 500 Y2 <= 0
      5)  X3 - 500 Y3 <= 0

END
GIN      X1
GIN      X2
GIN      X3
INTE     Y1
INTE     Y2
INTE     Y3
    
```

Hasil perhitungannya adalah:

```

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
      1)      62.000000

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
      X1      0.000000      0.250000
      X2      0.000000      0.210000
      X3     200.000000      0.220000
      Y1      0.000000     16.000000
      Y2      0.000000     25.000000
      Y3      1.000000     18.000000

      ROW      SLACK OR SURPLUS      DUAL PRICES
      2)      0.000000      0.000000
      3)      0.000000      0.000000
      4)      0.000000      0.000000
      5)     300.000000      0.000000

NO. ITERATIONS=      38
BRANCHES=      1 DETERM.= 1.000E 0
    
```

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa sebaiknya dipilih PT C karena biaya total perbulannya paling murah yakni \$62.

2. Saat ini PT. X membuat 3 jenis pakaian yakni kemeja, celana pendek dan celana panjang. Pembuatan pakaian ini memerlukan tiga jenis mesin yang berbeda, yang harus disewa dari perusahaan lain dengan ongkos sewa sebagai berikut :

- a. Mesin untuk membuat kemeja US \$ 200 per minggu.
- b. Mesin untuk membuat celana pendek US \$ 150 per minggu.
- c. Mesin untuk membuat celana panjang US \$ 100 per minggu.

Kebutuhan tenaga kerja, bahan baku, ongkos variabel dan harga jual per unit masing-masing pakaian adalah :

Jenis pakaian	Tenaga Kerja (jam)	Bahan pakaian (Yard ²)	Variable Cost (US \$)	Harga Jual (US \$)
Kemeja	3	4	6	12
Celana pendek	2	3	4	8
Celana panjang	6	4	8	15

Jika setiap minggu hanya tersedia 150 jam tenaga kerja dan 160 Yard² bahan pakaian, bagaimanakah jawaban terbaik untuk persoalan di atas ?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan kemeja, celana pendek dan celana panjang dikurangi biaya produksi. Maka tetapkan:

- Jumlah kemeja yang dibuat = X1 unit
- Celana pendek yang dibuat = X2 unit
- Celana panjang yang dibuat = X3 unit

Formulasinya persoalannya adalah:

```

MAX      6 X1 + 4 X2 + 7 X3 - 200 Y1 - 150 Y2 - 100 Y3
SUBJECT TO
2)      3 X1 + 2 X2 + 6 X3 <= 150
3)      4 X1 + 3 X2 + 4 X3 <= 160
4)      X1 - 500 Y1 <= 0
5)      X2 - 500 Y2 <= 0
6)      X3 - 500 Y3 <= 0

END
GIN      X1
GIN      X2
GIN      X3
INTE     Y1
INTE     Y2
INTE     Y3

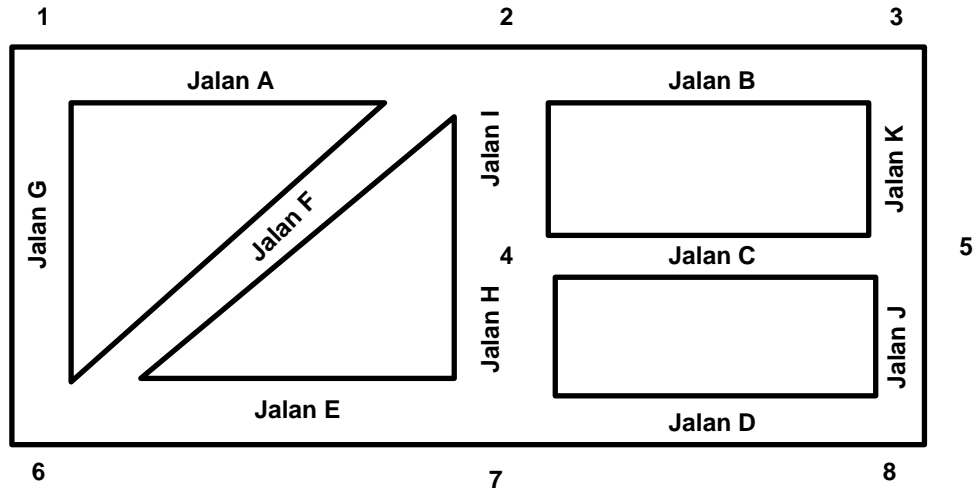
```

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	75.000000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	-6.000000
X2	0.000000	-4.000000
X3	25.000000	-7.000000
Y1	0.000000	200.000000
Y2	0.000000	150.000000
Y3	1.000000	100.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	60.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	0.000000	0.000000
6)	475.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	24	
BRANCHES=	1 DETERM.=	1.000E 0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan jumlah celana panjang yang harus dibuat adalah 25 unit, sedangkan yang lainnya tidak perlu dibuat. Keuntungan yang akan diperoleh adalah \$ 75.

3. Untuk meningkatkan keamanan di suatu daerah, Pengurus RW setempat akan memasang lampu penerangan jalan. Denah lokasi RW tersebut adalah:



Untuk meminimumkan biaya maka lampu penerangan tersebut akan dipasang di persimpangan jalan, karena daya jangkauan alat tersebut adalah sepanjang jalan (contoh: bila dipasang di lokasi 1 alat tersebut dapat menerangi ruas jalan A dan jalan G). Tentukan di titik mana saja lampu penerangan perlu dipasang agar setiap ruas jalan mendapat penerangan tetapi dengan jumlah lampu yang minimum.

Jawaban :

Tetapkan : $X_j = 1$ bila lampu dipasang di lokasi j

$X_j = 0$ bila lampu tidak dipasang di lokasi j

Untuk menerangi ruas jalan A : $X_1 + X_2 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan B : $X_2 + X_3 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan C : $X_4 + X_5 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan D : $X_7 + X_8 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan E : $X_6 + X_7 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan F : $X_6 + X_2 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan G : $X_6 + X_1 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan H : $X_4 + X_7 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan I : $X4 + X2 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan J : $X5 + X8 \geq 1$

Untuk menerangi ruas jalan K : $X3 + X5 \geq 1$

Dengan demikian formulasi persoalannya adalah:

MIN	X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7 + X8
SUBJECT TO	
2)	X1 + X2 >= 1
3)	X2 + X3 >= 1
4)	X4 + X5 >= 1
5)	X7 + X8 >= 1
6)	X6 + X7 >= 1
7)	X2 + X6 >= 1
8)	X1 + X6 >= 1
9)	X4 + X7 >= 1
10)	X2 + X4 >= 1
11)	X5 + X8 >= 1
12)	X3 + X5 >= 1
END	
INTE	8

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	4.000000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1.000000	1.000000
X2	1.000000	1.000000
X3	0.000000	1.000000
X4	0.000000	1.000000
X5	1.000000	1.000000
X6	0.000000	1.000000
X7	1.000000	1.000000
X8	0.000000	1.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	1.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	0.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	0.000000	0.000000
8)	0.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000
10)	0.000000	0.000000
11)	0.000000	0.000000
12)	0.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	9	
BRANCHES=	0	DETERM.= 1.000E 0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa diperlukan empat lampu yang harus dipasang, yaitu di lokasi 1, lokasi 2, lokasi 5 dan lokasi 7.

4. Suatu kota dibagi menjadi 6 wilayah. Kota tersebut akan membangun stasiun pemadam kebakaran dengan jumlah yang minimum tetapi dengan ketentuan bahwa waktu tempuh maksimum yang diperbolehkan dari stasiun pemadam kebakaran ke masing-masing wilayah adalah 15 menit.

Tabel berikut menunjukkan waktu yang diperlukan (dalam menit) dari suatu wilayah ke wilayah lainnya :

Dari wilayah	Ke Wilayah					
	1	2	3	4	5	6
1	0	10	20	30	30	20
2	10	0	25	35	20	10
3	20	25	0	15	30	20
4	30	35	15	0	15	25
5	30	20	30	15	0	14
6	20	10	20	25	14	0

Tentukan jumlah dan lokasi stasiun pemadam kebakaran yang harus dibangun.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan di lokasi mana stasiun pemadaman kebakaran harus dibangun agar jumlahnya minimum dengan memperhatikan batasan yang ada.

Tetapkan :

- $X_j = 1$ bila stasiun pemadam kebakaran di bangun di lokasi j
- $X_j = 0$ bila stasiun pemadam kebakaran tidak dibangun di lokasi j

Bila dibangun di lokasi 1 : $X_1 + X_2 \geq 1$

Bila dibangun di lokasi 2 : $X_1 + X_2 + X_6 \geq 1$

Bila dibangun di lokasi 3 : $X_3 + X_4 \geq 1$

Bila dibangun di lokasi 4 : $X3 + X4 + X5 \geq 1$

Bila dibangun di lokasi 5 : $X4 + X5 + X6 \geq 1$

Bila dibangun di lokasi 6 : $X5 + X2 + X6 \geq 1$

Maka formulasi persoalannya adalah:

```
MIN      X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6
SUBJECT TO
2)      X1 + X2 >= 1
3)      X1 + X2 + X6 >= 1
4)      X3 + X4 >= 1
5)      X3 + X4 + X5 >= 1
6)      X4 + X5 + X6 >= 1
7)      X2 + X5 + X6 >= 1
END
INTE    6
```

Hasil perhitungannya adalah:

```
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1)      2.000000

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
X1            0.000000      1.000000
X2            1.000000      1.000000
X3            0.000000      1.000000
X4            1.000000      1.000000
X5            0.000000      1.000000
X6            0.000000      1.000000

ROW    SLACK OR SURPLUS    DUAL PRICES
2)      0.000000          0.000000
3)      0.000000          0.000000
4)      0.000000          0.000000
5)      0.000000          0.000000
6)      0.000000          0.000000

NO. ITERATIONS=      5
BRANCHES=      0 DETERM.= 1.000E 0
```

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa dibutuhkan dua stasiun pemadam kebakaran yang harus di bangun, yaitu di lokasi 2 dan lokasi 4.

5. Sebuah pabrik mobil membuat 3 jenis produk yaitu mobil kecil, mobil sedang dan mobil besar. Sumber daya dan keuntungan setiap unit masing-masing jenis mobil adalah sebagai berikut:

Uraian	Jenis mobil		
	Kecil	Sedang	Besar
Kebutuhan bahan (ton)	1,5	3	5
Tenaga kerja (jam)	30	25	40
Keuntungan (US \$)	2000	3000	4000

Jumlah bahan dan tenaga kerja yang tersedia adalah 6000 ton bahan dan 60.000 jam tenaga kerja. Perusahaan mempunyai kebijakan bahwa bila suatu jenis mobil akan diproduksi maka jumlahnya minimum harus 1000 unit. Tentukan jenis dan jumlah mobil yang sebaiknya di produksi !

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan jumlah dan jenis mobil yang harus diproduksi agar keuntungannya maksimum dengan memperhatikan batasan yang ada.

Misalkan :

- Jumlah mobil kecil yang diproduksi = X_1 unit
- Jumlah mobil sedang yang diproduksi = X_2 unit
- Jumlah mobil besar yang diproduksi = X_3 unit

Karena ada ketentuan bahwa jika suatu jenis mobil akan diproduksi, minimum harus 1000 unit, maka perlu ditambahkan pembatas *either-or* sebagai berikut:

$$X_1 \leq 0 \text{ atau } X_1 \geq 1000$$

$$X_2 \leq 0 \text{ atau } X_2 \geq 1000$$

$$X_3 \leq 0 \text{ atau } X_3 \geq 1000$$

Pembatas ini dapat diganti dengan:

- $X_i \leq M Y_i$ dan
- $1000 - X_i \leq M (1 - Y_i)$

M adalah bilangan positif besar dan Y_i adalah variabel biner

Dalam hal ini bila $X_i = 0$ maka pasti $Y_i = 0$ dan bila $Y_i = 1$ maka $X_i \geq 1000$

Jika ditetapkan $M = 5000$ maka pembatas tambahan menjadi :

- $X_1 \leq 5000 Y_1$
- $1000 - X_1 \leq 5000 (1 - Y_1)$
- $X_2 \leq 5000 Y_2$
- $1000 - X_2 \leq 5000 (1 - Y_2)$
- $X_3 \leq 5000 Y_3$
- $1000 - X_3 \leq 5000 (1 - Y_3)$
- $X_1, X_2, X_3 \geq 0$, integer
- $Y_1, Y_2, Y_3 = 0$ atau 1

Dengan demikian maka formulasi selengkapnya adalah:

MAX	2000 X1 + 3000 X2 + 4000 X3
SUBJECT TO	
2)	X1 - 5000 Y1 <= 0
3)	- X1 + 5000 Y1 <= 4000
4)	X2 - 5000 Y2 <= 0
5)	- X2 + 5000 Y2 <= 4000
6)	X3 - 5000 Y3 <= 0
7)	- X3 + 5000 Y3 <= 4000
8)	1.5 X1 + 3 X2 + 5 X3 <= 6000
9)	30 X1 + 25 X2 + 40 X3 <= 60000
END	
GIN	X1
GIN	X2
GIN	X3
INTE	Y1
INTE	Y2
INTE	Y3

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	6000000.	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	-2000.000000
X2	2000.000000	-3000.000000
X3	0.000000	-4000.000000
Y1	0.000000	0.000000
Y2	1.000000	0.000000
Y3	0.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	4000.000000	0.000000
4)	3000.000000	0.000000
5)	1000.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	4000.000000	0.000000
8)	0.000000	0.000000
9)	10000.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	35	
BRANCHES=	2 DETERM.=	1.000E 0

Berdasarkan tabel di atas dapat disimpulkan bahwa mobil yang harus diproduksi adalah mobil berukuran sedang sebanyak 2000 unit dengan total keuntungan sebesar \$6.000.000.

- 5a. Misalkan ada ketentuan bahwa jika mobil ukuran sedang dibuat maka mobil ukuran kecil juga harus dibuat, maka perlu ditambahkan fungsi pembatas berikut:

$$Y2 - Y1 \leq 0$$

Hal ini karena jika mobil ukuran sedang dibuat maka pasti mobil ukuran kecil dibuat (jika $Y2 = 1$ maka $Y1 = 1$) tapi jika mobil ukuran sedang tidak dibuat maka mobil ukuran kecil mungkin dibuat, mungkin juga tidak dibuat (jika $Y2 = 0$ maka $Y1 = 1$ atau $Y1 = 0$). Artinya $Y2 \leq Y1$.

Dengan demikian formulasi selengkapnya menjadi:

```

MAX      2000 X1 + 3000 X2 + 4000 X3
SUBJECT TO
  2)    X1 - 5000 Y1 <=  0
  3)   - X1 + 5000 Y1 <= 4000
  4)    X2 - 5000 Y2 <=  0
  5)   - X2 + 5000 Y2 <= 4000
  6)    X3 - 5000 Y3 <=  0
  7)   - X3 + 5000 Y3 <= 4000
  8)    1.5 X1 + 3 X2 + 5 X3 <=  6000
  9)    30 X1 + 25 X2 + 40 X3 <= 60000
 10)   - Y1 + Y2 <=  0

END
GIN      X1
GIN      X2
GIN      X3
INTE     Y1
INTE     Y2
INTE     Y3

```

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	5600000.	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1000.000000	-2000.000000
X2	1200.000000	-3000.000000
X3	0.000000	-4000.000000
Y1	1.000000	0.000000
Y2	1.000000	0.000000
Y3	0.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	4000.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	3800.000000	0.000000
5)	200.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	4000.000000	0.000000
8)	900.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000
10)	0.000000	0.000000
NO. ITERATIONS= 53		
BRANCHES= 3 DETERM.= 1.000E 0		

- 5b. Misalkan ada ketentuan bahwa mobil ukuran kecil atau mobil ukuran besar atau keduanya harus dibuat maka perlu ditambahkan fungsi pembatas:

$$Y1 + Y3 \geq 1$$

Sehingga formulasi selengkapnya menjadi:

MAX	2000 X1 + 3000 X2 + 4000 X3
SUBJECT TO	
2)	X1 - 5000 Y1 <= 0
3)	- X1 + 5000 Y1 <= 4000
4)	X2 - 5000 Y2 <= 0
5)	- X2 + 5000 Y2 <= 4000
6)	X3 - 5000 Y3 <= 0
7)	- X3 + 5000 Y3 <= 4000
8)	1.5 X1 + 3 X2 + 5 X3 <= 6000
9)	30 X1 + 25 X2 + 40 X3 <= 60000
10)	Y1 + Y3 >= 1
END	
GIN	X1
GIN	X2
GIN	X3
INTE	Y1
INTE	Y2
INTE	Y3

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	5600000.	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1000.000000	-2000.000000
X2	1200.000000	-3000.000000
X3	0.000000	-4000.000000
Y1	1.000000	0.000000
Y2	1.000000	0.000000
Y3	0.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	4000.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	3800.000000	0.000000
5)	200.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	4000.000000	0.000000
8)	900.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000
10)	0.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	42	
BRANCHES=	3	DETERM.= 1.000E 0

6. KPBS adalah koperasi yang menampung susu dari peternak sapi di daerah Bandung Selatan. Dari KPBS susu dikirim dengan menggunakan mobil ke lima kota untuk diproses lebih lanjut. Saat ini KPBS memiliki 4 unit mobil dengan kapasitas dan biaya operasi per hari sebagai berikut:

Mobil ke	Kapasitas (gallon)	Biaya Operasi per hari (x Rp. 10.000)
1	400	45
2	500	50
3	600	55
4	1100	60

Permintaan dari masing-masing kota hanya boleh disuplai oleh satu mobil tetapi setiap mobil boleh saja mensuplai ke beberapa kota. Permintaan susu di kota 1, 2, 3, 4, dan 5 masing-masing adalah 100, 200, 300, 500, dan 800 gallon per hari. Bagaimanakah pengiriman yang sebaiknya dilakukan agar permintaan di lima kota tersebut dapat terpenuhi dengan total ongkos yang minimum?

Jawaban :

Tetapkan:

- $Y_1 = 1$ bila mobil 1 dipakai
- $Y_1 = 0$ bila mobil 1 tidak dipakai
- $X_{11} = 1$ bila mobil 1 dipakai untuk mengirim susu ke kota 1
- $X_{11} = 0$ bila mobil 1 tidak dipakai untuk mengirim susu ke kota 1

Fungsi tujuan adalah meminimumkan total ongkos kirim yang dapat dinyatakan sebagai: $\text{MIN } 45 Y_1 + 50 Y_2 + 55 Y_3 + 60 Y_4$

Bila mobil 1 dipakai maka jumlah susu yang dapat diangkut adalah 400 gallon sehingga jumlah susu yang dapat dikirim ke lima kota adalah:

$$100 X_{11} + 200 X_{12} + 300 X_{13} + 500 X_{14} + 800 X_{15} \leq 400 Y_1$$

demikian juga untuk mobil lainnya.

Karena setiap kota hanya boleh dikirim oleh satu mobil maka untuk kota 1 berlaku:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 1$$

demikian juga untuk kota lainnya.

Maka formulasi lengkap untuk persoalan ini adalah sebagai berikut:

MIN	45 Y1 + 50 Y2 + 55 Y3 + 60 Y4
SUBJECT TO	
2)	- 400 Y1 + 100 X11 + 200 X12 + 300 X13 + 500 X14 + 800 X15 <= 0
3)	- 500 Y2 + 100 X21 + 200 X22 + 300 X23 + 500 X24 + 800 X25 <= 0
4)	- 600 Y3 + 100 X31 + 200 X32 + 300 X33 + 500 X34 + 800 X35 <= 0
5)	- 1100 Y4 + 100 X41 + 200 X42 + 300 X43 + 500 X44 + 800 X45 <= 0
6)	X11 + X21 + X31 + X41 = 1
7)	X12 + X22 + X32 + X42 = 1
8)	X13 + X23 + X33 + X43 = 1
9)	X14 + X24 + X34 + X44 = 1
10)	X15 + X25 + X35 + X45 = 1
END	
INTE	24

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	155.0000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y1	1.000000	45.000000
Y2	1.000000	50.000000
Y3	0.000000	55.000000
Y4	1.000000	60.000000
X11	1.000000	0.000000
X12	0.000000	0.000000
X13	1.000000	0.000000
X14	0.000000	0.000000
X15	0.000000	0.000000
X21	0.000000	0.000000
X22	0.000000	0.000000
X23	0.000000	0.000000
X24	1.000000	0.000000
X25	0.000000	0.000000
X31	0.000000	0.000000
X32	0.000000	0.000000
X33	0.000000	0.000000
X34	0.000000	0.000000
X35	0.000000	0.000000
X41	0.000000	0.000000
X42	1.000000	0.000000
X43	0.000000	0.000000
X44	0.000000	0.000000
X45	1.000000	0.000000

Dari tabel di atas dapat ditarik kesimpulan :

Mobil yang dipakai adalah mobil 1, mobil 2 dan mobil 4.

- Kota 1 dikirim oleh mobil 1
- Kota 2 dikirim oleh mobil 4
- Kota 3 dikirim oleh mobil 1
- Kota 4 dikirim oleh mobil 2
- Kota 5 dikirim oleh mobil 4
- Biaya pengiriman = Rp 155.000

7. Seseorang akan membuat suatu produk yang dapat diproses pada tiga jenis mesin. Data ongkos set up, ongkos produksi, dan kapasitas masing-masing jenis mesin adalah sebagai berikut:

Mesin	Ongkos set up (\$)	Ongkos produksi per unit (\$)	Kapasitas (unit)
1	300	2	600
2	100	10	800
3	200	5	1000

Jika kebutuhan pasar akan produk tersebut tidak kurang dari 2000 unit, tentukan berapa unit produk yang harus dibuat pada masing-masing jenis mesin.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan jumlah produk yang harus diproduksi pada masing masing mesin agar ongkosnya minimum dengan memperhatikan batasan yang ada.

Misalkan :

- Jumlah produk yang dibuat pada mesin 1 = X_1 unit
- Jumlah produk yang dibuat pada mesin 2 = X_2 unit
- Jumlah produk yang dibuat pada mesin 3 = X_3 unit

Fungsi tujuannya adalah meminimumkan total ongkos yang terdiri dari ongkos produksi dan ongkos *set up*, yang dinyatakan sebagai:

$$\text{MIN } 2 X_1 + 10 X_2 + 5 X_3 + 300 Y_1 + 100 Y_2 + 200 Y_3$$

Pembatas terdiri dari:

- Pembatas pasar: $X_1 + X_2 + X_3 \geq 2000$

- Pembatas kapasitas:

$$X_1 \leq 600$$

$$X_2 \leq 800$$

$$X_3 \leq 1000$$

- Pembatas ongkos *set up* (*fixed charge*): $X_i \leq M Y_i$

Jika digunakan $M = 1500$ maka

$$X_1 \leq 1500 Y_1$$

$$X_2 \leq 1500 Y_2$$

$$X_3 \leq 1500 Y_3$$

Sehingga formulasi selengkapnya adalah:

MIN	2 X1 + 10 X2 + 5 X3 + 300 Y1 + 100 Y2 + 200 Y3
SUBJECT TO	
2)	X1 + X2 + X3 >= 2000
3)	X1 <= 600
4)	X2 <= 800
5)	X3 <= 1000
6)	X1 - 1500 Y1 <= 0
7)	X2 - 1500 Y2 <= 0
8)	X3 - 1500 Y3 <= 0
END	
GIN	X1
GIN	X2
GIN	X3
INTE	Y1
INTE	Y2
INTE	Y3

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	10800.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	600.000000	2.000000
X2	400.000000	10.000000
X3	1000.000000	5.000000
Y1	1.000000	300.000000
Y2	1.000000	100.000000
Y3	1.000000	200.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	400.000000	0.000000
5)	0.000000	0.000000
6)	900.000000	0.000000
7)	1100.000000	0.000000
8)	500.000000	0.000000
NO. ITERATIONS= 9		
BRANCHES= 0 DETERM.= 1.000E 0		

7a. Jika ukuran lot minimum pada setiap mesin adalah 600 unit maka formulasinya menjadi:

MIN	2 X1 + 10 X2 + 5 X3 + 300 Y1 + 100 Y2 + 200 Y3
SUBJECT TO	
2)	X1 + X2 + X3 >= 2000
3)	X1 <= 600
4)	X2 <= 800
5)	X3 <= 1000
6)	X1 - 1500 Y1 <= 0
7)	X2 - 1500 Y2 <= 0
8)	X3 - 1500 Y3 <= 0
9)	X1 >= 600
10)	X2 >= 600
11)	X3 >= 600
END	
GIN	X1
GIN	X2
GIN	X3
INTE	Y1
INTE	Y2
INTE	Y3

Sehingga hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	11800.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	600.000000	2.000000
X2	600.000000	10.000000
X3	800.000000	5.000000
Y1	1.000000	300.000000
Y2	1.000000	100.000000
Y3	1.000000	200.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	200.000000	0.000000
5)	200.000000	0.000000
6)	900.000000	0.000000
7)	900.000000	0.000000
8)	700.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000
10)	0.000000	0.000000
11)	200.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	36	
BRANCHES=	0	DETERM.= 1.000E 0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Jumlah produk yang dibuat pada mesin 1 = 600 unit
- Jumlah produk yang dibuat pada mesin 2 = 600 unit
- Jumlah produk yang dibuat pada mesin 3 = 800 unit
- Biaya produksi = \$ 11.800

8. Sebuah Universitas akan membeli sebanyak 1100 unit komputer. Saat ini ada 3 pemasok yang mengajukan penawaran yakni A, B dan C. Pemasok A menawarkan dengan harga \$ 400 per unit ditambah biaya kirim sebesar \$ 5000. Pemasok B menawarkan dengan harga \$ 350 per unit ditambah biaya kirim sebesar \$ 5500. Pemasok C menawarkan dengan harga \$ 250 per unit ditambah biaya kirim sebesar \$ 6000. Pemasok A dapat menjual maksimum 500 unit.,

pemasok B dapat menjual maksimum 900 unit, dan pemasok C dapat menjual maksimum 400 unit. Bagaimanakah solusi persoalan di atas?

Jawaban:

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan biaya yang terdiri dari biaya kirim dan harga per unit komputer.

Tetapkan :

- X_1 = jumlah komputer yang dibeli dari pemasok A
- X_2 = jumlah komputer yang dibeli dari pemasok B
- X_3 = jumlah komputer yang dibeli dari pemasok C

Kita tentukan variabel Y_1 , Y_2 dan Y_3 sehingga dipenuhi kondisi berikut ini:

- Jika $X_1 = 0$, maka $Y_1 = 0$ dan jika $X_1 > 0$ maka $Y_1 = 1$
- Jika $X_2 = 0$, maka $Y_2 = 0$ dan jika $X_2 > 0$ maka $Y_2 = 1$
- Jika $X_3 = 0$, maka $Y_3 = 0$ dan jika $X_3 > 0$ maka $Y_3 = 1$

Agar kondisi tersebut dapat dipenuhi maka perlu dibuat pembatas sebagai berikut :

$$X_i \leq M Y_i \text{ untuk } i = 1,2,3$$

Jika digunakan $M = 2000$ maka formulasi selengkapnya adalah:

MIN	400 X1 + 350 X2 + 250 X3 + 5000 Y1 + 5500 Y2 + 6000 Y3
SUBJECT TO	
2)	X1 + X2 + X3 = 1100
3)	X1 <= 500
4)	X2 <= 900
5)	X3 <= 400
6)	X1 - 2000 Y1 <= 0
7)	X2 - 2000 Y2 <= 0
8)	X3 - 2000 Y3 <= 0
END	
GIN	X1
GIN	X2
GIN	X3
INTE	Y1
INTE	Y2
INTE	Y3

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	356500.0	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	400.000000
X2	700.000000	350.000000
X3	400.000000	250.000000
Y1	0.000000	5000.000000
Y2	1.000000	5500.000000
Y3	1.000000	6000.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	500.000000	0.000000
4)	200.000000	0.000000
5)	0.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	1300.000000	0.000000
8)	1600.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	7	
BRANCHES=	0	DETERM.= 1.000E 0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut:

- Jumlah komputer yang dibeli dari pemasok A : $X_1 = 0$ unit
- Jumlah komputer yang dibeli dari pemasok A : $X_1 = 700$ unit
- Jumlah komputer yang dibeli dari pemasok A : $X_1 = 400$ unit
- Biaya total pembelian komputer : $Z = \$ 356.500$

9. Seseorang akan membuat suatu produk yang merupakan hasil rancangan terbarunya. Ada tiga tipe mesin yang dapat digunakan yaitu mesin A, mesin B, dan mesin C dengan biaya sebagai berikut :

- Mesin A : ongkos sewa = \$ 300 / bulan dan ongkos variabel \$ 40 / unit
- Mesin B : ongkos sewa = \$ 400 / bulan dan ongkos variabel \$ 35 / unit
- Mesin C : ongkos sewa = \$ 600 / bulan dan ongkos variabel \$ 25 / unit

Jumlah produk yang akan dibuat adalah 110 unit. Mesin A dapat digunakan untuk membuat maksimum 50 unit, Mesin B tidak akan digunakan kecuali jika jumlah yang dibuatnya tidak kurang dari 60 unit, sedangkan mesin C dapat digunakan untuk membuat maksimum 40 unit. Bagaimanakah jawab terbaik dari persoalan di atas?

Jawaban:

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan biaya yang terdiri dari ongkos sewa mesin dan biaya variabel per unit produk. Kita harus menentukan berapa banyak produk yang harus dibuat pada masing-masing mesin agar total biaya perbulannya minimum.

Misalkan :

- X_1 = jumlah produk yang dibuat dengan mesin A
- X_2 = jumlah produk yang dibuat dengan mesin B
- X_3 = jumlah produk yang dibuat dengan mesin C

Kita tentukan variabel Y_1 , Y_2 dan Y_3 sehingga dipenuhi kondisi berikut ini :

- Jika $X_1 = 0$, maka $Y_1 = 0$ dan jika $X_1 > 0$ maka $Y_1 = 1$
- Jika $X_2 = 0$, maka $Y_2 = 0$ dan jika $X_2 > 0$ maka $Y_2 = 1$
- Jika $X_3 = 0$, maka $Y_3 = 0$ dan jika $X_3 > 0$ maka $Y_3 = 1$

Agar kondisi tersebut bisa dipenuhi maka perlu dibuat pembatas sebagai berikut:

$$X_i \leq M Y_i \text{ untuk } i = 1,2,3.$$

Untuk mesin 2 ada ketentuan bahwa mesin 2 hanya akan digunakan bila yang diproduksi pada mesin tersebut minimum 60 unit, maka pembatasnya adalah:

$$60 - X_2 \leq M (1 - Y_2)$$

Jika ditetapkan $M = 2000$ maka

$$60 - X_2 \leq 2000 (1 - Y_2)$$

$$\text{atau } -X_2 + 2000 Y_2 \leq 1940$$

sehingga formulasi selengkapnya adalah:

```

MIN      40 X1 + 35 X2 + 25 X3 + 300 Y1 + 400 Y2 + 600 Y3
SUBJECT TO
      2)   X1 + X2 + X3 =    110
      3)   X1 <=    50
      4)  - X2 + 2000 Y2 <=  1940
      5)   X3 <=    40
      6)   X1 - 2000 Y1 <=    0
      7)   X2 - 2000 Y2 <=    0
      8)   X3 - 2000 Y3 <=    0

END
GIN      X1
GIN      X2
GIN      X3
INTE     Y1
INTE     Y2
INTE     Y3
  
```

Hasil perhitungannya adalah:

```

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

      1)      4250.000

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
      X1          0.000000      40.000000
      X2        110.000000      35.000000
      X3          0.000000      25.000000
      Y1          0.000000     300.000000
      Y2          1.000000     400.000000
      Y3          0.000000     600.000000

      ROW      SLACK OR SURPLUS      DUAL PRICES
      2)          0.000000      0.000000
      3)          50.000000      0.000000
      4)          50.000000      0.000000
      5)          40.000000      0.000000
      6)          0.000000      0.000000
      7)        1890.000000      0.000000
      8)          0.000000      0.000000

NO. ITERATIONS=      9
BRANCHES=      0 DETERM.= 1.000E 0
  
```


Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa mesin yang sebaiknya digunakan adalah hanya mesin B. Jumlah produk yang dibuat pada mesin B = 110 unit dengan total biaya sebesar \$ 4.250.

10. Mengingat tingkat pencemaran di Sungai Cikapundung telah melebihi ambang batas, maka pemerintah kota Bandung merencanakan pembuatan suatu unit pengolahan limbah. Ada tiga alternatif tipe alat yang bisa dipilih dengan data sebagai berikut :

Type	Biaya Investasi (x \$1.000)	Biaya pengolahan setiap ton air (\$)	Jumlah polutan yang dapat dihilangkan dari pengolahan 1 ton air	
			Polutan 1 (ton)	Polutan 2 (ton)
Type 1	100	20	0,4	0,30
Type 2	60	30	0,25	0,20
Type 3	40	40	0,20	0,25

Berdasarkan kajian tim ahli lingkungan jumlah polutan yang harus dihilangkan dari air sungai Cikapundung adalah :

- Polutan 1 minimum 80.000 ton
- Polutan 2 minimum 50.000 ton

Bagaimanakah solusi persoalan di atas?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan type pengolahan limbah yang harus dipakai agar biayanya minimum dengan memperhatikan pembatas yang ada. Misalkan :

- Air yang diolah dengan type I = X_1 ton
- Air yang diolah dengan type 2 = X_2 ton
- Air yang diolah dengan type 3 = X_3 ton
- $Y_1 = 1$, bila type 1 dipakai
- $Y_1 = 0$ bila type 1 tidak dipakai

Ini adalah persoalan yang melibatkan ongkos tetap, sehingga perlu ditambahkan pembatas: $X1 \leq MY1$

$$X2 \leq MY2$$

$$X3 \leq MY3$$

Dengan $M = 500$ maka formulasi selengkapnya adalah:

MIN	100 Y1 + 60 Y2 + 40 Y3 + 20 X1 + 30 X2 + 40 X3
SUBJECT TO	
2)	0.4 X1 + 0.25 X2 + 0.2 X3 >= 80
3)	0.3 X1 + 0.2 X2 + 0.25 X3 >= 30
4)	Y1 + Y2 + Y3 = 1
5)	- 500 Y1 + X1 <= 0
6)	- 500 Y2 + X2 <= 0
7)	- 500 Y3 + X3 <= 0
END	
INTE	3

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	4100.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y1	1.000000	100.000000
Y2	0.000000	60.000000
Y3	0.000000	40.000000
X1	200.000000	0.000000
X2	0.000000	17.500000
X3	0.000000	30.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-50.000000
3)	30.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	4800.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	0.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	25	
BRANCHES=	1 DETERM.=	1.000E 0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa alat pengolah limbah yang harus digunakan adalah tipe 1. Air yang diolah sebanyak 200 ton dengan biaya pengolahan sebesar \$ 4.100.

11. Sebuah perusahaan akan menetapkan jumlah karyawan yang harus bekerja pada setiap hari (Senin hingga Minggu). Ada ketentuan bahwa setiap karyawan harus mendapat libur selama dua hari berturut-turut. Upah yang diterima akan berbeda tergantung pada hari libur yang dipilihnya. Data kebutuhan tenaga kerja setiap hari dan besarnya upah untuk setiap pilihan hari libur adalah:

Hari	Minggu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at	Sabtu
Kebutuhan TK	18	27	22	26	25	21	19

Adapun data besarnya upah untuk setiap pilihan hari libur adalah:

Pilihan	1	2	3	4	5	6	7
Hari Libur	Minggu & Senin	Senin & Selasa	Selasa & Rabu	Rabu & Kamis	Kamis & Jumat	Jumat & Sabtu	Sabtu & Minggu
Upah	\$680	\$705	\$705	\$705	\$705	\$680	\$655

Berapa jumlah tenaga kerja yang harus ditugaskan pada setiap pilihan agar kebutuhan tenaga kerja pada setiap hari dapat terpenuhi dengan total upah yang dibutuhkan minimum ?

Jawaban:

Definisikan:

- X_1 = jumlah tenaga kerja yang ditugaskan pada pilihan 1
- X_2 = jumlah tenaga kerja yang ditugaskan pada pilihan 2
- X_3 = jumlah tenaga kerja yang ditugaskan pada pilihan 3
- X_4 = jumlah tenaga kerja yang ditugaskan pada pilihan 4
- X_5 = jumlah tenaga kerja yang ditugaskan pada pilihan 5
- X_6 = jumlah tenaga kerja yang ditugaskan pada pilihan 6
- X_7 = jumlah tenaga kerja yang ditugaskan pada pilihan 7

Dari tabel di atas diketahui bahwa tenaga kerja yang bekerja pada hari Minggu adalah mereka yang ditugaskan pada pilihan 2, 3, 4, 5, dan 6. Demikian

seterusnya sehingga pembatas yang menyatakan jumlah tenaga kerja yang dibutuhkan pada masing-masing hari dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$0X1 + 1X2 + 1X3 + 1X4 + 1X5 + 1X6 + 0X7 \geq 18 \text{ } \} \text{ Minggu}$$

$$0X1 + 0X2 + 1X3 + 1X4 + 1X5 + 1X6 + 1X7 \geq 27 \text{ } \} \text{ Senin}$$

$$1X1 + 0X2 + 0X3 + 1X4 + 1X5 + 1X6 + 1X7 \geq 22 \text{ } \} \text{ Selasa}$$

$$1X1 + 1X2 + 0X3 + 0X4 + 1X5 + 1X6 + 1X7 \geq 26 \text{ } \} \text{ Rabu}$$

$$1X1 + 1X2 + 1X3 + 0X4 + 0X5 + 1X6 + 1X7 \geq 25 \text{ } \} \text{ Kamis}$$

$$1X1 + 1X2 + 1X3 + 1X4 + 0X5 + 0X6 + 1X7 \geq 21 \text{ } \} \text{ Jumat}$$

$$1X1 + 1X2 + 1X3 + 1X4 + 1X5 + 0X6 + 0X7 \geq 19 \text{ } \} \text{ Sabtu}$$

$$X_i \geq 0 \text{ dan intejer untuk seluruh } i$$

Dengan demikian formulasi selengkapnya adalah:

MIN	680 X1 + 705 X2 + 705 X3 + 705 X4 + 705 X5 + 680 X6 + 655 X7
SUBJECT TO	
2)	X2 + X3 + X4 + X5 + X6 >= 18
3)	X3 + X4 + X5 + X6 + X7 >= 27
4)	X1 + X4 + X5 + X6 + X7 >= 22
5)	X1 + X2 + X5 + X6 + X7 >= 26
6)	X1 + X2 + X3 + X6 + X7 >= 25
7)	X1 + X2 + X3 + X4 + X7 >= 21
8)	X1 + X2 + X3 + X4 + X5 >= 19
END	
GIN	7

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	22540.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	5.000000	680.000000
X2	1.000000	705.000000
X3	5.000000	705.000000
X4	0.000000	705.000000
X5	8.000000	705.000000
X6	4.000000	680.000000
X7	10.000000	655.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	5.000000	0.000000
5)	2.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	0.000000	0.000000
8)	0.000000	0.000000
NO. ITERATIONS= 152		
BRANCHES= 38 DETERM.= 1.000E 0		

Dari tabel tersebut dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

- Jumlah tenaga kerja yang ditugaskan dengan pilihan 1 (libur hari Minggu dan Senin) : sebanyak : $X_1 = 5$ orang
- Jumlah tenaga kerja yang ditugaskan dengan pilihan 2 (libur hari Senin dan Selasa) : sebanyak : $X_2 = 1$ orang
- Jumlah tenaga kerja yang ditugaskan dengan pilihan 3 (libur hari Selasa dan Rabu) : sebanyak : $X_3 = 5$ orang
- Jumlah tenaga kerja yang ditugaskan dengan pilihan 4 (libur hari Rabu dan Kamis) : sebanyak : $X_4 = 0$ orang
- Jumlah tenaga kerja yang ditugaskan dengan pilihan 5 (libur hari Kamis dan Jum'at) : sebanyak : $X_5 = 8$ orang
- Jumlah tenaga kerja yang ditugaskan dengan pilihan 6 (libur hari Jum'at dan Sabtu) : sebanyak : $X_6 = 4$ orang
- Jumlah tenaga kerja yang ditugaskan dengan pilihan 7 (libur hari Sabtu dan Minggu) : sebanyak : $X_7 = 10$ orang
- Biaya tenaga kerja = \$ 22.540

12. Sebuah perusahaan memproduksi dua jenis tabung panas yakni Aqua-spa dan Hydro-luxes. Data kebutuhan dan keuntungan dari ke dua jenis tabung tersebut adalah sebagai berikut :

Uraian	Aqua -Spa	Hydro-luxes
Kebutuhan tenaga Kerja	9 jam	6 jam
Tabung	12 feet	16 feet
Pompa	1	1
Keuntungan	\$ 350	\$ 300

Jika setiap minggu tersedia 200 unit pompa, 1566 jam tenaga kerja dan 2880 unit tabung, berapa unit masing-masing tabung harus diproduksi?

Jawaban:

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan banyaknya Aqua-spa dan Hydro-luxes yang harus diproduksi agar diperoleh keuntungan maksimum berdasarkan pembatas yang ada.

Tetapkan:

X1 adalah banyaknya Aqua-spa yang dibuat

X2 adalah banyaknya Hydro-luxes yang dibuat

Maka formulasi persoalannya adalah:

```
MAX    350 X1 + 300 X2
SUBJECT TO
    2)   X1 + X2 <=  200
    3)   9 X1 + 6 X2 <=  1566
    4)  12 X1 + 16 X2 <=  2880
END
GIN    2
```

Hasil perhitungannya adalah:

```
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
    1)   66100.00

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
    X1      122.000000      -350.000000
    X2       78.000000      -300.000000

ROW  SLACK OR SURPLUS  DUAL PRICES
    2)      0.000000      0.000000
    3)      0.000000      0.000000
    4)     168.000000      0.000000

NO. ITERATIONS=         2
BRANCHES=      0  DETERM.=  1.000E  0
```

12.a Misalkan bila Aqua-Spa diproduksi lebih dari 75 unit maka biaya produksi per unitnya akan menurun sehingga keuntungan per unitnya menjadi \$375 dan bila hydro-luxes diproduksi lebih dari 50 unit maka keuntungan per unitnya menjadi

\$325. Berapa banyak masing masing jenis tabung panas yang harus dibuat agar diperoleh total keuntungan yang maksimum?

Jawaban:

Definisikan:

- X_{11} = jumlah aqua-spa yang diproduksi tanpa quantity discount.
- X_{12} = jumlah aqua-spa yang diproduksi dengan quantity discount.
- X_{21} = jumlah hydro-lux yang diproduksi tanpa quantity discount.
- X_{22} = jumlah hydro-lux yang diproduksi dengan quantity discount.

Ini adalah persoalan dengan pembatas jika-maka (*if-then constraint*), yaitu:

- 1) Jika $X_{11} < 0$ maka $X_{12} \geq 75$
- 2) Jika $X_{12} < 0$ maka $X_{11} \leq 75$
- 3) Jika $X_{21} < 0$ maka $X_{22} \geq 50$
- 4) Jika $X_{22} < 0$ maka $X_{21} \leq 50$

Jika digunakan $M = 1000$ maka dari pembatas 1) diperoleh:

$$\begin{aligned} X_{12} + 1000 Y_1 &\geq 75 \\ -X_{11} + 1000 Y_1 &\leq 1000 \end{aligned}$$

Dari pembatas 2) diperoleh:

$$\begin{aligned} X_{12} - 1000 Y_2 &\leq 0 \\ -X_{11} + 1000 Y_2 &\leq 925 \end{aligned}$$

Dari pembatas 3) diperoleh:

$$\begin{aligned} X_{22} + 1000 Y_3 &\geq 50 \\ -X_{21} + 1000 Y_3 &\leq 1000 \end{aligned}$$

Dari pembatas 4) diperoleh:

$$\begin{aligned} X_{22} - 1000 Y_4 &\leq 0 \\ -X_{21} + 1000 Y_4 &\leq 950 \end{aligned}$$

Dengan menambahkan pembatas bahan yang tersedia seperti pada soal 12 maka formulasi selengkapny adalah:

```

MAX      350 X11 + 375 X12 + 300 X21 + 325 X22
SUBJECT TO
2)      X12 + 1000 Y1 >= 75
3)      - X11 + 1000 Y1 <= 1000
4)      X12 - 1000 Y2 <= 0
5)      - X11 + 1000 Y2 <= 925
6)      X22 + 1000 Y3 >= 50
7)      - X21 + 1000 Y3 <= 1000
8)      X22 - 1000 Y4 <= 0
9)      - X21 + 1000 Y4 <= 950
10)     X11 + X12 + X21 + X22 <= 200
11)     9 X11 + 9 X12 + 6 X21 + 6 X22 <= 1566
12)     12 X11 + 12 X12 + 16 X21 + 16 X22 <= 2880

END
GIN      X11
GIN      X12
GIN      X21
GIN      X22
INTE     Y1
INTE     Y2
INTE     Y3
INTE     Y4

```

Hasil perhitungannya adalah:

```

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1)      67975.00

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
X11           75.000000    -350.000000
X12           47.000000    -375.000000
X21           50.000000    -300.000000
X22           28.000000    -325.000000
Y1            1.000000      0.000000
Y2            1.000000      0.000000
Y3            1.000000      0.000000
Y4            1.000000      0.000000

ROW      SLACK OR SURPLUS      DUAL PRICES
2)      972.000000      0.000000
3)      75.000000      0.000000
4)      953.000000      0.000000
5)      0.000000      0.000000
6)      978.000000      0.000000
7)      50.000000      0.000000
8)      972.000000      0.000000
9)      0.000000      0.000000
10)     0.000000      0.000000
11)     0.000000      0.000000
12)     168.000000      0.000000

NO. ITERATIONS=      108
BRANCHES=      8 DETERM.= 1.000E 0

```


Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

- jumlah aqua-spa yang diproduksi tanpa *quantity discount* : $X_{11} = 75$ unit.
- jumlah aqua-spa yang diproduksi dengan *quantity discount* : $X_{12} = 47$ unit.
- Total jumlah aqua-spa yang diproduksi : $75 + 47 = 122$ unit
- jumlah hydro-luxes yang diproduksi tanpa *quantity discount* : $X_{21} = 50$ unit.
- Jumlah hydro-luxes yang diproduksi dengan *quantity discount* : $X_{22} = 28$ unit.
- Jumlah hydro-luxes yang diproduksi : $50 + 28 = 78$ unit.
- Keuntungan yang akan diperoleh = \$ 67.975.

13. Sebuah perusahaan memproduksi tiga jenis produk. Data tentang produk tersebut adalah seperti pada tabel di bawah ini :

Uraian	Waktu yang dibutuhkan (jam)			Waktu tersedia (jam)
	Produk 1	Produk 2	Produk 3	
Machining	2	3	6	600
Grinding	6	3	4	300
Assembly	5	6	2	400
Keuntungan per unit	\$ 48	\$ 55	\$ 50	
Biaya set up	\$ 1.000	\$ 800	\$ 900	

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah memaksimalkan keuntungan, yaitu hasil penjualan dikurangi biaya set up. Kita harus menentukan berapa banyak masing-masing produk harus diproduksi agar keuntungan yang diperoleh maksimum dengan memperhatikan pembatas yang ada.

Ini adalah persoalan dengan ongkos tetap (*fixed cost*). Karena itu tetapkan:

- Produk 1 yang dibuat = X_1 unit

- Produk 2 yang dibuat = X2 unit
- Produk 3 yang dibuat = X3 unit
- Y1 = 1, bila produk 1 dibuat
- Y1 = 0 bila produk 1 tidak dibuat

Total keuntungan yang dapat diperoleh adalah :

$$48 X1 + 55 X2 + 50 X3 - 1000 Y1 - 800 Y2 - 900 Y3$$

Sedangkan pembatas waktu dapat dinyatakan sebagai:

$$2X1 + 3X2 + 6X3 \leq 600 \text{ } \} \text{ machining}$$

$$6X1 + 3X2 + 4X3 \leq 300 \text{ } \} \text{ grinding}$$

$$5X1 + 6X2 + 2X3 \leq 400 \text{ } \} \text{ assembly}$$

Hasil produksi hanya akan ada apabila set up dilakukan. Hal ini dinyatakan dengan pembatas $X_i \leq MY_i$. Jika digunakan $M = 1000$ maka:

$$X1 - 1000 Y1 \leq 0$$

$$X2 - 1000 Y2 \leq 0$$

$$X3 - 1000 Y3 \leq 0$$

Dengan demikian formulasi selengkapnya adalah :

MAX	48 X1 + 55 X2 + 50 X3 - 1000 Y1 - 800 Y2 - 900 Y3
SUBJECT TO	
2)	2 X1 + 3 X2 + 6 X3 <= 600
3)	6 X1 + 3 X2 + 4 X3 <= 300
4)	5 X1 + 6 X2 + 2 X3 <= 400
5)	X1 - 1000 Y1 <= 0
6)	X2 - 1000 Y2 <= 0
7)	X3 - 1000 Y3 <= 0
END	
GIN	X1
GIN	X2
GIN	X3
INTE	Y1
INTE	Y2
INTE	Y3

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	2980.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	-48.000000
X2	56.000000	-55.000000
X3	32.000000	-50.000000
Y1	0.000000	1000.000000
Y2	1.000000	800.000000
Y3	1.000000	900.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	240.000000	0.000000
3)	4.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	0.000000	0.000000
6)	944.000000	0.000000
7)	968.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	49	
BRANCHES=	8 DETERM.=	1.000E 0

Dari tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa produk yang harus dibuat adalah:

- Produk 2 sebanyak $X_2 = 56$ unit
- Produk 3 sebanyak $X_3 = 32$ unit
- Keuntungan yang akan diperoleh adalah sebesar \$ 2.980

13b. Misalkan ada pembatas baru yang menyatakan bahwa produk 3 hanya akan diproduksi bila jumlahnya minimum 40 unit, maka formulasinya menjadi:

MAX	48 X1 + 55 X2 + 50 X3 - 1000 Y1 - 800 Y2 - 900 Y3
SUBJECT TO	
2)	2 X1 + 3 X2 + 6 X3 <= 600
3)	6 X1 + 3 X2 + 4 X3 <= 300
4)	5 X1 + 6 X2 + 2 X3 <= 400
5)	X1 - 1000 Y1 <= 0
6)	X2 - 1000 Y2 <= 0
7)	X3 - 1000 Y3 <= 0
8)	X3 - 40 Y3 >= 0
END	
GIN	X1
GIN	X2
GIN	X3
INTE	Y1
INTE	Y2
INTE	Y3

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	2850.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	-48.000000
X2	0.000000	-55.000000
X3	75.000000	-50.000000
Y1	0.000000	1000.000000
Y2	0.000000	800.000000
Y3	1.000000	900.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	150.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	250.000000	0.000000
5)	0.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	925.000000	0.000000
8)	35.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	54	
BRANCHES=	6 DETERM.=	1.000E 0

Dari tabel diatas dapat disimpulkan:

- Produk yang dibuat hanya produk 3 sebanyak 75 unit.
- Keuntungan yang akan diperoleh adalah \$ 2.850

14. Sebuah perusahaan akan menginvestasikan dananya pada suatu proyek. Dana yang tersedia pada tahun ini adalah \$250.000 sedang yang dianggarkan pada tahun kedua, tahun ketiga, tahun keempat dan tahun kelima masing-masing adalah \$75.000, \$50.000, \$50.000 dan \$50.000. Jika data kebutuhan dana dan nilai keuntungan bersih (*Net Present Value, NPV*) dari proyek tersebut adalah seperti pada tabel di bawah ini, pada proyek mana saja sebaiknya dana tersebut diinvestasikan agar diperoleh *NPV* maksimum?

Catatan : dana yang tidak digunakan pada suatu tahun tidak bisa digunakan pada tahun berikutnya (*carry over*).

Proyek	Kebutuhan dana pada tahun (\$ 1.000)					NPV proyek (\$1.000)
	Tahun 1	Tahun 2	Tahun 3	Tahun 4	Tahun 5	
1	75	25	20	15	10	141
2	90	35	0	0	30	187
3	60	15	15	15	15	121
4	30	20	10	5	5	83
5	100	25	20	20	20	265
6	50	20	10	30	40	127

Jawaban :

Misalkan : $X_1 = 1$, bila dana diinvestasikan pada proyek 1

$X_1 = 0$, bila dana tidak diinvestasikan pada proyek 1

Formulasi persoalannya adalah:

MAX	141 X1 + 187 X2 + 121 X3 + 83 X4 + 265 X5 + 127 X6					
SUBJECT TO						
2)	75 X1 + 90 X2 + 60 X3 + 30 X4 + 100 X5 + 50 X6 <= 250					
3)	25 X1 + 35 X2 + 15 X3 + 20 X4 + 25 X5 + 20 X6 <= 75					
4)	20 X1 + 15 X3 + 10 X4 + 20 X5 + 10 X6 <= 50					
5)	15 X1 + 15 X3 + 5 X4 + 20 X5 + 30 X6 <= 50					
6)	10 X1 + 30 X2 + 15 X3 + 5 X4 + 20 X5 + 40 X6 <= 50					
END						
INTE	6					

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	489.0000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1.000000	-141.000000
X2	0.000000	-187.000000
X3	0.000000	-121.000000
X4	1.000000	-83.000000
X5	1.000000	-265.000000
X6	0.000000	-127.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	45.000000	0.000000
3)	5.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	10.000000	0.000000
6)	15.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	47	
BRANCHES=	1	DETERM.= 1.000E 0

Tabel di atas menunjukkan bahwa dana yang ada sebaiknya diinvestasikan pada proyek 1, proyek 4 dan proyek 5 sehingga *NPV* yang akan diperoleh adalah sebesar \$489.000.

15. Suatu perusahaan harus menentukan di lokasi mana dari empat calon lokasi yang ada untuk didirikan gudang yang akan mengirimkan produk ke lima agen di suatu kota. Untuk menjalankan gudang ini perusahaan tersebut harus mengeluarkan biaya tetap untuk perawatan gudang sebesar \$1000 per bulan, dan biaya variable untuk operasional pengiriman sebesar \$5 per unit produk yang dikirim. Data kebutuhan produk per bulan di masing-masing agen dan data ongkos transportasi per unit adalah sebagai berikut:

Lokasi Gudang	Ongkos Transportasi (\$/unit) untuk Agen				
	1	2	3	4	5
1	8	12	6	15	9
2	11	17	3	4	7
3	9	17	10	2	6
4	15	20	5	12	3
Kebutuhan (unit)	20	30	40	50	20

Jika kapasitas pengiriman gudang adalah 70 unit per bulan, bagaimanakah solusi optimum untuk persoalan di atas?

Jawab:

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan di lokasi mana gudang harus dibangun agar kebutuhan agen dapat terpenuhi dengan total ongkos yang minimum. Total ongkos terdiri dari biaya penyusutan, biaya operasional gudang, dan biaya pengiriman dari gudang ke masing-masing agen.

Tetapkan:

X_{ij} adalah jumlah produk yang dikirim dari gudang di lokasi i ke agen j

Z_i adalah kapasitas kirim gudang di lokasi i

$Y_i = 1$ jika gudang dibangun di lokasi i

$= 0$ jika tidak

Total ongkos yang terdiri dari biaya penyusutan, biaya operasional gudang, dan biaya pengiriman dari gudang di lokasi i ke masing-masing agen dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned} & \text{MIN } 1000 Y_1 + 1000 Y_2 + 1000 Y_3 + 1000 Y_4 + 5 Z_1 + 5 Z_2 + 5 Z_3 + 5 Z_4 \\ & + 8 X_{11} + 12 X_{12} + 6 X_{13} + 15 X_{14} + 9 X_{15} \\ & + 11 X_{21} + 17 X_{22} + 3 X_{23} + 4 X_{24} + 7 X_{25} \\ & + 9 X_{31} + 17 X_{32} + 10 X_{33} + 2 X_{34} + 6 X_{35} \\ & + 15 X_{41} + 20 X_{42} + 5 X_{43} + 12 X_{44} + 3 X_{45} \end{aligned}$$

Kebutuhan masing-masing agen dapat dinyatakan sebagai:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 20$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 30$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = 40$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = 50$$

$$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} = 20$$

Kapasitas kirim dari setiap gudang dapat dinyatakan sebagai:

$$Z_1 \leq 70$$

$$Z_2 \leq 70$$

$$Z_3 \leq 70$$

$$Z_4 \leq 70$$

Hubungan antara kapasitas gudang dengan jumlah produk yang dapat dikirimkan dari gudang dapat dinyatakan sebagai:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} - Z_1 \leq 0$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} - Z_2 \leq 0$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} - Z_3 \leq 0$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} - Z_4 \leq 0$$

Hubungan antara biaya penyusutan dengan lokasi gudang dapat dinyatakan sebagai: $Z_i \leq MY_i$ dan jika ditetapkan $M = 10000$ maka:

$$Z_1 - 10000 Y_1 \leq 0$$

$$Z_2 - 10000 Y_2 \leq 0$$

$$Z3 - 10000 Y3 \leq 0$$

$$Z4 - 10000 Y4 \leq 0$$

Dengan demikian formulasi selengkapnya adalah:

MIN	5 Z1 + 5 Z2 + 5 Z3 + 5 Z4 + 1000 Y1 + 1000 Y2 + 1000 Y3 + 1000 Y4	
	+ 8 X11 + 12 X12 + 6 X13 + 15 X14 + 9 X15 + 11 X21 + 17 X22 + 3 X23	
	+ 4 X24 + 7 X25 + 9 X31 + 17 X32 + 10 X33 + 2 X34 + 6 X35 + 15 X41	
	+ 20 X42 + 5 X43 + 12 X44 + 3 X45	
SUBJECT TO		
2)	X11 + X21 + X31 + X41 =	20
3)	X12 + X22 + X32 + X42 =	30
4)	X13 + X23 + X33 + X43 =	40
5)	X14 + X24 + X34 + X44 =	50
6)	X15 + X25 + X35 + X45 =	20
7)	Z1 <=	70
8)	Z2 <=	70
9)	Z3 <=	70
10)	Z4 <=	70
11)	- Z1 + X11 + X12 + X13 + X14 + X15 <=	0
12)	- Z2 + X21 + X22 + X23 + X24 + X25 <=	0
13)	- Z3 + X31 + X32 + X33 + X34 + X35 <=	0
14)	- Z4 + X41 + X42 + X43 + X44 + X45 <=	0
15)	Z1 - 10000 Y1 <=	0
16)	Z2 - 10000 Y2 <=	0
17)	Z3 - 10000 Y3 <=	0
18)	Z4 - 10000 Y4 <=	0
END		
GIN	Z1	
GIN	Z2	
GIN	Z3	
GIN	Z4	
INTE	Y1	
INTE	Y2	
INTE	Y3	
INTE	Y4	

Hasil perhitungan pada tabel di bawah menunjukkan bahwa gudang harus dibangun di lokasi 1, 2, dan 3 dimana pengiriman ke setiap agen adalah sebagai berikut:

- Dari gudang 1 ke agen 1 sebanyak 20 unit dan ke agen 2 sebanyak 30 unit sehingga total pengiriman dari gudang 1 adalah 50 unit
- Dari gudang 2 ke agen 3 sebanyak 40 unit
- Dari gudang 3 ke agen 4 sebanyak 50 unit dan ke agen 5 sebanyak 20 unit sehingga total pengiriman dari gudang 3 adalah 70 unit
- Total ongkos adalah \$4.660

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 4660.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Z1	50.000000	5.000000
Z2	40.000000	5.000000
Z3	70.000000	5.000000
Z4	0.000000	2.000000
Y1	1.000000	1000.000000
Y2	1.000000	1000.000000
Y3	1.000000	1000.000000
Y4	0.000000	1000.000000
X11	20.000000	0.000000
X12	30.000000	0.000000
X13	0.000000	3.000000
X14	0.000000	13.000000
X15	0.000000	3.000000
X21	0.000000	3.000000
X22	0.000000	5.000000
X23	40.000000	0.000000
X24	0.000000	2.000000
X25	0.000000	1.000000
X31	0.000000	1.000000
X32	0.000000	5.000000
X33	0.000000	7.000000
X34	50.000000	0.000000
X35	20.000000	0.000000
X41	0.000000	10.000000
X42	0.000000	11.000000
X43	0.000000	5.000000
X44	0.000000	13.000000
X45	0.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-8.000000
3)	0.000000	-12.000000
4)	0.000000	-3.000000
5)	0.000000	-2.000000
6)	0.000000	-6.000000
7)	20.000000	0.000000
8)	30.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000
10)	70.000000	0.000000
11)	0.000000	0.000000
12)	0.000000	0.000000
13)	0.000000	0.000000
14)	0.000000	3.000000
15)	9950.000000	0.000000
16)	9960.000000	0.000000
17)	9930.000000	0.000000
18)	0.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 122
 BRANCHES= 9 DETERM.= 1.000E 0

16. Sebuah perusahaan mempunyai dua gudang (A & B) dan empat pelanggan (1, 2, 3, dan 4). Ongkos transportasi antara gudang ke pelanggan adalah sebagai berikut:

Gudang	Ongkos transportasi Pelanggan			
	1	2	3	4
A	10	15	8	13
B	3	5	7	10
Kebutuhan pelanggan	20	20	20	20

Pimpinan perusahaan menetapkan bahwa :

- Setiap pelanggan harus dapat dikirim minimal 5 unit
- Kapasitas yang dimiliki setiap gudang harus terkirim ke pelanggan

Jika setiap gudang dapat memasok barang maksimal 30 unit, berapa unitkah jumlah barang yang dikirim dari masing-masing gudang ke masing masing pelanggan?

Jawaban:

Tujuan persoalan ini adalah menentukan jumlah barang yang harus dikirim dari masing-masing gudang ke masing-masing pelanggan agar total ongkos kirim minimum dengan memperhatikan batasan yang ada.

Tetapkan Variabel Keputusan :

- Jumlah yang dikirim dari gudang A ke pelanggan 1 = XA_1
- Jumlah yang dikirim dari gudang A ke pelanggan 2 = XA_2
- Jumlah yang dikirim dari gudang A ke pelanggan 3 = XA_3
- Jumlah yang dikirim dari gudang A ke pelanggan 4 = XA_4
- Jumlah yang dikirim dari gudang B ke pelanggan 1 = XB_1
- Jumlah yang dikirim dari gudang B ke pelanggan 2 = XB_2
- Jumlah yang dikirim dari gudang B ke pelanggan 3 = XB_3

Karena total kebutuhan pelanggan lebih besar dari total kapasitas kirim gudang maka diperlukan gudang *dummy*. Definisikan:

- Jumlah yang dikirim dari gudang dummy ke pelanggan 1 = $XC1$
- Jumlah yang dikirim dari gudang dummy ke pelanggan 2 = $XC2$
- Jumlah yang dikirim dari gudang dummy ke pelanggan 3 = $XC3$

Karena tidak ada denda untuk setiap kebutuhan yang tidak terpenuhi maka tidak ada ongkos kirim dari setiap gudang *dummy* ke setiap pelanggan, sehingga fungsi tujuannya dapat diformulasikan sebagai:

$$\text{Min } 10 XA1 + 15 XA2 + 8 XA3 + 13 XA4 + 3 XB1 + 5 XB2 + 7 XB3 + 10 XB4$$

Pembatas yang menyatakan kebutuhan di setiap pelanggan adalah:

- Kebutuhan pelanggan 1 : $XA1 + XB1 + XC1 = 20$
- Kebutuhan pelanggan 2 : $XA2 + XB2 + XC2 = 20$
- Kebutuhan pelanggan 3 : $XA3 + XB3 + XC3 = 20$
- Kebutuhan pelanggan 4 : $XA4 + XB4 + XC4 = 20$

Pembatas yang menyatakan seluruh kapasitas yang dimiliki setiap gudang harus terkirim ke pelanggan dapat dinyatakan sebagai:

- Pasokan gudang A : $XA1 + XA2 + XA3 + XA4 \geq 30$
- Pasokan gudang B : $XB1 + XB2 + XB3 + XB4 \geq 30$
- Pasokan gudang C (*dummy*) : $XC1 + XC2 + XC3 + XC4 \geq 20$

Pembatas yang menyatakan bahwa setiap pelanggan harus dapat dikirim minimal 5 unit dapat dinyatakan sebagai:

- Jumlah minimal yang harus dikirim ke pelanggan 1 : $XA1 + XB1 \geq 5$
- Jumlah minimal yang harus dikirim ke pelanggan 2 : $XA2 + XB2 \geq 5$
- Jumlah minimal yang harus dikirim ke pelanggan 3 : $XA3 + XB3 \geq 5$
- Jumlah minimal yang harus dikirim ke pelanggan 4 : $XA4 + XB4 \geq 5$

Dengan demikian formulasi selengkapnya adalah:

```

MIN      10 XA1 + 15 XA2 + 8 XA3 + 13 XA4
        + 3 XB1 + 5 XB2 + 7 XB3 + 10 XB4
SUBJECT TO
    2)   XA1 + XB1 + XC1 <=  20
    3)   XA2 + XB2 + XC2 <=  20
    4)   XA3 + XB3 + XC3 <=  20
    5)   XA4 + XB4 + XC4 <=  20
    6)   XA1 + XA2 + XA3 + XA4 =   30
    7)   XB1 + XB2 + XB3 + XB4 =   30
    8)   XC1 + XC2 + XC3 + XC4 =   20
    9)   XA1 + XB1 >=   5
   10)   XA2 + XB2 >=   5
   11)   XA3 + XB3 >=   5
   12)   XA4 + XB4 >=   5
END
GIN      8

```

Hasil perhitungannya adalah:

```

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
    1)      395.0000

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
XA1           5.000000      10.000000
XA2           0.000000      15.000000
XA3          20.000000       8.000000
XA4           5.000000      13.000000
XB1          15.000000       3.000000
XB2          15.000000       5.000000
XB3           0.000000       7.000000
XB4           0.000000      10.000000
XC1           0.000000       0.000000
XC2           5.000000       0.000000
XC3           0.000000       0.000000
XC4          15.000000       0.000000

ROW  SLACK OR SURPLUS  DUAL PRICES
  2)           0.000000      0.000000
  3)           0.000000      0.000000
  4)           0.000000      0.000000
  5)           0.000000      0.000000
  6)           0.000000      0.000000
  7)           0.000000      0.000000
  8)           0.000000      0.000000
  9)          15.000000      0.000000
 10)          10.000000      0.000000
 11)          15.000000      0.000000
 12)           0.000000      0.000000

NO. ITERATIONS=      17
BRANCHES=      0 DETERM.=  1.000E  0

```

Dari tabel di atas dapat disimpulkan:

- Gudang A mengirim ke pelanggan 1 sebanyak 5 unit, ke pelanggan 3 sebanyak 20 unit dan ke pelanggan 4 sebanyak 5 unit
- Gudang B mengirim ke pelanggan 1 sebanyak 15 unit dan ke pelanggan 2 sebanyak 15 unit
- Kebutuhan pelanggan yang tidak terpenuhi adalah pelanggan 2 sebanyak 5 unit dan pelanggan 4 sebanyak 15 unit
- Total ongkos pengiriman adalah sebesar \$395.

17. PT. Aditia adalah developer yang saat ini mempunyai proyek pembangunan perumahan di 4 lokasi, yakni lokasi A, B, C dan D. Untuk membangun rumah-rumah tersebut diperlukan semen yang dapat diperoleh dari 3 pemasok yakni P, Q dan R. Tabel berikut menunjukkan jumlah kebutuhan semen di masing-masing lokasi, jumlah semen yang dapat disediakan oleh masing-masing pemasok, dan ongkos pengiriman per ton dari masing masing pemasok ke masing masing lokasi perumahan.

	Ongkos kirim per ton semen dari pemasok ke lokasi				Maksimum Pasokan (ton)
	Lokasi A	Lokasi B	Lokasi C	Lokasi D	
Pemasok P	\$ 120	\$ 115	\$ 130	\$ 125	525
Pemasok Q	\$ 100	\$ 150	\$ 110	\$ 105	450
Pemasok R	\$ 140	\$ 95	\$ 145	\$ 165	550
Kebutuhan (ton)	450	275	300	350	

Bagaimanakah solusi persoalan di atas bila ada beberapa ketentuan yang harus dipenuhi sebagai berikut:

- a. Pemasok P hanya akan mengirim ke suatu lokasi proyek jika kebutuhan minimum di lokasi proyek tersebut adalah 150 ton.

- b. Maksimum satu lokasi yang dapat dikirim oleh pemasok Q dengan jumlah lebih dari 200 ton. Lokasi lainnya bisa dikirim dengan jumlah kurang dari 200 ton.
- c. Pemasok R hanya akan menerima pesanan bila jumlah total pesanan 200 ton atau 400 ton atau 550 ton (jumlah total semen yang dikirim oleh pemasok R adalah 200 ton atau 400 ton atau 550 ton).

Jawaban:

Definisikan X_{ij} adalah jumlah semen yang dikirim dari pemasok i ke lokasi j

Fungsi tujuannya adalah meminimumkan total ongkos kirim yang dapat diformulasikan sebagai:

$$\begin{aligned} \text{MIN } & 120 X_{11} + 115 X_{12} + 130 X_{13} + 125 X_{14} + 100 X_{21} + 150 X_{22} \\ & + 110 X_{23} + 105 X_{24} + 140 X_{31} + 95 X_{32} + 145 X_{33} + 165 X_{34} \end{aligned}$$

Fungsi pembatasnya adalah:

- Jumlah yang dapat dipasok oleh masing-masing pemasok

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 525$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 450$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \leq 550$$

- Jumlah kebutuhan masing-masing lokasi

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 450$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 275$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 300$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 350$$

- Persyaratan tambahan untuk pemasok P

Dengan menggunakan *either-or constraint* maka formulasinya adalah:

$$X_{11} - 1000 Y_{11} \leq 0$$

$$- X_{11} + 1000 Y_{11} \leq 850$$

$$X_{12} - 1000 Y_{12} \leq 0$$

$$- X_{12} + 1000 Y_{12} \leq 850$$

$$X_{13} - 1000 Y_{13} \leq 0$$

$$- X_{13} + 1000 Y_{13} \leq 850$$

$$X_{14} - 1000 Y_{14} \leq 0$$

$$- X_{14} + 1000 Y_{14} \leq 850$$

- Persyaratan tambahan untuk pemasok Q

Dengan menggunakan *if-then constraint* maka formulasinya adalah:

$$X_{21} - 1000 Y_{21} \leq 200$$

$$X_{22} + 1000 Y_{21} \leq 1200$$

$$X_{21} - 1000 Y_{21} \leq 200$$

$$X_{23} + 1000 Y_{21} \leq 1200$$

$$X_{21} - 1000 Y_{21} \leq 200$$

$$X_{24} + 1000 Y_{21} \leq 1200$$

$$X_{22} - 1000 Y_{22} \leq 200$$

$$X_{21} + 1000 Y_{22} \leq 1200$$

$$X_{22} - 1000 Y_{22} \leq 200$$

$$X_{23} + 1000 Y_{22} \leq 1200$$

$$X_{22} - 1000 Y_{22} \leq 200$$

$$X_{24} + 1000 Y_{22} \leq 1200$$

$$X_{23} - 1000 Y_{23} \leq 200$$

$$X_{21} + 1000 Y_{23} \leq 1200$$

$$X_{23} - 1000 Y_{23} \leq 200$$

$$X_{22} + 1000 Y_{23} \leq 1200$$

$$X_{23} - 1000 Y_{23} \leq 200$$

$$X_{24} + 1000 Y_{23} \leq 1200$$

$$X_{24} - 1000 Y_{24} \leq 200$$

$$X_{21} + 1000 Y_{24} \leq 1200$$

$$X_{24} - 1000 Y_{24} \leq 200$$

$$X_{22} + 1000 Y_{24} \leq 1200$$

$$X_{24} - 1000 Y_{24} \leq 200$$

$$X_{23} + 1000 Y_{24} \leq 1200$$

- Persyaratan tambahan untuk pemasok R

$$X31 + X32 + X33 + X34 - 200 Y31 - 400 Y32 - 550 Y33 = 0$$

$$Y31 + Y32 + Y33 = 1$$

Dengan demikian formulasi selengkapnya adalah:

MIN	120 X11 + 115 X12 + 130 X13 + 125 X14 + 100 X21 + 150 X22	
	+ 110 X23 + 105 X24 + 140 X31 + 95 X32 + 145 X33 + 165 X34	
SUBJECT TO		
2)	X11 + X12 + X13 + X14 <=	525
3)	X21 + X22 + X23 + X24 <=	450
4)	X31 + X32 + X33 + X34 <=	550
5)	X11 + X21 + X31 =	450
6)	X12 + X22 + X32 =	275
7)	X13 + X23 + X33 =	300
8)	X14 + X24 + X34 =	350
9)	- 1000 Y11 + X11 <=	0
10)	1000 Y11 - X11 <=	850
11)	- 1000 Y12 + X12 <=	0
12)	1000 Y12 - X12 <=	850
13)	- 1000 Y13 + X13 <=	0
14)	1000 Y13 - X13 <=	850
15)	- 1000 Y14 + X14 <=	0
16)	1000 Y14 - X14 <=	850
17)	- 1000 Y21 + X21 <=	200
18)	1000 Y21 + X22 <=	1200
19)	- 1000 Y21 + X21 <=	200
20)	1000 Y21 + X23 <=	1200
21)	- 1000 Y21 + X21 <=	200
22)	1000 Y21 + X24 <=	1200
23)	- 1000 Y22 + X22 <=	200
24)	1000 Y22 + X21 <=	1200
25)	- 1000 Y22 + X22 <=	200
26)	1000 Y22 + X23 <=	1200
27)	- 1000 Y22 + X22 <=	200
28)	1000 Y22 + X24 <=	1200
29)	- 1000 Y23 + X23 <=	200
30)	1000 Y23 + X21 <=	1200
31)	- 1000 Y23 + X23 <=	200
32)	1000 Y23 + X22 <=	1200
33)	- 1000 Y23 + X23 <=	200
34)	1000 Y23 + X24 <=	1200
35)	- 1000 Y24 + X24 <=	200
36)	1000 Y24 + X21 <=	1200
37)	- 1000 Y24 + X24 <=	200
38)	1000 Y24 + X22 <=	1200
39)	- 1000 Y24 + X24 <=	200
40)	1000 Y24 + X23 <=	1200
41)	Y31 + Y32 + Y33 =	1
END		
INTE	Y11	
INTE	Y12	
INTE	Y13	
INTE	Y14	
INTE	Y21	
INTE	Y22	
INTE	Y23	
INTE	Y24	
INTE	Y31	
INTE	Y32	
INTE	Y33	

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	155750.0	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	120.000000
X12	0.000000	115.000000
X13	175.000000	130.000000
X14	350.000000	125.000000
X21	450.000000	100.000000
X22	0.000000	150.000000
X23	0.000000	110.000000
X24	0.000000	105.000000
X31	0.000000	140.000000
X32	275.000000	95.000000
X33	125.000000	145.000000
X34	0.000000	165.000000
Y11	0.000000	0.000000
Y12	0.000000	0.000000
Y13	1.000000	0.000000
Y14	1.000000	0.000000
Y21	1.000000	0.000000
Y22	0.000000	0.000000
Y23	0.000000	0.000000
Y24	0.000000	0.000000
Y31	0.000000	0.000000
Y32	1.000000	0.000000
Y33	0.000000	0.000000

Dari tabel tersebut dapat diambil kesimpulan :

- Perusahaan P memasok ke dua proyek yakni proyek 3 sebanyak 175 ton dan proyek 4 sebanyak 350 ton.
- Perusahaan Q memasok ke proyek 1 sebanyak 450 ton
- Perusahaan R memasok sebanyak 400 ton yakni ke proyek 2 sebanyak 275 ton dan ke proyek 3 sebanyak 125 ton.
- Ongkos kirim = \$ 155.750.

18. Saat ini Pemkot di suatu kota sedang menyusun program penyambutan delegasi dari negara-negara ASEAN yang akan berkunjung selama sepekan. Untuk

kepentingan tersebut, akan dilakukan penyewaan mobil dengan data sebagai berikut:

Hari	Jumlah mobil yang dibutuhkan	Hari	Jumlah mobil yang dibutuhkan
Sabtu	2	Rabu	16
Minggu	5	Kamis	7
Senin	10	Jumat	11
Selasa	9		

Ada beberapa tarif penyewaan mobil, yaitu:

- Penyewaan pada hari Sabtu dan Minggu dengan ongkos sewa per hari \$35
- Penyewaan pada hari Senin hingga Jumat dengan ongkos sewa per hari \$50
- Penyewaan selama tiga hari berturut-turut di antara Senin hingga Jumat dengan total ongkos sewa \$125
- Penyewaan di akhir minggu (Sabtu dan Minggu) dengan total ongkos sewa sebesar \$60
- Penyewaan selama lima hari kerja (Senin hingga Jumat) dengan total ongkos sewa \$180
- Penyewaan selama seminggu penuh (Sabtu hingga Jumat) dengan total ongkos sewa \$200
- Setiap mobil hanya boleh digunakan oleh seorang anggota delegasi, tetapi jika mobil disewa untuk lebih dari satu hari maka boleh digunakan oleh anggota delegasi yang lain asal pada hari yang berbeda

Bagaimanakah rencana penyewaan mobil itu sebaiknya dilakukan agar total ongkos yang harus dikeluarkan minimum?

Jawaban:

Tetapkan variabel-variabel berikut:

X1 Unit mobil yang disewa pada hari Sabtu

X2 Unit mobil yang disewa pada hari Minggu

- X3 Unit mobil yang disewa pada hari Senin
- X4 Unit mobil yang disewa pada hari Selasa
- X5 Unit mobil yang disewa pada hari Rabu
- X6 Unit mobil yang disewa pada hari Kamis
- X7 Unit mobil yang disewa pada hari Jumat
- X8 Unit mobil yang disewa pada hari Senin hingga Rabu
- X9 Unit mobil yang disewa pada hari Selasa hingga Kamis
- X10 Unit mobil yang disewa pada hari Rabu hingga Jumat
- X11 Unit mobil yang disewa pada hari Sabtu dan Minggu
- X12 Unit mobil yang disewa pada hari Senin hingga Jumat
- X13 Unit mobil yang disewa pada hari Sabtu hingga Jumat

Fungsi tujuan meminimumkan total ongkos dapat diformulasikan sebagai:

$$\text{Min } 35 X_1 + 35 X_2 + 50 X_3 + 50 X_4 + 50 X_5 + 50 X_6 + 50 X_7 + 125 X_8 \\ + 125 X_9 + 125 X_{10} + 60 X_{11} + 180 X_{12} + 200 X_{13}$$

Pembatas kebutuhan mobil pada hari Sabtu dinyatakan sebagai:

$$X_1 + X_{11} + X_{13} \geq 2$$

Pembatas kebutuhan mobil pada hari Minggu dinyatakan sebagai:

$$X_2 + X_{11} + X_{13} \geq 5$$

Pembatas kebutuhan mobil pada hari Senin dinyatakan sebagai:

$$X_3 + X_8 + X_{12} + X_{13} \geq 10$$

Pembatas kebutuhan mobil pada hari Selasa dinyatakan sebagai:

$$X_4 + X_8 + X_9 + X_{12} + X_{13} \geq 9$$

Pembatas kebutuhan mobil pada hari Rabu dinyatakan sebagai:

$$X_5 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{12} + X_{13} \geq 16$$

Pembatas kebutuhan mobil pada hari Kamis dinyatakan sebagai:

$$X_6 + X_9 + X_{10} + X_{12} + X_{13} \geq 7$$

Pembatas kebutuhan mobil pada hari Jumat dinyatakan sebagai:

$$X_7 + X_{10} + X_{12} + X_{13} \geq 11$$

Dengan demikian formulasi persoalannya adalah:

MIN	35 X1 + 35 X2 + 50 X3 + 50 X4 + 50 X5 + 50 X6 + 50 X7
	+ 125 X8 + 125 X9 + 125 X10 + 60 X11 + 180 X12 + 200 X13
SUBJECT TO	
2)	X1 + X11 + X13 >= 2
3)	X2 + X11 + X13 >= 5
4)	X3 + X8 + X12 + X13 >= 10
5)	X4 + X8 + X9 + X12 + X13 >= 9
6)	X5 + X8 + X9 + X10 + X12 + X13 >= 16
7)	X6 + X9 + X10 + X12 + X13 >= 7
8)	X7 + X10 + X12 + X13 >= 11
END	
GIN	13

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	2210.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	35.000000
X2	0.000000	35.000000
X3	1.000000	50.000000
X4	0.000000	50.000000
X5	7.000000	50.000000
X6	0.000000	50.000000
X7	4.000000	50.000000
X8	2.000000	125.000000
X9	0.000000	125.000000
X10	0.000000	125.000000
X11	0.000000	60.000000
X12	2.000000	180.000000
X13	5.000000	200.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	3.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	0.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	0.000000	0.000000
8)	0.000000	0.000000
NO. ITERATIONS=	7	
BRANCHES=	0 DETERM.= 1.000E	0

Tabel di atas menyatakan bahwa:

- Unit mobil yang harus disewa pada hari Senin adalah 1 unit
- Unit mobil yang harus disewa pada hari Rabu adalah 7 unit
- Unit mobil yang harus disewa pada hari Jumat adalah 4 unit
- Unit mobil yang harus disewa pada hari Senin hingga Rabu adalah 2 unit
- Unit mobil yang harus disewa pada hari Senin hingga Jumat adalah 2 unit
- Unit mobil yang harus disewa pada hari Sabtu hingga Jumat adalah 5 unit
- Total biaya sewa mobil yang harus dikeluarkan adalah sebesar \$2.210

19. Pelatih suatu tim bola basket yang memiliki tujuh orang pemain mencatat dan menilai kemampuan setiap pemain dalam melakukan *Ball Handling*, *Shooting*, *Rebounding*, dan *Defense* pada posisi *Guard* (G), *Center* (C), dan *Forward* (F) dengan memberikan nilai 1 untuk jelek, 2 untuk sedang, dan 3 untuk baik. Hasil penilaiannya adalah sebagai berikut:

Pemain	Posisi	Kemampuan			
		Ball Handling	Shooting	Rebounding	Defense
1	G	3	3	1	3
2	C	2	1	3	2
3	G atau F	2	3	2	2
4	F atau C	1	3	3	1
5	G atau F	1	3	1	2
6	F atau C	3	1	2	3
7	G atau F	3	2	2	1

Pelatih tersebut akan memilih lima orang pemain untuk dijadikan *starter* dengan persyaratan sebagai berikut:

- Minimum tiga orang harus dapat bermain sebagai *Guard*, minimum dua orang harus dapat bermain sebagai *Forward*, dan minimum satu orang dapat bermain sebagai *Center*
- Rata-rata nilai dari kelima *starter* dalam melakukan
 - *Rebounding* minimum 2
 - *Shooting* minimum 2
 - *Ball handling* minimum 2
- Jika pemain 3 terpilih menjadi *strater* maka pemain 6 tidak boleh menjadi *starter*
- Jika pemain 1 terpilih menjadi *strater* maka pemain 4 dan pemain 5 juga harus menjadi *starter*
- Minimum salah seorang dari pemain 2 atau 3 harus menjadi *starter*

Tentukan anggota tim yang harus menjadi *strarter* agar nilai dalam kemampuan *defense* maksimum.

Jawaban:

Tetapkan variabel-variabel berikut:

$$X_j = 1 \quad \text{jika pemain } j \text{ terpilih menjadi } \textit{starter}$$

$$= 0 \quad \text{jika tidak}$$

Fungsi tujuan memaksimumkan nilai *defense* dapat dinyatakan sebagai:

$$\text{Max } 3 X_1 + 2 X_2 + 2 X_3 + X_4 + 2 X_5 + 3 X_6 + X_7$$

Pembatas minimum tiga orang harus dapat bermain sebagai *Guard*, minimum dua orang harus dapat bermain sebagai *Forward*, dan minimum satu orang dapat bermain sebagai *Center* dapat dinyatakan sebagai:

$$X_1 + X_3 + X_5 + X_7 \geq 3$$

$$X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \geq 2$$

$$X_2 + X_4 + X_6 \geq 1$$

Pembatas rata-rata nilai dari kelima *starter* dalam melakukan *rebounding* minimum 2 dapat dinyatakan sebagai:

$$\frac{X1 + 3X2 + 2X3 + 3X4 + X5 + 2X6 + 2X7}{5} \geq 2$$

atau $X1 + 3 X2 + 2 X3 + 3 X4 + X5 + 2 X6 + 2 X7 \geq 10$

Dengan cara yang sama untuk *Shooting* dinyatakan sebagai:

$$3 X1 + X2 + 3 X3 + 3 X4 + 3 X5 + X6 + 2 X7 \geq 10$$

dan untuk *Ball handling* dinyatakan sebagai:

$$3 X1 + 2 X2 + 2 X3 + X4 + X5 + 3 X6 + 3 X7 \geq 10$$

Pembatas yang menyatakan jika pemain 3 terpilih menjadi *strater* maka pemain 6 tidak boleh menjadi *starter* dinyatakan sebagai:

$$X3 + X6 \leq 1$$

Pembatas yang menyatakan jika pemain 1 terpilih menjadi *strater* maka pemain 4 dan pemain 5 juga harus menjadi *starter* dinyatakan sebagai:

$$X4 + X5 - X1 \geq 0$$

Pembatas yang menyatakan minimum salah seorang dari pemain 2 atau 3 harus menjadi *starter* dinyatakan sebagai:

$$X2 + X3 \geq 1$$

Pembatas yang menyatakan bahwa jumlah *starter* ada lima orang dapat dinyatakan sebagai:

$$X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7 = 5$$

Dengan demikian formulasi selengkapnya adalah:

```

MAX      3 X1 + 2 X2 + 2 X3 + X4 + 2 X5 + 3 X6 + X7
SUBJECT TO
2)      X1 + X3 + X5 + X7 >= 3
3)      X3 + X4 + X5 + X6 + X7 >= 2
4)      X2 + X4 + X6 >= 1
5)      X1 + 3 X2 + 2 X3 + 3 X4 + X5 + 2 X6 + 2 X7 >= 10
6)      3 X1 + X2 + 3 X3 + 3 X4 + 3 X5 + X6 + 2 X7 >= 10
7)      3 X1 + 2 X2 + 2 X3 + X4 + X5 + 3 X6 + 3 X7 >= 10
8)      X3 + X6 <= 1
9)      - X1 + X4 + X5 >= 0
10)     X2 + X3 >= 1
11)     X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7 = 5

END
INTE    7

```

Hasil perhitungannya adalah:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	9.000000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1.000000	-3.000000
X2	1.000000	-2.000000
X3	0.000000	-2.000000
X4	1.000000	-1.000000
X5	1.000000	-2.000000
X6	0.000000	-3.000000
X7	1.000000	-1.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	1.000000	0.000000
4)	1.000000	0.000000
5)	0.000000	0.000000
6)	2.000000	0.000000
7)	0.000000	0.000000
8)	1.000000	0.000000
9)	1.000000	0.000000
10)	0.000000	0.000000
11)	0.000000	0.000000
NO. ITERATIONS= 32		
BRANCHES= 2 DETERM.= 1.000E 0		

Tabel di atas menunjukkan bahwa pemain yang harus menjadi *strater* adalah pemain 1, 2, 4, 5, dan 7 dengan nilai *defense* sebesar 9.

20. PT Hade Motor sedang menentukan rencana produksi untuk empat kuartal kedepan. Kebutuhan pada kuartal 1, 2, 3, dan 4 masing-masing adalah 40, 70, 50, dan 20 unit. Ada empat jenis ongkos yang terlibat, yaitu:
1. Ongkos untuk membuat satu unit motor sebesar \$400
 2. Ongkos simpan untuk setiap unit motor sebesar \$100
 3. Ongkos peningkatan jumlah yang diproduksi pada suatu kuartal dibanding kuartal sebelumnya sebesar \$700 per unit motor
 4. Ongkos untuk pengurangan jumlah yang diproduksi pada suatu kuartal dibanding kuartal sebelumnya sebesar \$600 per unit motor

Kebutuhan pada setiap kuartal harus dipenuhi pada kuartal yang bersangkutan, dan hasil produksi pada suatu kuartal digunakan untuk memenuhi kebutuhan kuartal itu. Diketahui bahwa pada awal kuartal 1 tidak ada persediaan, dan bahwa jumlah yang diproduksi pada akhir kuartal 4 pada tahun sebelumnya adalah 50 unit. Tentukan rencana produksi optimumnya.

Jawaban:

Tetapkan variabel-variabel berikut:

P_t = jumlah unit motor yang diproduksi pada kuartal t

I_t = jumlah motor yang tersisa di akhir kuartal t

X_t = peningkatan jumlah motor yang diproduksi pada kuartal t dibanding kuartal sebelumnya

Y_t = penurunan jumlah motor yang diproduksi pada kuartal t dibanding kuartal sebelumnya

Fungsi tujuan meminimumkan total ongkos yang terdiri dari ongkos untuk membuat setiap unit motor, ongkos simpan, ongkos peningkatan jumlah yang diproduksi, dan ongkos untuk pengurangan jumlah yang diproduksi dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & 400 P_1 + 400 P_2 + 400 P_3 + 400 P_4 + 100 I_1 + 100 I_2 + 100 I_3 \\ & + 100 I_4 + 700 X_1 + 700 X_2 + 700 X_3 + 700 X_4 + 600 Y_1 + 600 Y_2 \\ & + 600 Y_3 + 600 Y_4 \end{aligned}$$

Pembatas yang menyatakan hubungan antara jumlah yang diproduksi dengan permintaan dan persediaan pada keempat kuartal dapat dinyatakan sebagai:

$$P1 - I1 = 40$$

$$P2 + I1 - I2 = 70$$

$$P3 + I2 - I3 = 50$$

$$P4 + I3 - I4 = 20$$

Pembatas yang menyatakan perubahan (peningkatan atau pengurangan) jumlah yang diproduksi dari masing-masing kuartal dapat dinyatakan sebagai:

$$P1 - 50 = X1 - Y1 \text{ atau } P1 - X1 + Y1 = 50$$

$$P2 - P1 = X2 - Y2 \text{ atau } -P1 + P2 - X2 + Y2 = 0$$

$$P3 - P2 = X3 - Y3 \text{ atau } -P2 + P3 - X3 + Y3 = 0$$

$$P4 - P3 = X4 - Y4 \text{ atau } -P3 + P4 - X4 + Y4 = 0$$

Dengan demikian formulasi persoalannya adalah:

MIN	400 P1 + 400 P2 + 400 P3 + 400 P4 + 100 I1 + 100 I2 + 100 I3
	+ 100 I4 + 700 X1 + 700 X2 + 700 X3 + 700 X4 + 600 Y1 + 600 Y2
	+ 600 Y3 + 600 Y4
SUBJECT TO	
2)	P1 - I1 = 40
3)	P2 + I1 - I2 = 70
4)	P3 + I2 - I3 = 50
5)	P4 + I3 - I4 = 20
6)	P1 - X1 + Y1 = 50
7)	- P1 + P2 - X2 + Y2 = 0
8)	- P2 + P3 - X3 + Y3 = 0
9)	- P3 + P4 - X4 + Y4 = 0
END	
GIN 16	

Hasil perhitungan pada tabel di bawah menunjukkan bahwa:

- Produksi kuartal 1 adalah 55 unit, naik 5 unit dari kuartal keempat tahun sebelumnya
- Produksi kuartal 2 adalah 55 unit, sama dengan produksi kuartal 1
- Produksi kuartal 3 adalah 50 unit, turun 5 unit dari kuartal 2
- Produksi kuartal 4 adalah 50 unit, sama dengan produksi kuartal 3
- Total ongkos adalah \$95.000

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 95000.00

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
P1	55.000000	400.000000
P2	55.000000	400.000000
P3	50.000000	400.000000
P4	50.000000	400.000000
I1	15.000000	100.000000
I2	0.000000	100.000000
I3	0.000000	100.000000
I4	30.000000	100.000000
X1	5.000000	700.000000
X2	0.000000	700.000000
X3	0.000000	700.000000
X4	0.000000	700.000000
Y1	0.000000	600.000000
Y2	0.000000	600.000000
Y3	5.000000	600.000000
Y4	0.000000	600.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	0.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	0.000000	0.000000
8)	0.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 0
BRANCHES= 0 DETERM.= 1.000E 0

BAB 3

ANALISIS JARINGAN KERJA

1. Sebuah perusahaan mempunyai tiga pabrik yakni di LA, DT dan NO, serta dua pusat distribusi yakni di DN dan MI. Kapasitas produksi perbulan di masing-masing pabrik adalah sebagai berikut :

LA = 1000 unit

DT = 1300 unit

NO = 1200 unit

Sedangkan permintaan yang diterima oleh masing-masing pusat distribusi dari pelanggannya per bulan adalah :

DN = 2300 unit

MI = 1400 unit

Ongkos kirim per unit barang dari pabrik ke pusat distribusi adalah sebagai berikut :

	DN	MI
LA	80	215
DT	100	108
NO	102	68

Tentukan jumlah pengiriman dari masing-masing pabrik ke masing-masing pusat distribusi agar ongkos kirimnya minimum!

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah meminimumkan ongkos kirim dengan memperhatikan jumlah persediaan di masing masing sumber dan jumlah kebutuhan di masing masing tujuan. Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah:

From \ To	Destination 1	Destination 2	Supply
Source 1	80	215	1000
Source 2	100	108	1300
Source 3	102	68	1200
Demand	2300	1400	

Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	1000	80	80000	0
2	Source 2	Destination 1	1300	100	130000	0
3	Source 3	Destination 2	1200	68	81600	0
4	Unfilled_Demand	Destination 2	200	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	291600	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Dari LA ke DN dikirim sebanyak 1000 unit
- Dari DT ke DN dikirim sebanyak 1300 unit
- Dari NO ke MI dikirim sebanyak 1200 unit
- Jumlah kebutuhan di MI yang tidak bisa dipenuhi = 200 unit
- Total biaya kirim = \$ 291.600

2. Permintaan akan suatu barang pada bulan Maret, April, Mei dan Juni masing-masing adalah sebanyak 100; 200; 180; dan 300 unit. Untuk memenuhi permintaan tersebut perusahaan mempekerjakan tenaga tidak tetap/part timer. Kemampuan produksi perusahaan pada bulan Maret, April, Mei dan Juni masing-masing adalah sebanyak 50; 180; 280; dan 270 unit. Karena jumlah permintaan dan kemampuan produksi setiap bulan tidak sama, maka untuk memenuhi permintaan setiap bulan tersebut dapat dilakukan dengan 3 cara yakni :

- Dengan hasil produksi bulan yang bersangkutan dengan biaya US \$ 40 per unit.

- Dengan hasil produksi bulan sebelumnya . Dikenakan tambahan biaya simpan sebesar US \$ 0,50 per unit perbulan.
- Dengan hasil produksi bulan yang akan datang. Dikenakan t tambahan biaya denda keterlambatan sebesar US \$ 2.00 per unit per bulan.

Bagaimana cara memenuhi permintaan tersebut agar biayanya minimum?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini, adalah memenuhi permintaan pelanggan agar biaya totalnya minimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah:

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Supply
Source 1	40	40.5	41	41.5	50
Source 2	42	40	40.5	41	180
Source 3	44	42	40	40.5	280
Source 4	46	44	42	40	270
Demand	100	200	180	300	

Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	50	40	2000	0
2	Source 2	Destination 2	180	40	7200	0
3	Source 3	Destination 1	50	44	2200	0
4	Source 3	Destination 2	20	42	840	0
5	Source 3	Destination 3	180	40	7200	0
6	Source 3	Destination 4	30	40.50	1215	0
7	Source 4	Destination 4	270	40	10800	0
	Total	Objective	Function	Value =	31455	

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Bulan Maret diproduksi sebanyak 50 unit untuk memenuhi kebutuhan bulan Maret sebanyak 50 unit.
- Bulan April diproduksi sebanyak 180 unit untuk memenuhi kebutuhan bulan April sebanyak 180 unit.
- Bulan Mei diproduksi sebanyak 280 unit untuk memenuhi kebutuhan :
 - Bulan Maret = 50 unit
 - Bulan April = 20 unit

- Bulan Mei = 180 unit
 - Bulan Juni = 30 unit
- Bulan Juni diproduksi sebanyak 270 unit untuk memenuhi kebutuhan bulan Juni 270 unit.
- Total ongkos = \$ 31.455

3. Suatu perusahaan yang mempunyai 4 orang pekerja, saat ini memperoleh 4 pesanan. Mengingat jenis pekerjaan, pengalaman dan ketrampilan pekerja berbeda untuk mengerjakan pesanan tersebut, maka upah kerja pun berbeda seperti diperlihatkan pada table berikut :

Pekerja	Pesanan			
	1	2	3	4
A	\$ 1	\$ 4	\$ 6	\$ 3
B	\$ 9	\$ 7	\$ 10	\$ 9
C	\$ 4	\$ 5	\$ 11	\$ 7
D	\$ 8	\$ 7	\$ 8	\$ 5

Bagaimana sebaiknya penugasan pekerja untuk memenuhi pesanan tersebut?

Catatan : seorang pekerja hanya dapat mengerjakan satu pesanan dan satu pesanan hanya dapat dikerjakan oleh seorang pekerja.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini, menugaskan pekerja pada setiap pesanan agar ongkos minimum. Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah:

From \ To	Assignee 1	Assignee 2	Assignee 3	Assignee 4
Assignment 1	\$ 1	\$ 4	\$ 6	\$ 3
Assignment 2	\$ 9	\$ 7	\$ 10	\$ 9
Assignment 3	\$ 4	\$ 5	\$ 11	\$ 7
Assignment 4	\$ 8	\$ 7	\$ 8	\$ 5

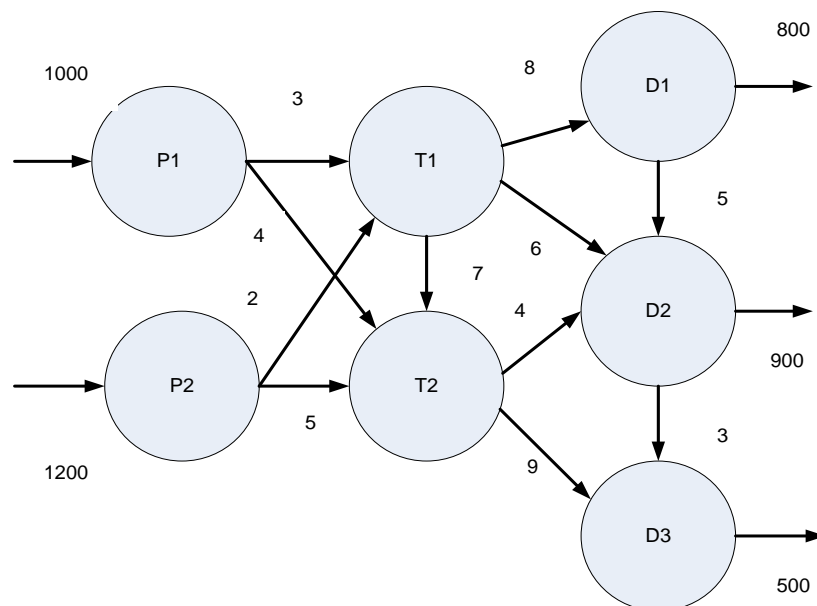
Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Assignment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Assignment 1	Assignee 1	1	1	1	0
2	Assignment 2	Assignee 3	1	10	10	0
3	Assignment 3	Assignee 2	1	5	5	0
4	Assignment 4	Assignee 4	1	5	5	0
	Total	Objective	Function	Value =	21	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Pekerja A mengerjakan pesanan 1 dengan biaya \$ 1
- Pekerja B mengerjakan pesanan 3 dengan biaya \$ 10
- Pekerja C mengerjakan pesanan 2 dengan biaya \$ 5
- Pekerja D mengerjakan pesanan 4 dengan biaya \$ 5
- Biaya total = \$ 21

4. Sebuah perusahaan mobil mempunyai dua pabrik (P1 dan P2), dua pusat distribusi (T1 dan T2) dan tiga dealer (D1, D2 dan D3). Kapasitas produksi per bulan di masing-masing pabrik adalah P1 = 1000 unit dan P2 = 1200 unit. Permintaan per bulan di masing masing dealer adalah : D1 = 800 unit, D2 = 900 unit dan D3 = 500 unit. Ongkos pengiriman per unit mobil dari satu lokasi ke lokasi lain adalah sebagai berikut :



Bagaimana jawab terbaik untuk persoalan tersebut ?

Jawaban :

Persoalan ini merupakan persoalan transshipment. Tujuan dari persoalan ini mengatur pengiriman dari pabrik dan pusat distribusi ke dealer agar ongkos pengiriman minimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Dengan menggunakan software *WIN QSB* maka inputnya adalah:

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Supply
Source 1	3	4	1000	1000	1000	1000
Source 2	2	5	1000	1000	1000	1200
Source 3	0	7	8	6	1000	2200
Source 4	1000	0	1000	4	9	2200
Source 5	1000	1000	0	5	1000	2200
Source 6	1000	1000	1000	0	3	2200
Demand	2200	2200	3000	3100	500	

Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 2	1000	4	4000	0
2	Source 2	Destination 1	1200	2	2400	0
3	Source 3	Destination 1	1000	0	0	0
4	Source 3	Destination 3	800	8	6400	0
5	Source 3	Destination 4	400	6	2400	0
6	Source 4	Destination 2	1200	0	0	0
7	Source 4	Destination 4	1000	4	4000	0
8	Source 5	Destination 3	2200	0	0	0
9	Source 6	Destination 4	1700	0	0	0
10	Source 6	Destination 5	500	3	1500	0
	Total	Objective Function		Value =	20700	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Mobil yang dikirim dari pabrik P1 ke Pusat distribusi T2 = 1.000 unit.
- Mobil yang dikirim dari pabrik P2 ke Pusat distribusi T1 = 1.200 unit.
- Mobil yang dikirim dari pusat distribusi T1 ke dealer D1 = 800 unit.
- Mobil yang dikirim dari pusat distribusi T1 ke dealer D2 = 400 unit.
- Mobil yang dikirim dari pusat distribusi T2 ke dealer D2 = 1.000 unit.
- Mobil yang dikirim dari dealer D2 ke dealer D3 = 500 unit
- Ongkos total pengiriman = \$ 20.700

5. Sebuah perusahaan mempunyai tiga pabrik di kota A, B dan C dengan kapasitas masing-masing sebesar 20; 40; dan 30 unit. Produk tersebut dipasarkan di tiga kota yakni D, E dan F dengan permintaan masing-masing sebesar 30; 20; dan 20 unit. Ongkos angkut per unit produk dari masing-masing pabrik ke masing-masing daerah pemasaran (US \$) adalah :

Pabrik	Daerah Pemasaran		
	D	E	F
A	1	2	1
B	3	4	5
C	2	3	3

Jika ada produk yang tidak terkirim dari suatu pabrik maka produk tersebut akan disimpan di gudang pabrik tersebut dengan biaya simpan per unit produk sebesar \$5 di gudang A dan \$3 di gudang C. Manajemen perusahaan mempunyai kebijakan bahwa produk dari pabrik B harus terkirim semua karena gudang di pabrik B akan dipakai untuk menyimpan produk lain. Tentukanlah jumlah produk yang harus dikirim dari masing-masing pabrik ke masing masing daerah pemasaran agar ongkos angkutnya minimum.

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan jumlah barang yang harus dikirim dari masing masing pabrik ke masing masing daerah pemasaran agar biaya krim minimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah:

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Supply
Source 1	1	2	1	5	20
Source 2	3	4	5	100	40
Source 3	2	3	3	3	30
Demand	30	20	20	20	

Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 3	20	1	20	0
2	Source 2	Destination 1	20	3	60	0
3	Source 2	Destination 2	20	4	80	0
4	Source 3	Destination 1	10	2	20	0
5	Source 3	Destination 4	20	3	60	0
	Total	Objective	Function	Value =	240	

Dari tabel tersebut dapat disimpulkan :

- Produk yang harus dikirim dari pabrik A ke daerah pemasaran F = 20 unit
- Produk yang harus dikirim dari pabrik B ke daerah pemasaran D = 20 unit
- Produk yang harus dikirim dari pabrik B ke daerah pemasaran E = 20 unit
- Produk yang harus dikirim dari pabrik C ke daerah pemasaran D = 10 unit
- Total biaya pengiriman = \$ 240

6. PT. Pertamina mempunyai dua kilang minyak, yakni di Cilacap dan Palembang. Minyak yang dapat dihasilkan setiap hari adalah 500.000 barrel dari kilang Cilacap dan 400.000 barrel dari kilang Palembang. Dari Cilacap dan Palembang minyak dikirim ke tempat penyulingan (refinery) di Garut dan Lampung dengan kapasitas refinery yang dapat diasumsikan tidak terbatas. Biaya penyulingan per 100.000 barrel di Garut adalah \$700 sedang di Palembang \$900. Minyak yang telah disuling kemudian dikirim ke Bandung dan Jakarta yang masing-masing membutuhkan sebanyak 400.000 dan 300.000 barrel minyak per hari. Ongkos pengiriman per 100.000 barrel antar kota adalah sebagai berikut:

Dari	Ke			
	Garut	Lampung	Jakarta	Bandung
Palembang	\$300	\$110	-	-
Cilacap	\$220	\$400	-	-
Garut	-	-	\$450	\$350
Lampung	-	-	\$470	\$530

Bagaimanakah jawab terbaik dari persoalan di atas?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan jumlah minyak yang harus dikirim dari masing masing kilang minyak ke refinery dan seterusnya ke daerah pemasaran agar total ongkos pengiriman dan penyulingannya minimum dengan memperhatikan batasan yang ada. Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah:

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Supply
Source 1	220	400	10000	10000	0	500
Source 2	300	110	10000	10000	0	400
Source 3	0	10000	1150	1050	0	900
Source 4	10000	0	1370	1430	0	900
Demand	900	900	300	400	200	

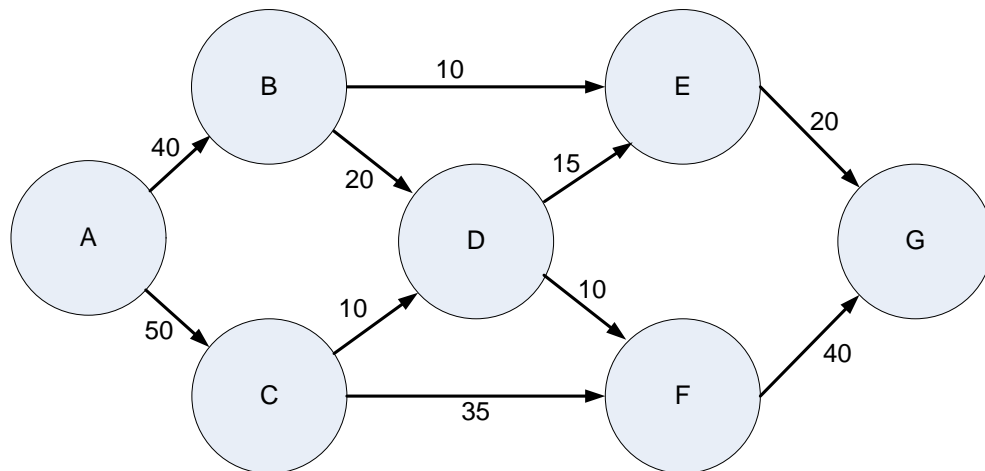
Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	500	220	110000	0
2	Source 2	Destination 1	200	300	60000	0
3	Source 2	Destination 5	200	0	0	0
4	Source 3	Destination 1	200	0	0	0
5	Source 3	Destination 3	300	1150	345000	0
6	Source 3	Destination 4	400	1050	420000	0
7	Source 4	Destination 2	900	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	935000	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan sebagai berikut :

- Minyak dari Cilacap ke Garut dikirim sebanyak = 500.000 barrel
- Minyak dari Palembang ke Garut dikirim sebanyak = 200.000 barrel
- Minyak dari Garut ke Jakarta dikirim sebanyak = 300.000 barrel
- Minyak dari Garut ke Bandung dikirim sebanyak = 400.000 barrel
- Total biaya pengiriman dan penyulingan = \$ 935.000

7. Pengiriman barang dari kota A ke kota G dapat dilakukan dengan melalui beberapa kota seperti terlihat pada network di bawah ini. Angka-angka pada busur menyatakan kapasitas angkut per satuan waktu pada jalur tersebut.



Pertanyaan : Berapakah aliran maksimum yang dapat dilakukan dari kota A ke kota G?

Jawaban :

Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan aliran maksimum dari kota A ke kota G. Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah:

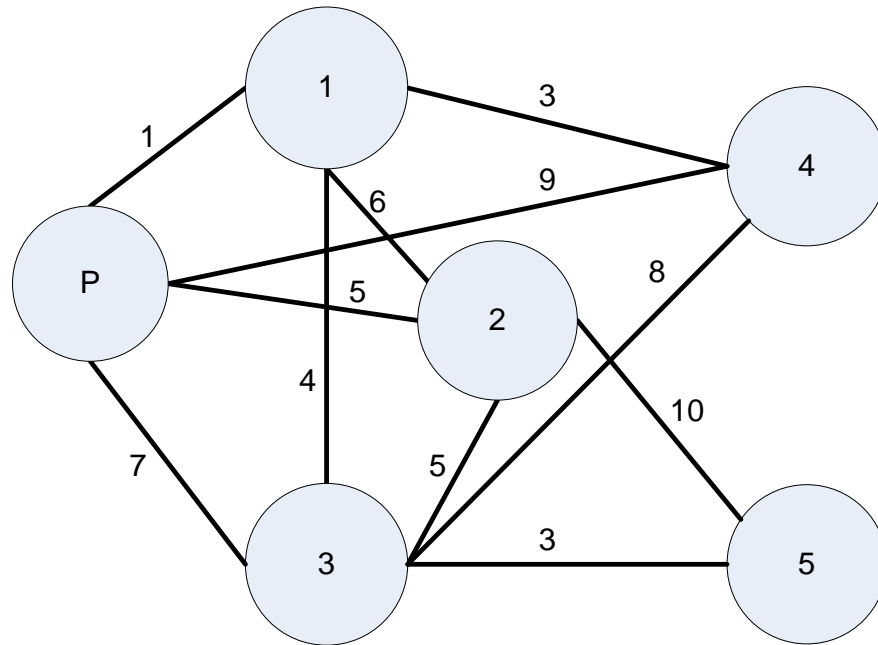
From \ To	Node1	Node2	Node3	Node4	Node5	Node6	Node7
Node1		40	50				
Node2				20	10		
Node3				10		35	
Node4					15	10	
Node5							20
Node6							40
Node7							

Solusinya adalah

03-13-2014	From	To	Net Flow		From	To	Net Flow
1	Node1	Node2	15	6	Node3	Node6	35
2	Node1	Node3	45	7	Node4	Node5	10
3	Node2	Node4	5	8	Node4	Node6	5
4	Node2	Node5	10	9	Node5	Node7	20
5	Node3	Node4	10	10	Node6	Node7	40
Total	Net Flow	From	Node1	To	Node7	=	60

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa aliran maksimum dari kota A ke kota G adalah 60 unit.

8. Sebuah Perusahaan TV kabel akan memasang kabel untuk enam rumah. Lokasi dan jarak antar rumah dapat digambarkan sebagai berikut :



Tentukan jaringan kabel yang paling ekonomis (paling pendek)

Jawaban :

Persoalan ini merupakan persoalan minimum spanning tree (*MST*). Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah sebagai berikut :

From \ To	P	1	2	3	4	5
P		1	5	7	9	
1			6	4	3	
2				5		10
3					8	3
4						
5						

Solusinya adalah:

03-13-2014	From Node	Connect To	Distance/Cost		From Node	Connect To	Distance/Cost
1	P	1	1	4	1	4	3
2	P	2	5	5	3	5	3
3	1	3	4				
	Total	Minimal	Connected	Distance	or Cost	=	16

Dari table di atas dapat disimpulkan sebagai berikut :

- Node P dihubungkan dengan node 1
- Node P dihubungkan dengan node 2
- Node 1 dihubungkan dengan node 3
- Node 1 dihubungkan dengan node 4
- Node 3 dihubungkan dengan node 5
- Panjang kabel yang paling pendek adalah 16 satuan

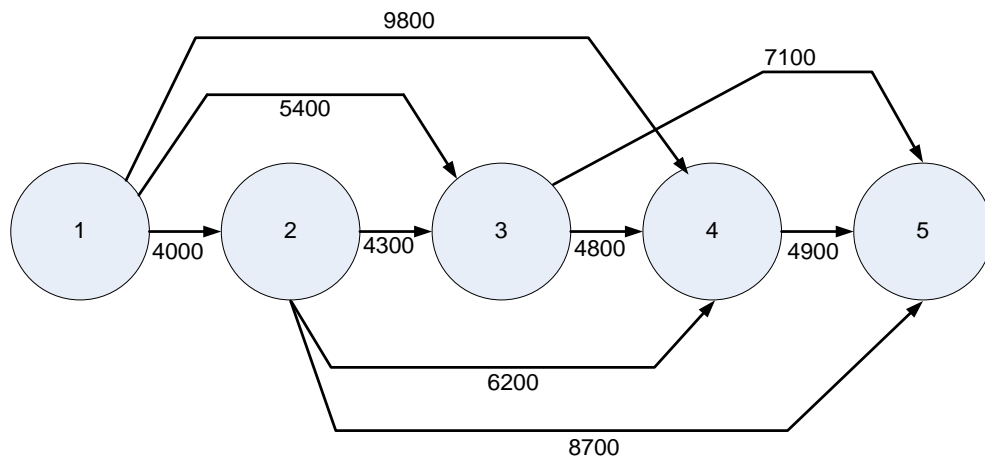
9. Sebuah perusahaan penyewaan mobil sedang mempertimbangkan rencana penggantian mobilnya untuk 4 tahun ke depan. Pada awal tiap tahun harus diputuskan apakah mobil akan terus dipakai atau akan diganti. Mobil dapat dioperasikan minimum 1 tahun dan maksimum 3 tahun. Ongkos penggantian mobil adalah sebagai berikut :

Pembelian pada awal tahun	Ongkos penggantian (US \$) bila dioperasikan selama (tahun)		
	1	2	3
2009	4000	5400	9800
2010	4300	6200	8700
2011	4800	7100	
2012	4900		

Bagaimana kebijakan penggantian yang sebaiknya dilakukan?

Jawaban :

Persoalan ini dapat dipandang sebagai penentuan route terpendek di mana pada setiap awal tahun harus diputuskan apakah mobil harus diganti atau tidak, maka dapat digambarkan sebagai berikut :



Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah:

From \ To	Node1	Node2	Node3	Node4	Node5
Node1		4000	5400	9800	
Node2			4300	6200	8700
Node3				4800	7100
Node4					4900
Node5					

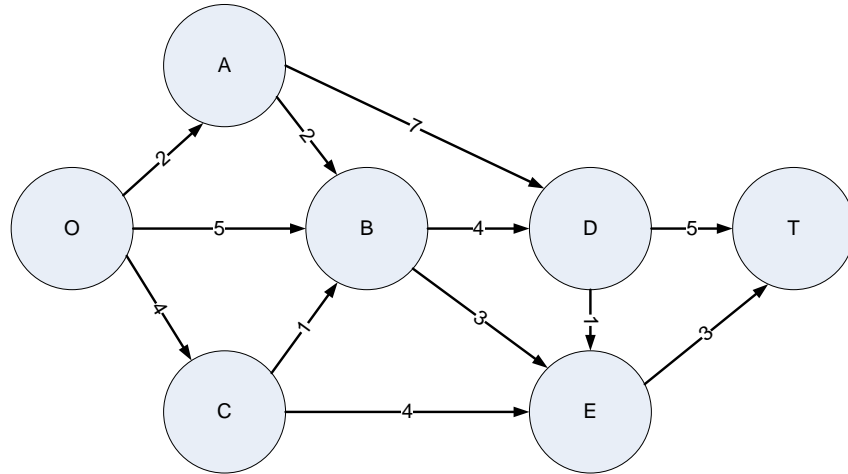
Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Distance/Cost	Cumulative Distance/Cost
1	Node1	Node3	5400	5400
2	Node3	Node5	7100	12500
	From Node1	To Node5	=	12500
	From Node1	To Node2	=	4000
	From Node1	To Node3	=	5400
	From Node1	To Node4	=	9800

Dari tabel di atas dapat disimpulkan kebijakan penggantian yang paling baik adalah :

- Pada awal tahun ke 3
- Pada awal tahun ke 5
- Biaya penggantian = \$ 12.500

10. Sebuah jaringan dapat digambarkan sebagai berikut :



Bila angka-angka pada garis merupakan jarak (km) antara node, tentukan route terpendek dari node O ke T.

Jawaban :

Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah sebagai berikut :

From \ To	O	A	B	C	D	E	T
O		2	5	4			
A			2		7		
B					4	3	
C			1			4	
D						1	5
E							3
T							

Solusinya adalah :

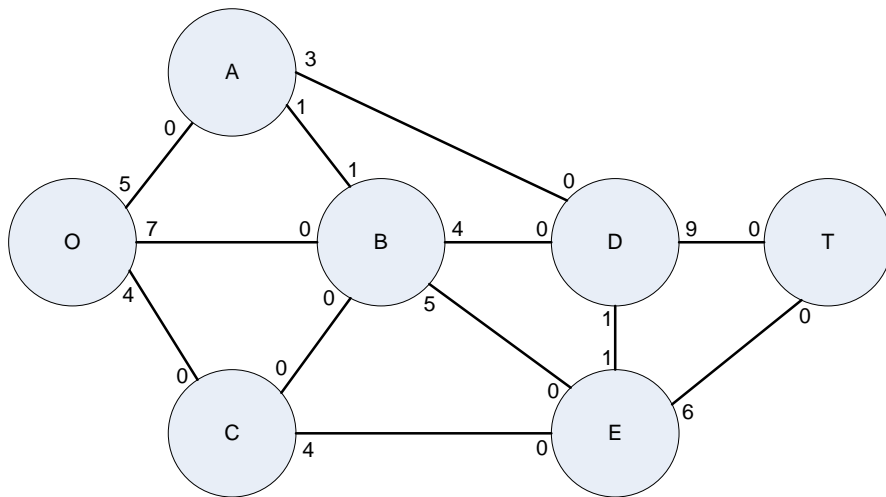
03-13-2014	From	To	Distance/Cost	Cumulative Distance/Cost
1	O	A	2	2
2	A	B	2	4
3	B	E	3	7
4	E	T	3	10
	From O	To T	=	10
	From O	To A	=	2
	From O	To B	=	4
	From O	To C	=	4
	From O	To D	=	8
	From O	To E	=	7

Dari tabel di atas dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

Route terpendek dari node O ke node T adalah :

- Dari node O ke node A
- Dari node A ke node B
- Dari node B ke node E
- Dari node E ke node T
- Jarak yang ditempuh = 10 satuan

11. Sebuah jaringan dapat digambarkan sebagai berikut :



Bila angka-angka pada garis menunjukan aliran maksimum yang bisa dikirim melalui saluran tersebut tentukan aliran maksimum yang dapat dilakukan dari node O ke node T. Aliran dari suatu arah berbeda dengan aliran dari arah sebaliknya.

Jawaban :

Dengan menggunakan software *WIN QSB* inputnya adalah:

From \ To	O	A	B	C	D	E	T
O		5	7	4			
A	0		1		3		
B	0	1		0	4	5	
C	0		0			4	
D		0	0			1	9
E			0	0	1		6
T					0	0	

Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Net Flow		From	To	Net Flow
1	O	A	3	6	B	E	3
2	O	B	7	7	C	E	4
3	O	C	4	8	D	T	8
4	A	D	3	9	E	D	1
5	B	D	4	10	E	T	6
Total	Net Flow	From	O	To	T	=	14

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa aliran maksimum dari O ke T adalah 14 unit.

12. Tiga pembangkit tenaga listrik mempunyai kapasitas masing-masing sebagai berikut :

Di kota A = 25 juta KWH

Di kota B = 40 juta KWH

Di kota C = 30 juta KWH

Ketiga pembangkit tersebut harus mensupply kebutuhan listrik di tiga kota sebagai berikut :

Kota E = 30 juta KWH

Kota F = 35 juta KWH

Kota G = 25 juta KWH

Biaya per KWH untuk memenuhi kebutuhan ketiga kota bila disupply oleh masing masing pembangkit adalah :

	Kota E	Kota F	Kota G
Pembangkit A	\$ 600	\$ 700	\$ 400
Pembangkit B	\$ 320	\$ 300	\$ 350
Pembangkit C	\$ 500	\$ 480	\$ 450

Tentukan kebijakan untuk memenuhi kebutuhan energi listrik di ketiga kota tersebut agar ongkosnya minimum.

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan transportasi, dengan sumber adalah pembangkit listrik A, B dan C sedangkan tujuan adalah kota E, F dan G. Jumlah total kapasitas pembangkit adalah $25 + 40 + 30 = 95$ juta KWH.

Jumlah total kebutuhan listrik di tiga kota adalah $30 + 35 + 25 = 90$ juta KWH

Jadi ada kebutuhan dummy sebanyak $95 - 90 = 5$ juta KWH.

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah:

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Supply
Source 1	600	700	400	0	25
Source 2	320	300	350	0	40
Source 3	500	480	450	0	30
Demand	30	35	25	5	

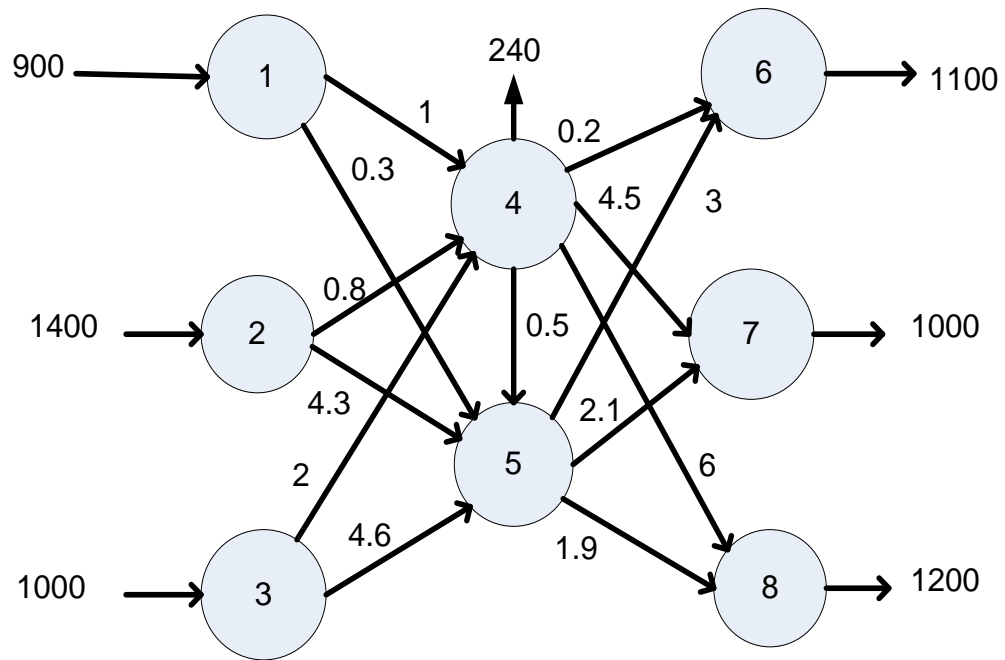
Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 3	25	400	10000	0
2	Source 2	Destination 1	5	320	1600	0
3	Source 2	Destination 2	35	300	10500	0
4	Source 3	Destination 1	25	500	12500	0
5	Source 3	Destination 4	5	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	34600	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa:

- Dari pembangkit A ke Kota G dikirim 25 juta KWH
- Dari pembangkit B ke Kota E dikirim 5 juta KWH
- Dari pembangkit B ke Kota F dikirim 35 juta KWH
- Dari pembangkit C ke Kota E dikirim 25 juta KWH
- Sisa listrik di pembangkit C adalah 5 juta KWH
- Biaya total pengiriman adalah \$ 34.600

13. Rute pengiriman mobil dari tiga pabrik (1, 2 dan 3) ke tiga dealer (6, 7 dan 8) melalui dua pusat distribusi (4 dan 5) ditunjukkan pada jaringan berikut ini :



Jumlah mobil yang dapat di supply dari pabrik 1, 2 dan 3 per minggu masing masing adalah: pabrik 1 = 900 unit, pabrik 2 = 1400 unit dan pabrik 3 = 1000 unit. Kebutuhan di masing-masing dealer per minggu masing masing adalah dealer 6 = 1100 unit, dealer 7 = 1000 unit dan dealer 8 = 1200 unit. Pusat distribusi 4 harus menjual langsung kepada konsumen sebanyak 240 unit per minggu. Ongkos angkut per unit (\$ 1000) dari satu kota ke kota lainnya ditunjukkan pada busur dari gambar di atas. Bila kebutuhan dealer tidak terpenuhi maka setiap dealer akan menetapkan denda masing-masing sebesar : \$5/unit dari dealer 6 , \$4/unit dari dealer 7 dan \$6 dari dealer 8.

Pertanyaan :

Tentukan kebijakan pengiriman mobil untuk memenuhi kebutuhan dealer dan konsumen agar ongkos angkutnya minimum.

Jawaban:

Persoalan ini merupakan persoalan transshipment dengan sumber asli adalah pabrik 1, pabrik 2 dan pabrik 3. Tujuan asli adalah dealer 6, dealer 7, dealer 8

dan konsumen langsung. Sumber transshipment adalah pusat distribusi 4 dan pusat distribusi 5. Tujuan transshipment adalah pusat distribusi 4 dan pusat distribusi 5.

Jumlah total sumber adalah $900 + 1400 + 1000 = 3300$.

Jumlah total kebutuhan adalah $1100 + 1000 + 1200 + 240 = 3540$.

Dummy sumber adalah $3540 - 3300 = 240$ unit.

Buffer = 3540 unit.

Biaya kirim per unit dari satu lokasi ke lokasi lainnya yang tidak ada hubungan langsung ditetapkan \$100, sedangkan dari suatu lokasi ke lokasi yang sama ditetapkan \$0.

Dengan menggunakan software *Win QSB* maka inputnya adalah

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Destination 6	Supply
Source 1	100	100	100	1	0.3	100	900
Source 2	100	100	100	0.8	4.3	100	1400
Source 3	100	100	100	2	4.6	100	1000
Source 4	100	100	100	100	100	0	240
Source 5	0.2	4.5	6	0	0.5	100	3540
Source 6	3	2.1	1.9	100	0	100	3540
Source 7	5	4	6	100	100	0	3540
Demand	1100	1000	1200	3780	3540	3540	

Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 5	900	0.30	270	0
2	Source 2	Destination 4	1400	0.80	1120	0
3	Source 3	Destination 4	1000	2	2000	0.00
4	Source 4	Destination 6	240	0	0	0
5	Source 5	Destination 1	1100	0.20	220	0
6	Source 5	Destination 4	1380	0	0	0
7	Source 5	Destination 5	1060	0.50	530	0
8	Source 6	Destination 2	760	2.10	1,596.00	5.960464E-08
9	Source 6	Destination 3	1200	1.90	2280	0.00
10	Source 6	Destination 5	1580	0	0	0
11	Source 7	Destination 2	240	4	960	0
12	Source 7	Destination 6	3300	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	8976	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Dari pabrik 1 ke pusat distribusi 5 dikirim sebanyak 900 unit

Dari pabrik 2 ke pusat distribusi 4 dikirim sebanyak 1400 unit

Dari pabrik 3 ke pusat distribusi 4 dikirim sebanyak 1000 unit
 Dari sumber dummy ke pusat distribusi 9 dikirim sebanyak 240 unit
 Dari pusat distribusi 4 ke dealer 6 dikirim sebanyak 1100 unit
 Dari pusat distribusi 4 ke pusat distribusi 5 dikirim sebanyak 1060 unit
 Dari pusat distribusi 5 ke dealer 7 dikirim sebanyak 760 unit
 Dari pusat distribusi 5 ke dealer 8 dikirim sebanyak 1200 unit
 Jumlah permintaan di dealer 7 yang tidak dipenuhi adalah sebanyak 240 unit
 Biaya total pengiriman adalah \$ 8976

14. Sebuah perusahaan menerima 4 pekerjaan. Ada 4 pekerja yang bisa ditugaskan untuk mengerjakan pekerjaan tersebut. Ongkos untuk melaksanakan pekerjaan oleh masing-masing pekerja adalah sebagai berikut :

	Pekerjaan 1	Pekerjaan 2	Pekerjaan 3	Pekerjaan 4
Pekerja A	\$ 50	\$ 50	-	\$ 20
Pekerja B	\$ 70	\$ 40	\$ 20	\$ 30
Pekerja C	\$ 90	\$ 30	\$ 50	-
Pekerja D	\$ 70	\$ 20	\$ 60	\$ 70

Dari tabel di atas diketahui bahwa pekerja A tidak dapat mengerjakan pekerjaan 3, begitu juga pekerja C tidak dapat mengerjakan pekerjaan 4. Ada seorang pekerja E yang melamar yang menyatakan sanggup mengerjakan semua pekerjaan tersebut. Pekerja E meminta ongkos sebesar \$60 untuk pekerjaan 1, \$45 untuk pekerjaan 2, \$30 untuk pekerjaan 3, dan \$80 untuk pekerjaan 4. Apakah pekerja E sebaiknya diterima?

Jawaban:

Dengan menggunakan software *Win QSB* maka inputnya adalah:

03-13-2014	From	To	Assignment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Assignment 1	Assignee 4	1	10	10	0
2	Assignment 2	Assignee 3	1	30	30	0
3	Assignment 3	Assignee 2	1	20	20	0
4	Assignment 4	Assignee 1	1	20	20	0
5	Unfilled Demand	Assignee 5	1	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	80	

Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Assignment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Assignment 1	Assignee 4	1	10	10	0
2	Assignment 2	Assignee 3	1	30	30	0
3	Assignment 3	Assignee 2	1	20	20	0
4	Assignment 4	Assignee 1	1	20	20	0
5	Unfilled_Demand	Assignee 5	1	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	80	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Pekerjaan 1 dilakukan oleh Petugas D

Pekerjaan 2 dilakukan oleh Petugas C

Pekerjaan 3 dilakukan oleh Petugas B

Pekerjaan 4 dilakukan oleh Petugas A

Pelamar E tidak perlu diterima

Ongkos total adalah \$ 80.

15. Seorang pengusaha harus melakukan perjalanan bolak balik antara kantor pusat di Dallas dan kantor cabang di Atlanta seperti pada tabel berikut :

Hari/tanggal dari Dallas	Hari/tanggal kembali ke Dallas
Senin, 3 Juni	Jum'at, 7 Juni
Senin, 10 Juni	Rabu, 12 Juni
Senin 17 Juni	Jum'at, 21 Juni
Selasa, 25 Juni	Jum'at 28 Juni

Harga tiket bolak balik dari Dallas adalah \$400. Bila hari keberangkatan maupun kedatangan tidak jatuh pada akhir pekan (Sabtu dan Minggu), maka harga tiket akan mendapat diskon sebesar 25 %. Jika lama tinggal di Atlanta lebih dari 21 hari, maka diskon menjadi 30 %. Harga tiket satu kali jalan dari Dallas ke Atlanta atau sebaliknya adalah \$250.

Bagaimana pembelian tiket yang sebaiknya dilakukan oleh pengusaha tersebut?

Jawaban :

Persoalan ini merupakan persoalan penugasan (*assignment*).

Untuk penyederhanaan, gunakan kode D untuk kota Dallas, A untuk kota Atlanta, (D, 3) – (A, 7) artinya berangkat dari Dallas tanggal 3 Juni dan kembali dari Atlanta tanggal 7 Juni.

Dengan menggunakan software *Win QSB* maka inputnya adalah:

From \ To	{A, 7}	{A, 12}	{A, 21}	{A, 28}
{D, 3}	400	300	300	280
{D, 10}	300	400	300	300
{D, 17}	300	300	400	300
{D, 25}	300	300	300	400

Solusinya adalah:

03-13-2014	From	To	Assignment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	{D, 3}	{A, 28}	1	280	280	0
2	{D, 10}	{A, 7}	1	300	300	0
3	{D, 17}	{A, 12}	1	300	300	0
4	{D, 25}	{A, 21}	1	300	300	0
	Total	Objective	Function	Value =	1180	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Beli satu tiket dengan jadwal penerbangan dari Dallas tanggal 3 Juni dan dari Atlanta tanggal 28 Juni dengan harga \$ 280

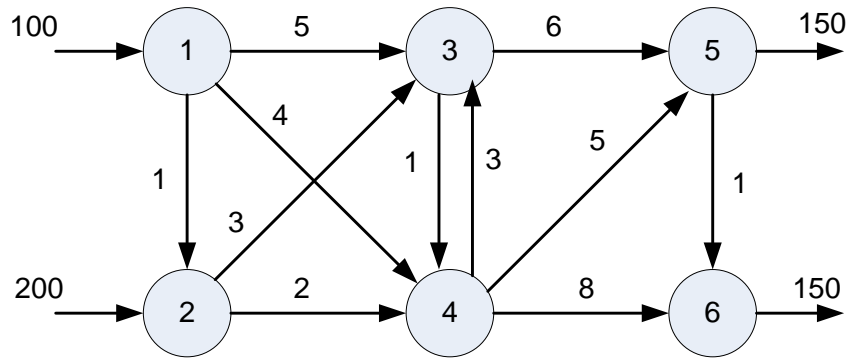
Beli satu tiket dengan jadwal penerbangan dari Atlanta tanggal 7 Juni dan dari Dallas tanggal 10 Juni dengan harga \$ 300

Beli satu tiket dengan jadwal penerbangan dari Atlanta tanggal 12 Juni dan dari Dallas tanggal 17 Juni dengan harga \$ 300

Beli satu tiket dengan jadwal penerbangan dari Atlanta tanggal 21 Juni dan dari Dallas tanggal 25 Juni dengan harga \$ 300

Total biaya yang diperlukan adalah sebesar \$1.180.

16. Sebuah jaringan pengiriman barang dari kota 1 dan kota 2 ke kota 5 dan kota 6 melalui kota 3 dan kota 4 seperti pada gambar di bawah ini :



Jumlah supply dari kota 1 adalah 100 unit per minggu dan dari kota 2 adalah 200 unit per minggu. Kebutuhan di kota 5 adalah 150 unit per minggu dan di kota 6 adalah 150 unit per minggu. Ongkos angkut per unit (\$) dari satu kota ke kota lainnya adalah seperti tertulis pada busur. Tentukan kebijakan pengiriman barang untuk memenuhi kebutuhan di kota 5 dan kota 6 agar ongkos kirimnya minimum.

Jawaban:

Persoalan ini adalah persoalan transshipment. Sumber asli adalah kota 1 dan tujuan asli adalah kota 5 dan kota 6. Sumber transshipment adalah kota 2, kota 3, kota 4, dan kota 5 sedangkan tujuan transshipment adalah kota 2, kota 3, kota 4, dan kota 5. Kapasitas sumber adalah $100 + 200 = 300$ unit sedangkan jumlah kebutuhan adalah $150 + 150 = 300$ unit. Buffer = 300 unit.

Ongkos angkut dari suatu kota ke kota lain yang tidak ada hubungan langsung dibebankan \$100 per unit, sedangkan ongkos angkut dari suatu kota ke kota itu sendiri adalah sebesar \$0 (tidak ada ongkos).

Dengan menggunakan software *Win QSB* maka inputnya adalah:

From \ To	2	3	4	5	6	Supply
Source 1	1	5	4	100	100	100
Source 2	0	3	2	100	100	500
Source 3	100	0	1	6	100	300
Source 4	100	3	0	5	8	300
Source 5	100	100	100	0	1	300
Demand	300	300	300	450	150	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	2	100	1	100	0
2	Source 2	2	200	0	0	0
3	Source 2	4	300	2	600	0
4	Source 3	3	300	0	0	0
5	Source 4	5	300	5	1500	0
6	Source 5	5	150	0	0	0
7	Source 5	6	150	1	150	0
	Total	Objective	Function	Value =	2350	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Dari kota 1 ke kota 2 kirim sebanyak 100 unit

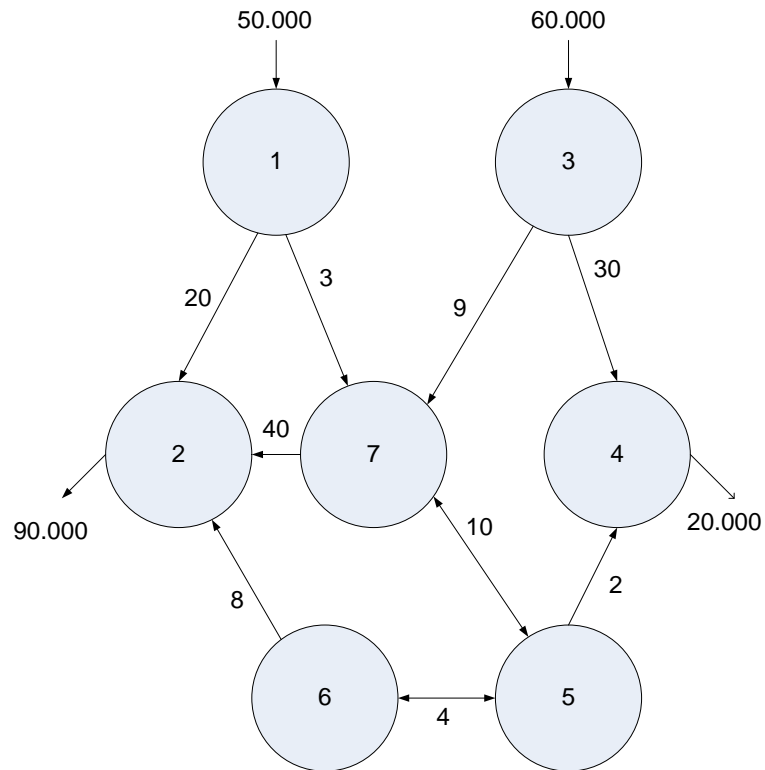
Dari kota 2 ke kota 4 kirim sebanyak 300 unit

Dari kota 4 ke kota 5 kirim sebanyak 300 unit

Dari kota 5 ke kota 6 kirim sebanyak 150 unit

Ongkos total pengiriman adalah \$ 2.350

17. Diketahui suatu jaringan pipa minyak seperti gambar berikut ini :



Node menggambarkan pompa dan stasiun penerimaan minyak. Jarak antar stasiun (dalam mile) ditunjukkan dengan angka pada busur pada gambar di atas. Ongkos transportasi per gallon antar node adalah proporsional dengan panjang pipa. Supply dari pompa 1 adalah 50.000 gallon per hari dan dari pompa 3 adalah 60.000 gallon per hari. Sedangkan kebutuhan di stasiun penerimaan 2 adalah 90.000 dan di stasiun penerimaan 4 adalah 20.000 gallon per hari. Tentukan kebijakan pengiriman minyak untuk memenuhi kebutuhan minyak di stasiun 2 dan stasiun 4 agar ongkos transportasinya minimum.

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan transshipment dengan sumber asli adalah node 1 dan node 3. Tujuan asli adalah node 2 dan node 4. Sumber transshipment adalah :node 5, node 6 dan node 7, tujuan transshipment adalah :node 5, node 6 dan node 7.

Jumlah sumber adalah : $50 + 60 = 110$ unit

Jumlah kebutuhan adalah : $20 + 90 = 110$ unit

Buffer adalah 110 unit

Ongkos transportasi dari suatu node ke node lain yang tidak ada hubungan langsung dibebankan \$1000 per unit, sedangkan ongkos angkut dari suatu node ke node itu sendiri adalah sebesar 0.

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Supply
Source 1	20	1000	3	1000	1000	50
Source 2	1000	30	9	1000	1000	60
Source 3	40	1000	0	10	1000	110
Source 4	1000	2	10	0	4	110
Source 5	8	1000	1000	4	0	110
Demand	90	20	110	110	110	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	50	20	1000	0
2	Source 2	Destination 3	60	9	540	0
3	Source 3	Destination 3	50	0	0	0
4	Source 3	Destination 4	60	10	600	0
5	Source 4	Destination 2	20	2	40	0
6	Source 4	Destination 4	50	0	0	0
7	Source 4	Destination 5	40	4	160	0
8	Source 5	Destination 1	40	8	320	0
9	Source 5	Destination 5	70	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	2660	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Dari node 1 ke node 2 dikirim sebanyak 50 .000 gallon

Dari node 3 ke node 7 dikirim sebanyak 60 .000 gallon

Dari node 7 ke node 5 dikirim sebanyak 60 .000 gallon

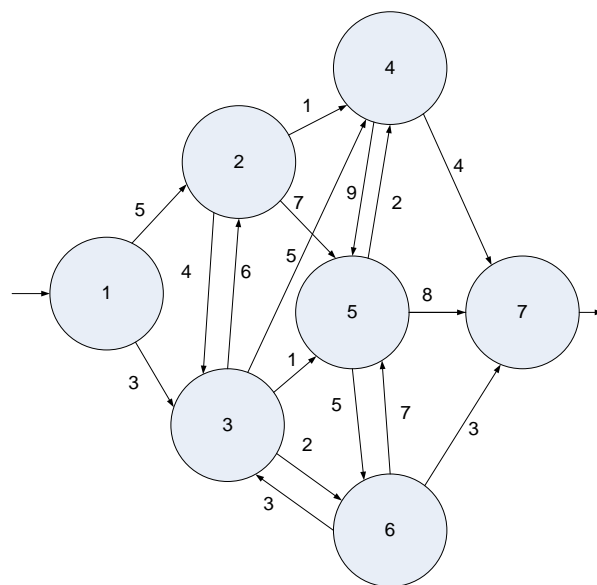
Dari node 5 ke node 4 dikirim sebanyak 20 .000 gallon

Dari node 5 ke node 6 dikirim sebanyak 40 .000 gallon

Dari node 6 ke node 2 dikirim sebanyak 40 .000 gallon

Total biaya pengiriman adalah : \$ 2.660.

18. Suatu jaringan pengiriman barang dapat dilihat pada gambar berikut ini :



Jarak antar node (dalam mile) ditunjukkan dengan angka pada busur.

Tentukan route dengan jarak terpendek dari node 1 ke node 7.

Petunjuk : asumsikan pada node 1 terdapat supply sebanyak = 1 , dan pada node 7 terdapat kebutuhan sebanyak = 1)

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan penentuan rute terpendek dari suatu node ke node lainnya. Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Node1	Node2	Node3	Node4	Node5	Node6	Node7
Node1		5	3	100	100	100	100
Node2		0	4	1	7	100	100
Node3		6	0	5	1	2	100
Node4		100	100	0	9	100	4
Node5		100	100	2	0	5	8
Node6		100	3	100	7	0	3
Node7							

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Distance/Cost	Cumulative Distance/Cost
1	Node1	Node3	3	3
2	Node3	Node6	2	5
3	Node6	Node7	3	8
	From Node1	To Node7	=	8
	From Node1	To Node2	=	5
	From Node1	To Node3	=	3
	From Node1	To Node4	=	6
	From Node1	To Node5	=	4
	From Node1	To Node6	=	5

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Mulai dari node 1 – ke node 3 – ke node 6 - ke node 7, dengan jarak 8 mile

- Sebuah perusahaan mempunyai dua pabrik (A dan B) serta tiga toko (1, 2 dan 3). Jumlah supply per hari dari pabrik A adalah 200 unit dan dari pabrik B 300 unit. Kebutuhan per hari di toko 1, 2, dan 3 adalah 100 unit, 200 unit dan 50 unit. Barang dapat dikirimkan dari pabrik ke toko atau sebaliknya sebelum sampai ke tujuan akhir (toko 1, 2 dan 3).

Ongkos pengiriman barang per unit (\$) antar dua tempat adalah :

	Pabrik		Toko		
	A	B	1	2	3
Pabrik A	0	6	7	8	9
Pabrik B	6	0	5	4	3
Toko 1	7	2	0	5	1
Toko 2	1	5	1	0	4
Toko 3	8	9	7	6	0

Tentukan kebijakan pengiriman barang agar ongkos angkutnya minimum.

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan transshipment, tetapi pada persoalan ini tidak ada sumber asli maupun tujuan asli karena semua lokasi dapat menjadi sumber maupun tujuan.

Sumber transshipment adalah : Pabrik A, Pabrik B, Toko 1, Toko 2 dan Toko 3

Tujuan transshipment adalah : Pabrik A, Pabrik B, Toko 1, Toko 2 dan Toko 3

Jumlah sumber adalah : $200 + 300 = 500$ unit

Jumlah kebutuhan adalah : $100 + 200 + 50 = 350$ unit

Tujuan dummy adalah : $500 - 350 = 150$ unit

Buffer adalah 500 unit

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Destination 6	Supply
Source 1	0	6	7	8	9	0	700
Source 2	6	0	5	4	3	0	800
Source 3	7	2	0	5	1	0	500
Source 4	1	5	1	0	4	0	500
Source 5	8	9	7	6	0	0	500
Demand	500	500	600	700	550	150	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	500	0	0	0
2	Source 1	Destination 3	50	7	350	0
3	Source 1	Destination 6	150	0	0	0
4	Source 2	Destination 2	500	0	0	0
5	Source 2	Destination 3	50	5	250	0
6	Source 2	Destination 4	200	4	800	0
7	Source 2	Destination 5	50	3	150	0
8	Source 3	Destination 3	500	0	0	0
9	Source 4	Destination 4	500	0	0	0
10	Source 5	Destination 5	500	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	1550	

Dari tabel di atas dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

Dari Pabrik A ke Toko 1 dikirim 50 unit

Dari Pabrik B ke Toko 1 dikirim 50 unit; ke Toko 2 dikirim 200 unit; dan ke Toko 3 dikirim 50 unit.

Biaya pengiriman adalah \$ 1.150.

20. Sebuah perusahaan mobil mempunyai pabrik di tiga kota yakni LA, Detroit dan New Orleans. Perusahaan tersebut mempunyai dua pusat distribusi yakni di Denver dan Miami. Kapasitas produksi di ketiga pabrik tersebut adalah di LA 1000 unit, di Detroit 1300 unit dan di New Orleans 1200 unit. Kebutuhan di kedua pusat distribusi adalah di Denver 2300 unit dan di Miami 1400 unit. Jarak antara pabrik dan pusat distribusi (dalam mile) adalah :

	Denver	Miami
LA	1000	2690
Detroit	1250	1350
New Orleans	1275	850

Ongkos angkut adalah 8 cent dollar per mobil per mile. Dengan pembulatan ongkos angkut per mobil antar kota adalah :

	Denver	Miami
LA	\$ 80	\$ 215
Detroit	\$ 100	\$ 108
New Orleans	\$ 102	\$ 68

Bila permintaan tidak dapat dipenuhi, maka akan dikenakan denda yang besarnya adalah di Denver sebesar \$200 per unit mobil dan di Miami adalah \$300 per unit mobil. Mengingat kondisi jalan, maka dari LA tidak dapat dilakukan pengiriman ke Miami.

Bagaimana kebijakan untuk memenuhi kebutuhan pusat distribusi tersebut agar ongkos pengirimannya minimum?

Jawaban :

Persoalan ini termasuk persoalan transportasi, dengan sumber pabrik di LA, Detroit dan New Orleans. Tujuan adalah pusat distribusi Denver dan Miami.

Jumlah sumber adalah : $1000 + 1300 + 1200 = 3500$ unit

Jumlah kebutuhan adalah : $2300 + 1400 = 3700$ unit

Sumber dummy adalah : $3700 - 3500 = 200$ unit

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Supply
Source 1	80	215	1000
Source 2	100	108	1300
Source 3	102	68	1200
Source 4	200	300	200
Demand	2300	1400	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	1000	80	80000	0
2	Source 2	Destination 1	1100	100	110000	0
3	Source 2	Destination 2	200	108	21600	0
4	Source 3	Destination 2	1200	68	81600	0
5	Source 4	Destination 1	200	200	40000	0
	Total	Objective	Function	Value =	333200	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Dari pabrik LA dikirim ke Denver sebanyak 1000 unit

Dari pabrik Detroit dikirim ke Denver sebanyak 1100 unit

Dari pabrik Detroit dikirim ke Miami sebanyak 200 unit

Dari New Orleans dikirim ke Miami sebanyak 1200 unit

Kebutuhan di Denver yang tidak bisa dipenuhi sebanyak 200 unit

Ongkos transportasi total = \$ 333.200.

21. Tiga buah pembangkit tenaga listrik mempunyai kapasitas masing-masing sebesar 25 juta KWH di kota A, 40 juta KWH di kota B dan 30 juta KWH di kota C. Ketiga pembangkit tersebut harus memasok kebutuhan untuk tiga kota yakni di Kota E sebesar 30 juta KWH, di Kota F sebesar 35 juta KWH dan Kota G sebesar 25 juta KWH. Biaya per KWH untuk memenuhi kebutuhan ketiga kota bila disupply oleh masing masing pembangkit adalah :

	Kota E	Kota F	Kota G
Pembangkit A	\$ 600	\$ 700	\$ 400
Pembangkit B	\$ 320	\$ 300	\$ 350
Pembangkit C	\$ 500	\$ 480	\$ 450

Diperkirakan kebutuhan di ketiga kota tersebut akan naik sebesar 20 %. Tambahan kebutuhan di kota E dan F dapat dipenuhi dari perusahaan lain dengan harga \$1000 per KWH. Dari pengalaman, diketahui terjadi kehilangan energi listrik sebesar 10% selama proses mentransmisikan energi listrik dari pembangkit ke kota. Tentukan kebijakan untuk memenuhi kebutuhan energi listrik di ketiga kota tersebut agar ongkosnya minimum.

Jawaban :

Energi listrik yang dapat di supply dari pembangkit listrik A adalah sebesar $0.9 \times 25 = 22.5$ juta KWH.

Energi listrik yang dapat di supply dari pembangkit listrik B adalah sebesar $0.9 \times 40 = 36$ juta KWH.

Energi listrik yang dapat di supply dari pembangkit listrik C adalah sebesar $0.9 \times 30 = 27$ juta KWH.

Total energi listrik yang dapat di supply adalah sebesar $22.5 + 36 + 27 = 85.5$ juta KWH. Karena ada kehilangan energi maka biaya untuk pengiriman energi listrik per juta KWH dari satu kota ke kota lainnya menjadi :

	Kota E	Kota F	Kota G
Pembangkit A	\$ $600/0.9=666.7$	\$ $700/0.9=777.8$	\$ $400/0.9=444.5$
Pembangkit B	\$ $320/0.9=355.6$	\$ $300/0.9=333.3$	\$ $350/0.9=388.9$
Pembangkit C	\$ $500/0.9=555.6$	\$ $480/0.9=533.3$	\$ $450/0.9=500$

Sedangkan harga dari pembangkit lain tetap \$1.000 per juta KWH (kerugian / kehilangan listrik ditanggung oleh pemasok).

Kebutuhan listrik di Kota E adalah sebesar : $1.2 \times 30 = 36$ juta KWH

Kebutuhan listrik di Kota F adalah sebesar : $1.2 \times 35 = 42$ juta KWH

Kebutuhan listrik di Kota G adalah sebesar : $1.2 \times 25 = 30$ juta KWH

Total kebutuhan adalah : $36 + 42 + 30 = 108$ juta KWH

Kebutuhan yang tidak dapat dipenuhi dari pembangkit sendiri adalah sebesar $108 - 85.5 = 22.5$ juta KWH

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Supply
Source 1	666.7	777.8	444.5	22.5
Source 2	355.6	333.3	388.9	36
Source 3	555.6	533.3	500	27
Source 4	1000	1000	1000	22.5
Demand	36	42	30	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 3	22.5	444.50	10,001.25	0
2	Source 2	Destination 2	36	333.30	11,998.80	0
3	Source 3	Destination 1	13.5	555.60	7,500.60	0
4	Source 3	Destination 2	6	533.30	3,199.80	0
5	Source 3	Destination 3	7.5	500	3750	0
6	Source 4	Destination 1	22.5	1000	22500	0
	Total	Objective	Function	Value =	58,950.45	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Dari Pembangkit A dikirim ke kota G sebanyak 22.5 juta KWH

Dari Pembangkit B dikirim ke kota F sebanyak 36 juta KWH
 Dari Pembangkit C dikirim ke kota E sebanyak 13.5 juta KWH
 Dari Pembangkit C dikirim ke kota F sebanyak 6 juta KWH
 Dari Pembangkit C dikirim ke kota G sebanyak 7.5 juta KWH
 Dari sumber lain dikirim ke kota E sebanyak 22.5 juta KWH
 Biaya total sebesar \$ 58.950 juta KWH

22. Pengelola taman nasional di negara bagian Arkansas bertanggungjawab atas tiga hutan (A, B, dan C) dengan luas masing-masing 10.000 acre di A, 20.000 acre di B, dan 30.000 acre di C. Saat ini ada penawaran dari empat perusahaan (F, G, H, I) untuk pengelolaan kayu di hutan Arkansas. Satu perusahaan dapat mengolah maksimum 50 % dari luas total hutan tersebut. Penawaran per acre hutan dari keempat perusahaan di masing masing lokasi adalah sebagai berikut :

	Lokasi A	Lokasi B	Lokasi C
Perusahaan F	\$ 520	\$ 210	\$ 570
Perusahaan G	-	\$ 510	\$ 495
Perusahaan H	\$ 650	-	\$ 240
Perusahaan I	\$ 180	\$ 430	\$ 710

Berapa luas hutan di masing-masing lokasi yang pengelolaannya sebaiknya diberikan kepada masing-masing perusahaan agar pendapatan Pengelola Taman Nasional maksimum ?

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan transportasi. Sumber adalah hutan A, hutan B dan hutan C dengan luas total sebesar 60.000 acre. Tujuan adalah perusahaan F, G, H dan I. Karena setiap perusahaan dibatasi maximal 50 % dari total luas hutan maka masing-masing maksimum dapat mengelola 30.000 acre. Artinya perlu ada hutan dummy seluas 60.000 acre.

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Supply
Source 1	520	0	650	180	10
Source 2	210	510	0	430	20
Source 3	570	495	240	710	30
Source 4	0	0	0	0	60
Demand	30	30	30	30	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Profit	Total Profit	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 3	10	650	6500	0
2	Source 2	Destination 2	20	510	10200	0
3	Source 3	Destination 4	30	710	21300	0
4	Source 4	Destination 1	30	0	0	0
5	Source 4	Destination 2	10	0	0	0
6	Source 4	Destination 3	20	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	38000	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Hutan A dikelola PT H sebanyak 10.000 acre

Hutan B dikelola PT G sebanyak 20.000 acre

Hutan C dikelola PT I sebanyak 30.000 acre

Keuntungan yang akan diperoleh adalah sebesar \$ 38.000.000

23. PT. X mempunyai tiga pengilangan minyak yakni di kota A, B dan C dengan kapasitas pengilangan per hari masing-masing sebesar 6 juta gallon di kota A, 5 juta gallon di kota B, dan 6 juta gallon di kota C. Dari pengilangan tersebut minyak disalurkan ke tiga pusat distribusi yakni di kota F, G dan H. Permintaan per hari adalah 4 juta gallon di F, 8 juta gallon di G dan 7 juta gallon di H. Minyak dikirim dari pengilangan ke pusat distribusi melalui jaringan pipa. Ongkos pengiriman adalah 10 cent dollar per 1000 gallon per mile pipa. Jarak antar pengilangan dengan pusat distribusi (dalam mile) adalah sebagai berikut :

Kilang	Pusat Distribusi		
	F	G	H
A	120	180	-
B	300	100	80
C	200	250	120

Seluruh kebutuhan pusat distribusi F harus dipenuhi, sedangkan pusat distribusi G dan H boleh tidak dipenuhi namun dikenakan denda. Besarnya denda per gallon minyak yang tidak dipenuhi di G adalah 6 cent sedangkan di H adalah 5 cent. Bagaimana sebaiknya distribusi minyak dari pengilangan ke pusat distribusi agar biayanya minimum?

Jawaban :

Persoalan ini merupakan persoalan transportasi. Sumber adalah pengilangan minyak A, B dan C, tujuan adalah pusat distribusi F, G dan H.

Jumlah kapasitas sumber adalah : $6 + 5 + 6 = 17$ juta gallon per hari.

Kebutuhan total di pusat distribusi adalah : $4 + 8 + 7 = 19$ juta gallon per hari.

Kekurangan sumber adalah sebesar : $19 - 17 = 2$ juta gallon per hari.

Biaya kirim per 1 juta gallon dari A ke F adalah \$12.000; dari A ke G adalah \$18.000; dari A ke H adalah \$1.000.000. Biaya kirim per 1 juta gallon dari B ke F adalah \$30.000; dari B ke G adalah \$10.000; dari B ke H adalah \$8.000. Biaya kirim per 1 juta gallon dari C ke F adalah \$20.000; dari C ke G adalah \$25.000; dari C ke H adalah \$12.000. Denda per 1 juta gallon yang tidak dipenuhi di pusat distrusi G adalah \$60.000; dan di pusat distrusi H adalah \$50.000.

Dengan menggunakan software *Win QSB* , inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Supply
Source 1	12	18	1000	6
Source 2	30	10	8	5
Source 3	20	25	12	6
Source 4	1000	60	50	2
Demand	4	8	7	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	4	12	48	0
2	Source 1	Destination 2	2	18	36	0
3	Source 2	Destination 2	5	10	50	0
4	Source 3	Destination 3	6	12	72	0
5	Source 4	Destination 2	1	60	60	0
6	Source 4	Destination 3	1	50	50	0
	Total	Objective	Function	Value =	316	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Dari Pengilangan A dikirim ke Pusat Distribusi F sebanyak 4 juta gallon

Dari Pengilangan A dikirim ke Pusat Distribusi G sebanyak 2 juta gallon

Dari Pengilangan B dikirim ke Pusat Distribusi G sebanyak 5 juta gallon

Dari Pengilangan C dikirim ke Pusat Distribusi H sebanyak 6 juta gallon

Jumlah minyak yang tidak dipenuhi di G sebanyak 1 juta gallon

Jumlah minyak yang tidak dipenuhi di H sebanyak 1 juta gallon

Biaya total pengiriman adalah \$ 316.000.

24. Seseorang mempunyai tiga kebun jeruk yang hasil panennya dikirimkan kepada empat orang pengecer. Kebutuhan per hari keempat orang pengecer tersebut adalah pengecer A 150 peti, pengecer B 150 peti, pengecer C 400 peti, dan pengecer D 100 peti. Biasanya hasil per hari dari ketiga kebun adalah sebanyak 150 peti dari kebun F, 200 peti dari kebun G, dan 250 peti dari kebun H. Kebun F dan kebun G dapat menghasilkan jeruk lebih banyak dengan cara menambah jumlah pekerja, sedangkan di kebun H jumlah jeruk yang dihasilkan tidak dapat ditambah. Biaya transportasi dari kebun ke pengecer per peti adalah :

	Pengecer A	Pengecer B	Pengecer C	Pengecer D
Kebun F	\$ 1	\$ 2	\$ 3	\$ 2
Kebun G	\$ 1	\$ 4	\$ 1	\$ 2
Kebun H	\$ 1	\$ 3	\$ 5	\$ 3

Bila permintaan keempat pengecer tersebut harus dipenuhi, berapa banyak tambahan dari masing-masing kebun yang diperlukan agar diperoleh total ongkos transportasi yang minimum?

Jawaban :

Persoalan ini termasuk persoalan transportasi. Sumber adalah kebun jeruk F, G, dan H. Kapasitas normal sumber adalah : $150 + 200 + 250 = 600$ peti per hari. Tujuan adalah pengecer A, B, C, dan D dengan total kebutuhan tujuan sebanyak $150 + 150 + 400 + 100 = 800$ peti per hari. Artinya ada kekurangan sebanyak $800 - 600 = 200$ peti per hari yang harus dipenuhi dari kebun F dan kebun G.

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah:

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Supply
Source 1	1	2	3	2	100	150
Source 2	1	4	1	2	100	200
Source 3	1	3	5	3	100	250
Source 4	1	2	3	2	0	200
Source 5	1	4	1	2	0	200
Demand	150	150	400	100	200	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 2	150	2	300	0
2	Source 2	Destination 3	200	1	200	0
3	Source 3	Destination 1	150	1	150	0
4	Source 3	Destination 4	100	3	300	0
5	Source 4	Destination 5	200	0	0	0
6	Source 5	Destination 3	200	1	200	0
	Total	Objective	Function	Value =	1150	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Pengecer B dipasok dari kebun F sebanyak 150 peti per hari

Pengecer C dipasok dari kebun G sebanyak 200 peti per hari

Pengecer A dipasok dari kebun H sebanyak 150 peti per hari

Pengecer D dipasok dari kebun H sebanyak 100 peti per hari

Pengecer C dipasok dari tambahan produksi kebun F sebanyak 200 peti

Total biaya sebesar \$ 1.150.

25. Sebuah perusahaan mobil mempunyai 3 pusat distribusi. Ke 3 pusat distribusi ini harus dapat memenuhi kebutuhan 5 dealer. Untuk mengangkut mobil dari pusat distribusi ke dealer digunakan truk. Ongkos transportasi tergantung dari jarak antara pusat distribusi dengan dealer, apakah truk tersebut mengangkut mobil penuh sesuai dengan kapasitasnya atau tidak penuh. Kapasitas angkut truk adalah 18 buah mobil. Ongkos angkut per truk per mile adalah \$25. Jarak antara pusat distribusi dengan dealer (mile), supply per bulan (unit) dari masing-masing pusat distribusi serta kebutuhan per bulan (unit) di masing-masing dealer adalah sebagai berikut :

Pusat Distribusi	Dealer					Supply
	E	F	G	H	I	
A	100	150	200	140	35	400
B	50	70	60	65	80	200
C	40	90	100	150	130	150
Kebutuhan	100	200	150	160	140	

Tentukan bagaimana memenuhi kebutuhan ke 5 dealer tersebut agar total ongkos kirimnya minimum.

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan transportasi. Sumber adalah pusat distribusi A, B dan C dengan kapasitas pusat distribusi A sebesar 400 unit (dapat diangkut dengan $400/18 = 23$ truk), kapasitas pusat distribusi B sebesar 200 unit (dapat diangkut dengan $200/18 = 12$ truk), dan kapasitas pusat distribusi C sebesar 150 unit (dapat diangkut dengan $150/18 = 9$ truk). Truk yang dibutuhkan untuk mengangkut mobil adalah $23 + 12 + 9 = 44$ truk. Total kapasitas pusat distribusi adalah $400 + 200 + 150 = 750$ mobil.

Tujuan adalah dealer E, F, G, H dan I dengan kebutuhan dealer E = 100 unit (dapat diangkut dengan $100/18 = 6$ truk), kebutuhan dealer F = 200 unit (dapat diangkut dengan $200/18 = 12$ truk), kebutuhan dealer G = 150 unit (dapat diangkut dengan $150/18 = 9$ truk), kebutuhan dealer H = 160 unit (dapat

diangkut dengan $160/18 = 9$ truk), kebutuhan dealer I = 140 unit (dapat diangkut dengan $140/18 = 8$ truk).

Kebutuhan truk untuk mengangkut mobil adalah : $6 + 12 + 9 + 9 + 8 = 44$ truk.

Total kebutuhan mobil adalah: $100 + 200 + 150 + 160 + 140 = 750$.

Ongkos angkut per truk dari A ke E = $100 \times 25 = \$2.500$

Ongkos angkut per truk dari A ke F = $150 \times 25 = \$3.750$

Ongkos angkut per truk dari A ke G = $200 \times 25 = \$5.000$

Ongkos angkut per truk dari A ke H = $140 \times 25 = \$3.500$

Ongkos angkut per truk dari A ke I = $35 \times 25 = \$875$

Ongkos angkut per truk dari B ke E = $50 \times 25 = \$1.250$

Ongkos angkut per truk dari B ke F = $70 \times 25 = \$1.750$

Ongkos angkut per truk dari B ke G = $60 \times 25 = \$900$

Ongkos angkut per truk dari B ke H = $65 \times 25 = \$1.625$

Ongkos angkut per truk dari B ke I = $80 \times 25 = \$2.000$

Ongkos angkut per truk dari C ke E = $40 \times 25 = \$1.000$

Ongkos angkut per truk dari C ke F = $90 \times 25 = \$2.250$

Ongkos angkut per truk dari C ke G = $100 \times 25 = \$2.500$

Ongkos angkut per truk dari C ke H = $150 \times 25 = \$3.750$

Ongkos angkut per truk dari C ke I = $130 \times 25 = \$3.250$

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Supply
Source 1	2500	3750	5000	3500	875	23
Source 2	1250	1750	900	1625	2000	12
Source 3	1000	2250	2500	3750	3250	9
Demand	6	12	9	9	8	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	6	2500	15000	0
2	Source 1	Destination 4	9	3500	31500	0
3	Source 1	Destination 5	8	875	7000	0
4	Source 2	Destination 2	3	1750	5250	0
5	Source 2	Destination 3	9	900	8100	0
6	Source 3	Destination 2	9	2250	20250	0
	Total	Objective	Function	Value =	87100	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Dari pusat distribusi A ke dealer E diangkut dengan 6 truk (maksimum $6 \times 18 = 108$) mobil. Karena kebutuhan di E = 100 maka diangkut 100 mobil

Dari pusat distribusi A ke dealer H diangkut dengan 9 truk (maksimum $9 \times 18 = 162$) mobil. Karena kebutuhan di H = 160 maka diangkut 160 mobil

Dari pusat distribusi A ke dealer I diangkut dengan 6 truk (maksimum $8 \times 18 = 144$) mobil. Karena kebutuhan di E = 140 maka diangkut 140 mobil

Dari pusat distribusi B ke dealer F diangkut dengan 3 truk (maksimum $3 \times 18 = 54$) mobil. Karena kapasitas yang dapat dialokasikan di E = 50 maka diangkut 50 mobil

Dari pusat distribusi B ke dealer G diangkut dengan 9 truk (maksimum $9 \times 18 = 162$) mobil. Karena kebutuhan di E = 150 maka diangkut 150 mobil

Dari pusat distribusi C ke dealer F diangkut dengan 9 truk (maksimum $9 \times 18 = 162$) mobil. Karena kapasitas di C tersisa 150 maka diangkut 150 mobil.

Ongkos angkut total = \$ 87.100.

26. Lima orang pekerja akan dipilih untuk mengerjakan tiga jenis pekerjaan. Waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan setiap pekerjaan oleh masing-masing pekerja dan ongkos kerja per jam untuk setiap pekerja adalah:

Pekerjaan	Waktu yang diperlukan (jam)				
	Pekerja 1	Pekerja 2	Pekerja 3	Pekerja 4	Pekerja 5
1	1.5	2.0	4.0	3.5	4.5
2	2.0	2.2	3.0	5.0	3.5
3	2.5	3.2	5.0	4.8	6.0
Ongkos / jam	150	130	100	80	70

Bagaimanakah penugasan pekerjaan itu sebaiknya dilakukan?

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan penugasan (*assignment*). Setiap pekerja hanya mengerjakan satu pekerjaan dan satu pekerjaan hanya oleh seorang pekerja.

Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 1 oleh pekerja 1 = $1.5 \times 150 = 225$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 2 oleh pekerja 1 = $2 \times 150 = 300$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 3 oleh pekerja 1 = $2.5 \times 150 = 375$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 1 oleh pekerja 2 = $2 \times 130 = 260$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 2 oleh pekerja 2 = $2.2 \times 130 = 286$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 3 oleh pekerja 2 = $3.2 \times 130 = 416$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 1 oleh pekerja 3 = $4 \times 100 = 400$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 2 oleh pekerja 3 = $3 \times 100 = 300$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 3 oleh pekerja 3 = $5 \times 100 = 500$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 1 oleh pekerja 4 = $3.5 \times 80 = 280$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 2 oleh pekerja 4 = $5 \times 80 = 400$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 3 oleh pekerja 4 = $4.8 \times 80 = 384$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 1 oleh pekerja 5 = $4.5 \times 70 = 315$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 2 oleh pekerja 5 = $3.5 \times 70 = 245$
 Ongkos untuk mengerjakan pekerjaan 3 oleh pekerja 5 = $6 \times 70 = 420$

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Assignee 1	Assignee 2	Assignee 3	Assignee 4	Assignee 5
Assignment 1	225	260	400	280	315
Assignment 2	300	286	300	400	245
Assignment 3	375	416	500	384	420

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Assignment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Assignment 1	Assignee 1	1	225	225	0
2	Assignment 2	Assignee 5	1	245	245	0
3	Assignment 3	Assignee 4	1	384	384	0
4	Unfilled_Demand	Assignee 2	1	0	0	0
5	Unfilled_Demand	Assignee 3	1	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	854	

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

Pekerjaan 1 dilakukan oleh petugas 1; Pekerjaan 2 dilakukan oleh petugas 5;
 Pekerjaan 3 dilakukan oleh petugas 4. Biaya total adalah \$ 854

27. Sebuah perusahaan mobil mempunyai tiga pabrik yakni di Los Angeles, Detroit dan New Orleans. Ketiga pabrik tersebut membuat empat model mobil yakni M1, M2, M3 dan M4. Dari ketiga pabrik tersebut mobil dikirimkan ke dua pusat distribusi di Denver dan Miami. Kapasitas di masing masing pabrik (unit) dan perkiraan permintaan di masing-masing pusat distribusi (unit) adalah:

Uraian	Model				Total
	1	2	3	4	
Kapasitas pabrik					
Los Angeles	0	0	700	300	1000
Detroit	500	600	0	400	1500
New Orleans	800	400	0	0	1200
Kebutuhan Pusat Distribusi					
Denver	700	500	500	600	2300
Miami	600	500	200	100	1400

Ongkos angkut per mobil dari pabrik ke pusat distribusi (\$) adalah:

Pabrik	Denver	Miami
Los Angeles	\$ 80	\$ 215
Detroit	\$ 100	\$ 108
New Orleans	\$ 102	\$ 68

Permintaan akan suatu model dapat saling dipertukarkan dengan model lain dengan persentase sebagai berikut :

Pusat Distribusi	Persentase yang dapat dipertukarkan	Model yang dapat dipertukarkan
Denver	10	M1 dan M2
	20	M3 dan M4
Miami	10	M1 dan M2
	5	M1 dan M4

Tentukanlah kebijakan pengiriman mobil dari pabrik ke pusat distribusi agar ongkosnya minimum.

Jawaban : Persoalan ini adalah persoalan transportasi.

Sumber Los Angeles, kapasitas produksi Model M3 adalah 700 unit

Sumber Los Angeles, kapasitas produksi Model M4 adalah 300 unit

Sumber Detroit, kapasitas produksi Model M1 adalah 500 unit

Sumber Detroit, kapasitas produksi Model M2 adalah 600 unit

Sumber Detroit, kapasitas produksi Model M4 adalah 400 unit

Sumber New Orleans, kapasitas produksi Model M1 adalah 800 unit

Sumber New Orleans, kapasitas produksi Model M2 adalah 400 unit

Tujuan adalah kebutuhan Mobil Model M1 di Denver : 700 unit

Tujuan adalah kebutuhan Mobil Model M2 di Denver : 500 unit

Tujuan adalah kebutuhan Mobil Model M3 di Denver : 500 unit

Tujuan adalah kebutuhan Mobil Model M4 di Denver : 600 unit

Tujuan adalah kebutuhan Mobil Model M1 di Miami : 600 unit

Tujuan adalah kebutuhan Mobil Model M2 di Miami : 500 unit

Tujuan adalah kebutuhan Mobil Model M3 di Miami : 200 unit

Tujuan adalah kebutuhan Mobil Model M4 di Miami : 100 unit

Karena ada kebutuhan yang dapat dipertukarkan maka kebutuhan menjadi :

Kebutuhan Mobil Model M1 di Denver adalah : $700 - 10\% = 630$ unit

Kebutuhan Mobil Model M2 di Denver adalah : $500 - 10\% = 450$ unit

Kebutuhan Mobil Model M3 di Denver adalah : $500 - 20\% = 400$ unit

Kebutuhan Mobil Model M4 di Denver adalah : $600 - 20\% = 480$ unit

Kebutuhan Mobil Model M1 di Miami adalah : $600 - 10\% = 540$ unit

Kebutuhan Mobil Model M2 di Miami adalah : $500 - (10\% + 5\%) = 425$ unit

Kebutuhan Mobil Model M3 di Miami adalah : 200 unit

Kebutuhan Mobil Model M4 di Miami adalah : $100 - 5\% = 95$ unit

Kebutuhan Mobil Model M1 atau M2 di Denver adalah : $70 + 50 = 120$ unit

Kebutuhan Mobil Model M3 atau M4 di Denver adalah : $100 + 120 = 220$ unit

Kebutuhan Mobil Model M1 atau M2 di Miami adalah : $60 + 50 = 110$ unit

Kebutuhan Mobil Model M2 atau M4 di Miami adalah : $25 + 5 = 30$ unit

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Destination 6	Destination 7	Destination 8	Destination 9	Destination 10	Destination 11	Destination 12	Supply
Source 1	10000	10000	80	10000	10000	80	10000	10000	215	10000	10000	10000	700
Source 2	10000	10000	10000	80	10000	10000	80	10000	10000	215	10000	215	300
Source 3	100	10000	10000	10000	100	10000	100	10000	10000	10000	10000	100	10000
Source 4	10000	100	10000	10000	100	10000	10000	100	10000	10000	100	100	100
Source 5	10000	10000	10000	100	10000	100	10000	10000	10000	100	10000	100	100
Source 6	102	10000	10000	10000	102	10000	60	10000	10000	10000	60	10000	800
Source 7	10000	102	10000	10000	102	10000	10000	68	10000	10000	60	60	400
Demand	430	450	400	400	120	250	540	425	200	95	110	30	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 3	400	80	32000	0
2	Source 1	Destination 6	100	80	8000	0
3	Source 1	Destination 9	200	215	43000	0
4	Source 2	Destination 4	300	80	24000	0
5	Source 3	Destination 1	480	100	48000	0
6	Source 3	Destination 5	20	100	2000	0
7	Source 4	Destination 2	450	100	45000	0
8	Source 4	Destination 5	100	100	10000	0
9	Source 4	Destination 8	25	108	2700	0
10	Source 4	Destination 12	25	108	2700	0
11	Source 5	Destination 4	180	100	18000	0
12	Source 5	Destination 6	120	100	12000	0
13	Source 5	Destination 10	95	108	10260	0
14	Source 5	Destination 12	5	108	540	0
15	Source 6	Destination 1	150	102	15300	0
16	Source 6	Destination 7	540	68	36720	0
17	Source 6	Destination 11	110	68	7480	0
18	Source 7	Destination 8	400	68	27200	0
	Total	Objective	Function	Value =	344900	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Model M3 dikirim dari Los Angeles Ke Denver sebanyak: $400 + 100 = 500$ unit

Model M3 dikirim dari Los Angeles Ke Miami sebanyak 200 unit

Model M4 dikirim dari Los Angeles Ke Denver sebanyak 300 unit

Model M1 dikirim dari Detroit Ke Denver sebanyak : $480 + 20 = 500$ unit

Model M2 dikirim dari Detroit Ke Denver sebanyak : $450 + 100 = 550$ unit

Model M4 dikirim dari Detroit Ke Denver sebanyak: $180 + 120 = 300$ unit

Model M2 dikirim dari Detroit Ke Miami sebanyak: $25 + 25 = 50$ unit

Model M4 dikirim dari Detroit Ke Miami sebanyak $95 + 5 = 100$ unit

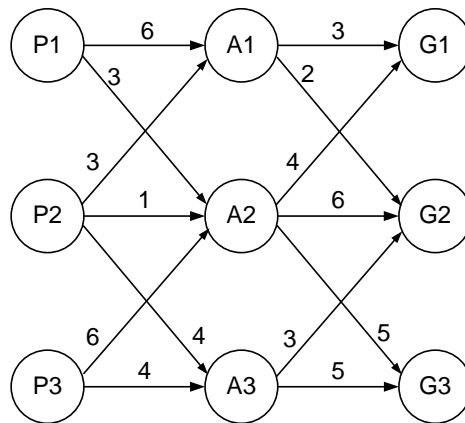
Model M1 dikirim dari New Orleans Ke Denver sebanyak 150 unit

Model M1 dikirim dari New Orleans Ke Miami sebanyak $540 + 110 = 650$ unit

Model M2 dikirim dari New Orleans Ke Miami sebanyak 400 unit

Biaya total pengiriman adalah \$ 344.900.

28. Suatu produk akan dikirimkan ke tiga gudang pengecer G1, G2 dan G3 melalui tiga agen A1, A2 dan A3. Produk tersebut dibuat di tiga pabrik P1, P2 dan P3 dengan kapasitas produksi di masing-masing pabrik sebesar 5, 7, dan 3 ton per bulan. Selain menjadi penyalur ke gudang, Agen 3 juga memproduksi produk tersebut sebanyak 2 ton per bulan, sedangkan Agen 1 juga melayani penjualan langsung ke konsumen sebanyak 2 ton per bulan. Tingkat permintaan di gudang G1, G2 dan G3 masing-masing sebesar 7, 3, dan 5 ton per bulan. Bagaimanakah pengiriman produk itu sebaiknya dilakukan jika jalur pengiriman dan besarnya ongkos kirim per ton adalah seperti pada gambar berikut ini.



Jawaban:

Persoalan ini adalah persoalan transshipment.

Kapasitas sumber adalah : $5 + 7 + 3 + 2 = 17$ ton perbulan

Kebutuhan tujuan adalah : $2 + 7 + 3 + 5 = 17$ ton per bulan

Buffer adalah : 17 ton per bulan

Sumber asli adalah pabrik P1, P2 dan P3.

Tujuan asli adalah gudang G1, G2 dan G3.

Sumber transshipment (antara) adalah agen A1, A2 dan A3.

Tujuan transshipment (antara) adalah agen A1, A2 dan A3.

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Destination 6	Supply
Source 1	100	100	100	6	3	100	5
Source 2	100	100	100	3	1	4	7
Source 3	100	100	100	100	6	4	3
Source 4	3	2	100	0	100	100	17
Source 5	4	6	5	100	0	100	17
Source 6	100	3	5	100	100	0	19
Demand	7	3	5	19	17	17	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 5	5	3	15	0
2	Source 2	Destination 4	2	3	6	0
3	Source 2	Destination 5	5	1	5	0
4	Source 3	Destination 6	3	4	12	0
5	Source 4	Destination 4	17	0	0	0
6	Source 5	Destination 1	7	4	28	0
7	Source 5	Destination 3	3	5	15	0
8	Source 5	Destination 5	7	0	0	0
9	Source 6	Destination 2	3	3	9	0
10	Source 6	Destination 3	2	5	10	0
11	Source 6	Destination 6	14	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	100	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Dari pabrik P1 dikirim ke agen A2 sebanyak 5 ton per bulan

Dari pabrik P2 dikirim ke agen A1 sebanyak 2 ton per bulan

Dari pabrik P2 dikirim ke agen A2 sebanyak 5 ton per bulan

Dari pabrik P3 dikirim ke agen A3 sebanyak 3 ton per bulan

Dari agen A2 dikirim ke gudang G1 sebanyak 7 ton per bulan

Dari agen A2 dikirim ke gudang G3 sebanyak 3 ton per bulan

Dari agen A3 dikirim ke gudang G2 sebanyak 3 ton per bulan

Dari agen A3 dikirim ke gudang G3 sebanyak 2 ton per bulan

Ongkos total pengiriman = \$ 100

29. PT “SP” yang memproduksi tepung terigu merk “TI” saat ini memiliki dua buah gudang yaitu W1 dan W2, dengan kapasitas per hari masing-masing sebesar 105 dan 95 ton. Hasil produksinya dikirimkan ke tiga daerah pemasaran, yaitu P1, P2, dan P3 yang tingkat kebutuhannya adalah 60, 70, dan

80 ton per hari. Biaya pengiriman (dalam \$/ton) dari gudang W1 ke P1, P2, dan P3 masing-masing adalah 5, 3, dan 4, sedangkan dari gudang W2 masing-masing adalah 6, 3, dan 5.

Pertanyaan:

Jika daerah pemasaran P1 menetapkan akan memberi denda kepada PT “SP” sebesar \$3 untuk setiap ton tepung terigu yang tidak terpenuhi, bagaimanakah solusi optimumnya?

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan transportasi.

Sumber adalah W1 dan W2 dengan kapasitas : $105 + 95 = 200$ ton / hari

Tujuan adalah P1, P2 dan P3 dengan kebutuhan : $60 + 70 + 80 = 210$ ton/ hari

Dummy sumber : $210 - 200 = 10$ ton / hari

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Supply
Source 1	5	3	4	105
Source 2	6	3	5	95
Source 3	3	0	0	10
Demand	60	70	80	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	35	5	175	0
2	Source 1	Destination 3	70	4	280	0
3	Source 2	Destination 1	25	6	150	0
4	Source 2	Destination 2	70	3	210	0
5	Source 3	Destination 3	10	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	815	

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

Dari gudang W1 dikirim ke daerah pemasaran P1 sebanyak 35 ton per hari

Dari gudang W1 dikirim ke daerah pemasaran P3 sebanyak 70 ton per hari

Dari gudang W2 dikirim ke daerah pemasaran P1 sebanyak 25 ton per hari
 Dari gudang W2 dikirim ke daerah pemasaran P2 sebanyak 70 ton per hari
 Biaya total adalah : \$ 815.

30. Sebuah perusahaan menyalurkan barang ke tiga konsumen yang masing-masing membutuhkan 30 unit. Perusahaan memiliki dua gudang yang masing-masing menyimpan sebanyak 40 dan 30 unit. Ongkos pengiriman setiap unit barang dari gudang 1 ke konsumen 1, 2, dan 3 masing-masing sebesar \$15, \$35, dan \$25, sedangkan dari gudang 2 sebesar \$10, \$50, dan \$40. Untuk setiap unit kebutuhan yang tidak terpenuhi, perusahaan mendapat denda yang besarnya berbeda untuk setiap konsumen, yaitu \$90, \$80, dan \$110 dari konsumen 1, 2, dan 3. Bagaimanakah solusi optimum dari persoalan di atas?

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan transportasi.

Sumber adalah gudang 1 dan 2 dengan kapasitas : $40 + 30 = 70$ unit

Tujuan adalah konsumen 1, 2 dan 3 dengan kebutuhan : $30 + 30 + 30 = 90$

Karena kebutuhan lebih besar dari sumber maka perlu ada sumber dummy dengan kapasitas : $90 - 70 = 20$ unit

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Supply
Source 1	15	35	25	40
Source 2	10	50	40	30
Source 3	90	80	110	20
Demand	30	30	30	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 2	10	35	350	0
2	Source 1	Destination 3	30	25	750	0
3	Source 2	Destination 1	30	10	300	0
4	Source 3	Destination 2	20	80	1600	0
	Total	Objective	Function	Value =	3000	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Konsumen 2 dikirim dari gudang 1 sebanyak 10 unit

Konsumen 3 dikirim dari gudang 1 sebanyak 30 unit

Konsumen 1 dikirim dari gudang 2 sebanyak 30 unit

Jumlah permintaan konsumen 2 yang tidak dapat dipenuhi sebanyak 20 unit

Ongkos total adalah \$ 3.000.

31. Sebuah perusahaan mempunyai dua gudang dan empat daerah pemasaran. Ongkos kirim per unit barang dari masing-masing gudang ke masing-masing daerah pemasaran adalah:

Dari Gudang	Ke Daerah Pemasaran			
	1	2	3	4
A	\$ 10	\$ 15	\$ 8	\$ 13
B	\$ 3	\$ 5	\$ 7	\$ 10

Kapasitas gudang A adalah 40 unit dan kapasitas gudang B adalah 50 unit. Kebutuhan di daerah pemasaran 1, 2, 3, dan 4 masing-masing adalah 20, 10, 25, dan 30 unit. Bagaimanakah solusi optimum dari persoalan di atas?

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan transportasi

Sumber adalah gudang A dan gudang B dengan kapasitas : $40 + 50 = 90$ unit

Tujuan adalah daerah pemasaran 1, 2, 3 dan 4 dengan total kebutuhan sebesar $20 + 10 + 25 + 30 = 85$ unit

Karena jumlah sumber lebih besar dari jumlah kebutuhan, maka perlu ada kebutuhan dummy sebanyak : $90 - 85 = 5$

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Supply
Source 1	10	15	8	13	0	40
Source 2	3	5	7	10	0	50
Demand	20	10	25	30	5	

Solusinya adalah :

03-17-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 3	25	8	200	0
2	Source 1	Destination 4	10	13	130	0
3	Source 1	Destination 5	5	0	0	0
4	Source 2	Destination 1	20	3	60	0
5	Source 2	Destination 2	10	5	50	0
6	Source 2	Destination 4	20	10	200	0
	Total	Objective	Function	Value =	640	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Daerah pemasaran 3 dikirim dari Gudang A sebanyak 25 unit

Daerah pemasaran 4 dikirim dari Gudang A sebanyak 10 unit

Daerah pemasaran 1 dikirim dari Gudang B sebanyak 20 unit

Daerah pemasaran 2 dikirim dari Gudang B sebanyak 10 unit

Daerah pemasaran 4 dikirim dari Gudang B sebanyak 20 unit

Sisa barang di gudang A sebanyak 5 unit

Biaya total pengiriman adalah \$ 640.

32. Suatu perusahaan gula aren mempunyai pabrik di tiga lokasi dengan kapasitas produksi per hari sebesar 35 ton di lokasi 1, 45 ton di lokasi 2 dan 40 ton di lokasi 3. Perusahaan ini mempunyai 2 daerah pemasaran yaitu di A dan B dengan tingkat kebutuhan per hari masing-masing sebesar 65 dan 45 ton. Jika ongkos kirim dari lokasi 1, 2, dan 3 adalah 9, 8 dan 9 ke daerah A sedang ke daerah B sebesar 7, 11, dan 10, bagaimanakah solusi optimumnya?

Jawaban:

Persoalan ini adalah persoalan transportasi.

Sumber adalah pabrik 1, 2 dan 3 dengan kapasitas : $35 + 45 + 40 = 120$ ton per hari

Tujuan adalah daerah pemasaran A dan B dengan kebutuhan = $65 + 45 = 110$ ton per hari

Karena jumlah sumber lebih besar dari jumlah tujuan maka perlu ada tujuan dummy sebesar $120 - 110 \text{ ton} = 10 \text{ ton}$ per hari

Dengan menggunakan software *Win QSB*, inputnya adalah :

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Supply
Source 1	9	7	0	35
Source 2	8	11	0	45
Source 3	9	10	0	40
Demand	65	45	10	

Solusinya adalah :

03-18-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 2	35	7	245	0
2	Source 2	Destination 1	45	8	360	0
3	Source 3	Destination 1	20	9	180	0
4	Source 3	Destination 2	10	10	100	0
5	Source 3	Destination 3	10	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	885	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Daerah pemasaran B dikirim dari pabrik 1 sebanyak 35 unit

Daerah pemasaran A dikirim dari pabrik 2 sebanyak 45 unit

Daerah pemasaran A dikirim dari pabrik 3 sebanyak 20 unit

Daerah pemasaran B dikirim dari pabrik 3 sebanyak 10 unit

Sisa di pabrik 3 adalah 10 unit

Ongkos total adalah sebesar \$ 885.

33. PT Sailco harus menentukan berapa unit perahu yang harus diproduksi selama empat kuartal yang akan datang. Kebutuhan pada kuartal 1, 2, 3, dan 4 masing-masing adalah 40, 60, 75, dan 25 unit. Seluruh kebutuhan harus terpenuhi pada waktunya. Pada awal kuartal 1, PT Sailco mempunyai persediaan sebanyak 10 unit, dan pada setiap kuartal dapat dibuat hingga 40 unit dengan ongkos sebesar \$400/unit. Produk tambahan dapat dibuat dengan melakukan lembur pada setiap

kuartal, dengan ongkos \$450/unit dengan kapasitas lembur adalah 20 unit per kuartal. Untuk setiap perahu yang tersisa di akhir kuartal, dikenai ongkos simpan \$20/unit per kuartal. Bagaimanakah rencana produksi untuk memenuhi permintaan tersebut agar total ongkos minimum?

Jawaban :

Persoalan ini akan diselesaikan dengan model transportasi. Sumber adalah hasil produksi baik pada waktu reguler maupun lembur pada kuartal ke 1, 2, 3, 4.

Tujuan adalah kebutuhan pada kuartal 1, 2, 3 dan 4. Persediaan terjadi bila hasil produksi kuartal ini digunakan untuk memenuhi kebutuhan kuartal berikutnya.

Karena pada awal kuartal ini ada persediaan sebanyak 10 unit, maka kebutuhan bersih kuartal 1 adalah $40 - 10 = 30$ unit

Dengan menggunakan software *Win QSB* , inputnya adalah :

From \ To	Keb KW1	Keb KW2	Keb KW3	Keb KW4	Supply
Pr KW1 R	400	420	440	460	40
Pr KW1 O	450	470	490	510	20
Pr KW2 R	10000	400	420	440	40
Pr KW2 O	10000	450	470	490	20
Pr KW3 R	10000	10000	400	420	40
Pr KW 3 O	10000	10000	450	470	20
Pr KW 4 R	10000	10000	10000	400	40
Pr KW4 O	10000	10000	10000	450	20
Demand	30	60	75	25	

Solusinya adalah:

03-12-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Pr KW1 R	Keb KW1	30	400	12000	0
2	Pr KW1 R	Keb KW2	10	420	4200	0
3	Pr KW1 O	Keb KW2	5	470	2350	0
4	Pr KW1 O	Unused_Supply	15	0	0	0
5	Pr KW2 R	Keb KW2	40	400	16000	0
6	Pr KW2 O	Keb KW2	5	450	2250	0
7	Pr KW2 O	Keb KW3	15	470	7050	0
8	Pr KW3 R	Keb KW3	40	400	16000	0
9	Pr KW 3 O	Keb KW3	20	450	9000	0
10	Pr KW 4 R	Keb KW4	25	400	10000	0
11	Pr KW 4 R	Unused_Supply	15	0	0	0
12	Pr KW4 O	Unused_Supply	20	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	78850	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Produksi pada waktu reguler di kuartal 1 sebanyak 40 unit dipakai untuk memenuhi kebutuhan kuartal 1 sebanyak 30 unit dan kuartal 2 sebanyak 10 unit

Produksi pada waktu lembur di kuartal 1 sebanyak 5 unit dipakai untuk memenuhi kebutuhan kuartal 2 sebanyak 5 unit

Produksi pada waktu reguler di kuartal 2 sebanyak 40 unit dipakai untuk memenuhi kebutuhan kuartal 2 sebanyak 40 unit

Produksi pada waktu lembur di kuartal 2 sebanyak 20 unit dipakai untuk memenuhi kebutuhan kuartal 2 sebanyak 5 unit dan kuartal 3 sebanyak 15 unit

Produksi pada waktu reguler di kuartal 3 sebanyak 40 unit dipakai untuk memenuhi kebutuhan kuartal 3 sebanyak 40 unit

Produksi pada waktu lembur di kuartal 3 sebanyak 20 unit dipakai untuk memenuhi kebutuhan kuartal 3 sebanyak 20 unit

Produksi pada waktu reguler di kuartal 4 sebanyak 25 unit dipakai untuk memenuhi kebutuhan kuartal 4 sebanyak 25 unit

Total ongkos produksi dan persediaan adalah \$ 78.850.

34. Suatu perusahaan sepatu meramalkan kebutuhan untuk enam bulan yang akan datang, masing-masing sebesar 200, 260, 240, 340, 190, dan 150 pasang. Ongkos produksi dengan waktu kerja regular adalah \$7/pasang, dan untuk waktu lembur \$11/pasang. Kapasitas produksi/bulan adalah 200 pasang untuk waktu regular dan 100 pasang untuk waktu lembur. Ongkos simpan setiap pasang sepatu adalah \$1/bulan. Bagaimanakah rencana produksi yang akan meminimumkan total ongkos ?

Jawaban :

Persoalan ini dapat diselesaikan dengan model transportasi.

Sumber adalah produksi baik pada waktu reguler maupun waktu lembur.

Tujuan adalah kebutuhan pada bulan 1, 2, 3, 4, 5 dan 6.

Persediaan terjadi bila hasil produksi bulan ini digunakan untuk memenuhi bulan berikutnya.

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah sebagai berikut:

From \ To	K1	K2	K3	K4	K5	K6	Supply
Pr1R	7	8	9	10	11	12	200
Pr10	11	12	13	14	15	16	100
Pr2R	1000	7	8	9	10	11	200
Pr20	1000	11	12	13	14	15	100
Pr3R	1000	1000	7	8	9	10	200
Pr30	1000	1000	11	12	13	14	100
Pr4R	1000	1000	1000	7	8	9	200
Pr40	1000	1000	1000	11	12	13	100
Pr5R	1000	1000	1000	1000	7	8	200
Pr50	1000	1000	1000	1000	11	12	100
Pr6R	1000	1000	1000	1000	1000	7	200
Pr60	1000	1000	1000	1000	1000	11	100
Demand	200	260	240	340	190	150	

Solusinya adalah:

03-12-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Pr1R	K1	200	7	1400	0
2	Pr10	Unused_Supply	100	0	0	0
3	Pr2R	K2	200	7	1400	0
4	Pr20	K2	60	11	660	0
5	Pr20	Unused_Supply	40	0	0	0
6	Pr3R	K3	200	7	1400	0
7	Pr30	K3	40	11	440	0
8	Pr30	K4	40	12	480	0
9	Pr30	Unused_Supply	20	0	0	0
10	Pr4R	K4	200	7	1400	0
11	Pr40	K4	100	11	1100	0
12	Pr5R	K5	190	7	1330	0
13	Pr5R	Unused_Supply	10	0	0	0
14	Pr50	Unused_Supply	100	0	0	0
15	Pr6R	K6	150	7	1050	0
16	Pr6R	Unused_Supply	50	0	0	0
17	Pr60	Unused_Supply	100	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	10660	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Hasil produksi pada waktu reguler di bulan 1 sebanyak 200 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan di bulan 1 sebanyak 200 unit

Hasil produksi pada waktu reguler di bulan 2 sebanyak 200 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan di bulan 2 sebanyak 200 unit

Hasil produksi pada waktu lembur di bulan 2 sebanyak 60 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan di bulan 2 sebanyak 60 unit

Hasil produksi pada waktu reguler di bulan 3 sebanyak 200 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan di bulan 3 sebanyak 200 unit

Hasil produksi pada waktu lembur di bulan 3 sebanyak 80 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan di bulan 3 sebanyak 40 unit dan kebutuhan bulan 4 sebanyak 40 unit

Hasil produksi pada waktu reguler di bulan 4 sebanyak 200 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan di bulan 4 sebanyak 200 unit

Hasil produksi pada waktu lembur di bulan 4 sebanyak 100 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan di bulan 4 sebanyak 100 unit

Hasil produksi pada waktu reguler di bulan 5 sebanyak 190 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan di bulan 5 sebanyak 190 unit

Hasil produksi pada waktu reguler di bulan 6 sebanyak 150 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan di bulan 6 sebanyak 150 unit

Total ongkos adalah sebesar \$ 10.660.

35. Kebutuhan akan suatu produk selama empat minggu mendatang adalah 300, 700, 900 dan 800 unit. Kapasitas produksi pada jam kerja regular adalah 700 unit per minggu dengan ongkos produksi sebesar \$10 per unit. Kebutuhan setiap minggu harus dipenuhi pada waktunya (**tidak boleh terjadi backorder**), tetapi produk yang dibuat pada suatu minggu boleh digunakan juga untuk memenuhi kebutuhan pada minggu berikutnya dengan dikenai ongkos simpan sebesar \$3 per unit/minggu. Dengan catatan bahwa waktu penyimpanan maksimum hanya 2 minggu. Bagaimanakah rencana produksi agar ongkos totalnya minimum?

Jawaban :

Persoalan ini dapat diselesaikan dengan model transportasi. Sumber adalah produksi pada minggu ke 1, 2, 3 dan 4. Tujuan adalah kebutuhan pada minggu

ke 1,2, 3 dan 4. Persediaan terjadi bila hasil produksi minggu ini digunakan untuk memenuhi kebutuhan minggu berikutnya.

Dengan menggunakan software *Win QSB* maka inputnya adalah:

From \ To	Kb1	Kb2	Kb3	Kb4	Supply
Pr1	10	13	16	1000	700
Pr2	1000	10	13	16	700
Pr3	1000	1000	10	13	700
Pr4	1000	1000	1000	10	700
Demand	300	700	900	800	

Solusinya adalah:

03-12-2014	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Pr1	Kb1	300	10	3000	0
2	Pr1	Kb2	300	13	3900	0
3	Pr1	Unused_Supply	100	0	0	0
4	Pr2	Kb2	400	10	4000	0
5	Pr2	Kb3	300	13	3900	0
6	Pr3	Kb3	600	10	6000	0
7	Pr3	Kb4	100	13	1300	0
8	Pr4	Kb4	700	10	7000	0
	Total	Objective Function	Value =		29100	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Pada minggu pertama diproduksi 600 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan minggu ke 1 sebanyak 300 unit dan kebutuhan minggu 2 sebanyak 300 unit.

Pada minggu kedua diproduksi 700 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan minggu ke 2 sebanyak 400 unit dan kebutuhan minggu 3 sebanyak 300 unit

Pada minggu ke tiga diproduksi 700 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan minggu ke 3 sebanyak 600 unit dan kebutuhan minggu 4 sebanyak 100 unit

Pada minggu ke empat diproduksi 700 unit digunakan untuk memenuhi kebutuhan minggu ke 4 sebanyak 700 unit.

Ongkos total sebesar \$ 29.100.

36. Ada lima orang karyawan yang dapat melakukan empat jenis pekerjaan. Waktu yang dibutuhkan masing-masing karyawan untuk menyelesaikan masing-masing pekerjaan adalah:

	Waktu (jam)			
	Pek. 1	Pek. 2	Pek. 3	Pek. 4
Karyawan 1	22	18	30	18
Karyawan 2	18	-	27	22
Karyawan 3	26	20	28	28
Karyawan 4	16	22	-	14
Karyawan 5	21	-	25	28

Bagaimanakah penugasan pekerjaan agar total waktunya minimum?

Jawaban :

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah:

From \ To	Karyawan1	Karyawan2	Karyawan3	Karyawan4	Karyawan5
Pekerjaan1	22	18	26	16	21
Pekerjaan2	18	1000	20	22	1000
Pekerjaan3	30	27	28	1000	25
Pekerjaan4	18	22	28	14	28

Solusinya adalah:

03-12-2014	From	To	Assignment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Pekerjaan1	Karyawan2	1	18	18	0
2	Pekerjaan2	Karyawan1	1	18	18	0
3	Pekerjaan3	Karyawan5	1	25	25	0
4	Pekerjaan4	Karyawan4	1	14	14	0
5	Unfilled_Demand	Karyawan3	1	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	75	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

Pekerjaan 1 dilakukan oleh karyawan 2;

Pekerjaan 2 dilakukan oleh karyawan 1;

Pekerjaan 3 dilakukan oleh karyawan 5;

Pekerjaan 4 dilakukan oleh karyawan 4;

Ongkos total adalah \$ 75.

BAB 4

PEMROGRAMAN DINAMIS

1. Sebuah kapal laut mempunyai kapasitas angkut 4 ton dan biasa digunakan untuk mengangkut barang dari satu tempat ke tempat lainnya. Saat ini ada tiga jenis barang dan masing-masing terdiri dari sejumlah unit yang perlu diangkut. Data berat per-unit (dalam satuan ton) setiap jenis barang dan besarnya jasa pengangkutan (dalam kelipatan \$1000) adalah seperti pada tabel berikut.

Jenis barang	Berat per unit (ton)	Keuntungan per unit (\$1000)
1	2	31
2	3	47
3	1	14

Karena total berat yang perlu diangkut melebihi kapasitas angkut, maka perlu diputuskan berapa unit masing-masing barang sebaiknya diangkut agar diperoleh total jasa pengangkutan yang maksimum?

Jawaban :

Persoalan ini termasuk ke dalam pemrograman dinamis tipe *knapsack problem*. Tujuan dari persoalan ini adalah menentukan jumlah masing masing barang yang harus diangkut agar keuntungannya maximal. Karena untuk setiap jenis barang harus ditentukan berapa unit yang sebaiknya diangkut, maka banyaknya *stage* pada persoalan ini ada tiga, yakni jenis barang 1, 2 dan 3. Status pada persoalan ini adalah sisa kapasitas kapal yang masih dapat dimanfaatkan. Variabel keputusan adalah jumlah masing masing jenis barang yang akan diangkut. Penyelesaian persoalan ini dapat dilihat pada tabel-tabel berikut ini:

Tahap 3 : Barang jenis 3

Karena berat barang jenis 3 adalah 1 ton maka jumlah maksimum barang jenis 3 yang dapat diangkut adalah 4 unit, sehingga alternatif keputusannya adalah mengangkut 0 atau 1 atau 2 atau 3 atau 4 unit.

Status	Alternatif Keputusan					Solusi	
S_3	$X_3 = 0$	$X_3 = 1$	$X_3 = 2$	$X_3 = 3$	$X_3 = 4$	$F_3(S_3)$	X_3^*
0	0	-	-	-	-	0	0
1	0	14	-	-	-	14	1
2	0	14	28	-	-	28	2
3	0	14	28	42	-	42	3
4	0	14	28	42	56	56	4

Tahap 2 :

Karena berat barang jenis 2 adalah 3 ton maka jumlah maksimum barang jenis 2 yang dapat diangkut adalah 1 unit.

Status	Alternatif Keputusan		Solusi	
S_2	$X_2 = 0$	$X_2 = 1$	$F_2(S_2)$	X_2^*
0	$0 + 0 = 0$	-	0	0
1	$0 + 14 = 14$	-	14	0
2	$0 + 28 = 28$	-	28	0
3	$0 + 42 = 42$	$47 + 0 = 47$	47	1
4	$0 + 56 = 56$	$47 + 14 = 61$	61	1

Tahap 1 :

Status	Alternatif Keputusan			Solusi	
S_1	$X_1 = 0$	$X_1 = 1$	$X_1 = 2$	$F_1(S_1)$	X_1^*
0	$0 + 0 = 0$	-	-	0	0
1	$0 + 14 = 14$	-	-	14	0
2	$0 + 28 = 28$	$31 + 0 = 31$	-	31	1
3	$0 + 47 = 47$	$31 + 14 = 45$	-	47	0
4	$0 + 61 = 61$	$31 + 28 = 59$	$62 + 0 = 62$	62	2

Dengan menggunakan software *Win QSB* maka inputnya adalah sebagai berikut:

Item (Stage)	Item Identification	Units Available	Unit Capacity Required	Return Function (X: Item ID) (e.g., 50X, 3X+100, 2.15X^2+5)
1	Item1	M	2	31X
2	Item2	M	3	47X
3	Item3	M	1	14X
Knapsack	Capacity =	4		

Hasil perhitungannya adalah:

10-25-2013 09:02:45	Item (Stage)	If Knapsack Capacity	Decision Quantity	Capacity Left/Unused	Objective Value/Return	Status
0	Item1	4	2	0	62	Optimal
1	Item2	0	0	0	0	Optimal
2	Item2	1	0	1	14	
3	Item2	2	0	2	28	
4	Item2	3	1	0	47	
5	Item2	4	1	1	61	
6	Item3	0	0	0	0	Optimal
7	Item3	1	1	0	14	
8	Item3	2	2	0	28	
9	Item3	3	3	0	42	
10	Item3	4	4	0	56	
	Total	Return	Value =	62	CPU = 0	

Dari tabel di atas dapat disimpulkan, bahwa barang yang sebaiknya diangkut adalah jenis 1 sebanyak 2 unit dan akan diperoleh keuntungan sebesar \$62.000.

- Seorang kontraktor memperkirakan kebutuhan tenaga kerja untuk 5 minggu yang akan datang masing-masing adalah : 5, 7, 8, 4 dan 6 orang. Diketahui bahwa jika jumlah tenaga kerja yang direncanakan melebihi jumlah yang dibutuhkan maka akan menimbulkan ongkos sebesar \$300/orang/minggu, sedangkan penambahan tenaga kerja akan menimbulkan dua macam ongkos, yaitu ongkos tetap sebesar \$ 400 serta ongkos variabel sebesar \$200/orang/minggu. Berapakah jumlah tenaga kerja yang harus dipekerjakan pada setiap minggunya ?

Jawaban:

Persoalan ini termasuk ke dalam persoalan pemrograman dinamis tipe *production and inventory scheduling*. Fungsi tujuannya adalah menentukan jumlah tenaga kerja yang harus dipekerjakan agar total ongkosnya minimum. Karena masa perencanaannya untuk 5 minggu ke depan maka jumlah stage dari persoalan ini ada 5. State dari persoalan ini adalah jumlah tenaga kerja yang dipekerjakan (yang sudah ada) pada awal dari suatu periode. Variabel keputusannya adalah jumlah tenaga kerja yang akan dipekerjakan pada setiap periode.

Karena software *Win QSB* tidak menyediakan metode untuk menyelesaikan persoalan jenis ini maka penyelesaiannya akan dilakukan secara manual.

Pada minggu ke 5, tenaga kerja yang dibutuhkan adalah 6 orang sedangkan pada minggu ke 4 dibutuhkan 4 orang. Maka pada akhir minggu ke 4 atau awal minggu ke 5, tenaga kerja yang ada mungkin 4 atau 5 atau 6 orang sehingga tidak akan terjadi pengurangan tenaga kerja, tetapi mungkin dilakukan penambahan tenaga kerja.

Stage 5 ($d = 6$)

Status	Alternatif keputusan	Fungsi tujuan terbaik berdasarkan status	Keputusan terbaik berdasarkan status
S_5	$X_5 = 6$	$F_5(S_5)$	X_5^*
4	$3(0) + 4 + 2(2) = 8$	8	6
5	$3(0) + 4 + 1(2) = 6$	6	6
6	$3(0) + 0 = 0$	0	6

Karena kebutuhan tenaga kerja pada minggu ke 3 adalah 8 orang maka pada awal minggu ke 4 akan ada tenaga kerja sebanyak 8 orang (status S_4). Jangan lupa menyertakan nilai fungsi tujuan terbaik untuk masing-masing status pada stage sebelumnya ke dalam stage berikutnya (nilai $F_5(S_5)$).

Stage 4 (d = 4)

Status	Alternatif keputusan			Solusi	
	$X_4 = 4$	$X_4 = 5$	$X_4 = 6$	$F_4(S_4)$	X_4^*
8	$3(0) + 0$ $+ 8 = 8$	$3(1) + 0$ $+ 6 = 9$	$3(2) + 0$ $+ 0 = 6$	6	6

Dengan cara yang sama maka diperoleh:

Stage 3 (d = 8)

Status	Alternatif keputusan	Solusi	
		$F_3(S_3)$	X_3^*
S_3	$X_3 = 8$		
7	$3(0) + 4 + 2(1) + 6 = 12$	12	8
8	$3(0) + 0 + 6 = 6$	6	8

Stage 2 (d = 7)

Status	Alternatif keputusan		Solusi	
	$X_2 = 7$	$X_2 = 8$	$F_2(S_2)$	X_2^*
5	$3(0) + 4 + 2(2)$ $+ 12 = 20$	$3(1) + 4 + 2(3)$ $+ 6 = 19$	19	8
6	$3(0) + 4 + 2(1)$ $+ 12 = 18$	$3(1) + 4 + 2(2)$ $+ 6 = 17$	17	8
7	$3(0) + 0$ $+ 12 = 12$	$3(1) + 4 + 2(1)$ $+ 6 = 15$	12	7
8	$3(0) + 0$ $+ 12 = 12$	$3(1) + 0$ $+ 6 = 9$	9	8

Stage 1 (d = 5)

Status	Alternatif keputusan				Solusi	
	$X_1 = 5$	$X_1 = 6$	$X_1 = 7$	$X_1 = 8$	$F_1(S_1)$	X_1^*
0	$3(0) + 4$ $+ 2(5) + 19$ $= 33$	$3(1) + 4$ $+ 2(6) + 17$ $= 36$	$3(2) + 4$ $+ 2(7) + 12$ $= 36$	$3(2) + 4$ $+ 2(8) + 9$ $= 35$	33	5

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa :

- Jumlah tenaga kerja pada periode 1 = 5 orang
- Jumlah tenaga kerja pada periode 2 = 8 orang
- Jumlah tenaga kerja pada periode 3 = 8 orang
- Jumlah tenaga kerja pada periode 4 = 6 orang
- Jumlah tenaga kerja pada periode 5 = 6 orang
- Total biaya tenaga kerja = \$ 3.300

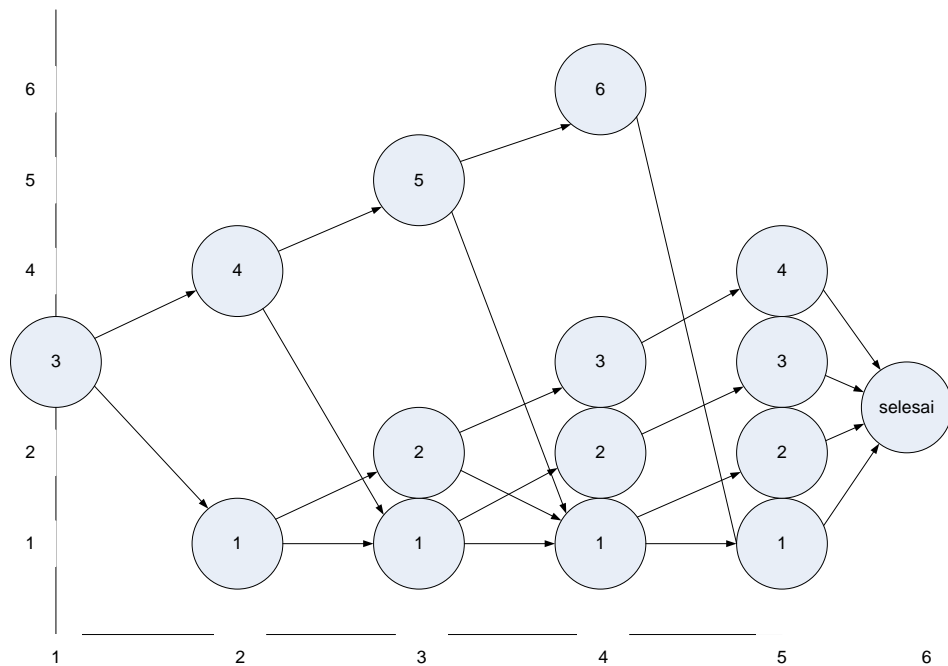
3. Sebuah perusahaan mempunyai sebuah mesin yang saat ini umur pakainya 3 tahun. Tabel berikut menunjukkan data pendapatan, ongkos operasi dan nilai akhir dari mesin tersebut.

Umur mesin(th)	Pendapatan (\$)	Ongkos operasi(\$)	Nilai akhir(\$)
0	20.000	200	-
1	19.000	600	80.000
2	18.500	1200	60.000
3	17.200	1500	50.000
4	15.500	1700	30.000
5	14.000	1800	10.000
6	12.200	2200	5.000

Jika umur mesin sudah mencapai 6 tahun maka mesin harus diganti. Harga mesin baru adalah \$100.000. Bagaimanakah sebaiknya penggantian mesin tersebut untuk 4 tahun yang akan datang ?

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan pemrograman dinamis tipe *stage coachs (shortest route)*. Fungsi tujuan dari persoalan ini adalah menentukan kapan mesin harus diganti agar keuntungannya maksimum. Jumlah stage dari persoalan ini adalah 4 sesuai dengan periode perencanaan, sedangkan state dari persoalan ini adalah umur mesin pada awal dari suatu periode. Variabel keputusannya adalah apakah pada periode tertentu harus dilakukan penggantian mesin atau tidak. Untuk itu perlu digambarkan sebagai berikut.



Dari gambar tersebut selanjutnya dihitung keuntungan yang akan diperoleh bila menggunakan mesin dengan umur yang berbeda baik tetap menggunakan mesin tersebut atau mengganti dengan yang baru diawal tahun sebagai berikut:

Umur mesin	Bila tidak diganti	Bila di awal tahun diganti
3	$17.2 + 30 - 1.5 = 45.7$	$50 - 100 + 20 - 0.2 + 80 = 49.8$
4	$15.5 + 10 - 1.7 = 23.8$	$30 - 100 + 20 - 0.2 + 80 = 29.8$
5	$14.0 + 5.0 - 2.2 = 16.8$	$10 - 100 + 20 - 0.2 + 80 = 9.8$
6	Harus diganti	$5 - 100 + 20 - 0.2 + 80 = 4.8$
1	$19.0 - 0.6 + 60 = 78.4$	$80 - 100 + 20 - 0.2 + 80 = 79.8$
2	$18.5 - 1.2 + 50 = 67.3$	$60 - 100 + 20 - 0.2 + 80 = 59.8$

Maka dapat diperoleh hasil sebagai berikut :

Tahap 4 (tahun ke 4):

Umur mesin	Tidak ganti mesin	Ganti mesin	Jawab optimum	
			Keuntungan	Keputusan
1	78.4	79.8	79.8	Ganti
2	67.3	59.8	67.3	Tidak ganti
3	45.7	49.8	49.8	Ganti
6	Harus ganti	4.8	4.8	Ganti

Tahap 3 (tahun ke 3):

Umur mesin	Tidak ganti mesin	Ganti mesin	Jawab Optimum	
			Keuntungan	Keputusan
1	85.7	79.6	85.7	Tidak ganti
2	67.1	59.6	67.1	Tidak ganti
5	17.0	9.6	17	Tidak ganti

Tahap 2 (tahun ke 2) :

Umur mesin	Tidak ganti mesin	Ganti mesin	Jawab Optimum	
			Keuntungan	Keputusan
1	85.5	85.5	85.5	Ganti atau tidak ganti
4	30.8	35.5	35.5	Ganti

Tahap 1 (tahun 1) :

Umur mesin	Tidak ganti mesin	Ganti mesin	Jawab optimum	
			Keuntungan	Keputusan
3	51.2	55.3	55.3	Ganti mesin

Kesimpulan :

- Pada tahun ke 1 ganti mesin
- Pada tahun ke 2 dapat diganti atau tidak diganti
 - Bila pada tahun ke 2 tidak diganti maka :
 - pada tahun ke 3 : tidak diganti
 - pada tahun ke 4 : diganti
 - Bila pada tahun ke 2 diganti maka :
 - pada tahun ke 3 : tidak diganti
 - pada tahun ke 4 : tidak diganti

Keuntungan yang akan diperoleh : \$ 55.3

4. Suatu perusahaan sedang menyusun rencana produksi untuk tiga periode kedepan. Tabel berikut menunjukkan data kebutuhan barang, biaya *set-up* dan biaya simpan produk untuk tiga periode ke depan.

Periode	Kebutuhan (unit)	Biaya <i>set-up</i> (\$)	Biaya simpan per unit (\$)
1	3	3	1
2	2	7	2
3	4	6	2

Saat ini perusahaan memiliki persediaan awal sebanyak satu unit. Ongkos produksi per unit adalah \$10 untuk 3 unit pertama dan \$20 per unit untuk produksi berikutnya. Tentukan kebijakan persediaan yang optimal untuk perusahaan ini.

Jawaban :

Persoalan ini termasuk pada pemrograman dinamis tipe *Production and inventory scheduling*. Karena ada tiga periode perencanaan maka jumlah stage pada persoalan ini ada tiga sedangkan statenya adalah jumlah *stock* pada akhir periode. Variabel keputusan adalah jumlah yang diproduksi pada periode tertentu, dengan tujuan persoalan meminimumkan biaya total. Perhitungan akan dilakukan secara *forward* (perhitungan maju).

Ongkos produksi dapat diformulasikan sebagai berikut:

- Untuk produksi : $0 \leq Z \leq 3$: $CZ = 10 Z$
- Untuk produksi : $Z \geq 4$: $CZ = 30 + 20 (Z - 3)$
- Pada periode 1:
 - Stock awal = 1, sehingga kebutuhan bersih = $3 - 1 = 2$
 - Jumlah produksi maximum = $2 + 2 + 4 = 8$ (untuk memenuhi kebutuhan selama tiga periode)
 - Jumlah produksi minimum = 2
 - Persediaan akhir maximal = $2 + 4 = 6$ (untuk memenuhi kebutuhan periode ke 2 dan periode ke 3)
- Ongkos Total = ongkos set up + ongkos produksi + ongkos simpan

Stock akhir	Jumlah produksi							Jawaban optimal	
	2	3	4	5	6	7	8	Ongkos	Z1
0	23							23	2
1		34						34	3
2			55					55	4
3				76				76	5
4					97			97	6
5						118		118	7
6							139	139	8

Pada periode 2 :

- Kebutuhan bersih = 2
- Produksi maximal = $2 + 4 = 6$ (untuk memenuhi permintaan periode 2 dan 3)
- Produksi minimum = 0
- Stock akhir maximal = 4 (untuk memenuhi kebutuhan periode ke 3)
- Stock akhir minimum = 0

Stock akhir	Jumlah produksi							Jawab optimal	
	0	1	2	3	4	5	6	Ongkos	Z2
0	55	51	50					50	2
1	79	75	64	63				63	3
2	103	99	88	77	86			77	3
3	127	123	112	101	100	109		100	4
4	151	147	136	125	124	123	132	123	5

Pada periode ke 3 :

- Kebutuhan bersih pada period eke 3 = 4
- Persediaan akhir = 0
- Produksi maximal = 4
- Produksi minimum = 0

Stock akhir	Jumlah produksi					Jawab optimal	
	0	1	2	3	4	Ongkos	Z3
0	123	116	103	99	106	99	3

Kesimpulan :

- Pada periode 3 dibuat = 3 unit
- Maka stock awal periode ke 3 (stock akhir periode ke 2) = $0+4-3 = 1$
- Pada periode ke 2 dibuat = 3 unit
- Maka stock awal periode ke 2 (stock akhir periode ke 1) = $1+2-1 = 0$
- Pada periode ke 1 dibuat = 2 unit
- Biaya total = \$ 99

5. Suatu perusahaan sedang menyusun rencana produksi untuk empat periode kedepan. Berikut data permintaan barang dan ongkos *set up* untuk 4 periode.

Periode	Permintaan(unit)	Ongkos Set up (\$)
1	76	98
2	26	114
3	90	185
4	67	70

Diketahui bahwa perusahaan memiliki inventory awal sebanyak 15 unit. Ongkos produksi per unit adalah \$2 dan ongkos simpan (*holding cost*) per unit per periode sebesar \$1.

Pertanyaan : Tentukan jadwal produksi yang optimal.

Jawaban :

Persoalan ini termasuk persoalan pemrograman dinamis *tipe Production and Inventory Scheduling* dengan 4 stage sesuai banyaknya periode perencanaan. Status (*state*) pada persoalan ini adalah jumlah persediaan pada awal periode, sedangkan variabel keputusannya adalah jumlah yang diproduksi pada suatu periode. Dengan menggunakan software *Win QSB* maka inputnya adalah sebagai berikut :

Period [Stage]	Period Identification	Demand	Production Capacity	Storage Capacity	Production Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B: Variables) [e.g., $5P+2H+10B$, $3(P-5)^2+100H$]
1	Period1	76	M	M	98	$2P+1H$
2	Period2	26	M	M	114	$2P+1H$
3	Period3	90	M	M	185	$2P+1H$
4	Period4	67	M	M	70	$2P+1H$
Initial	Inventory =	15				

Solusinya adalah sebagai berikut:

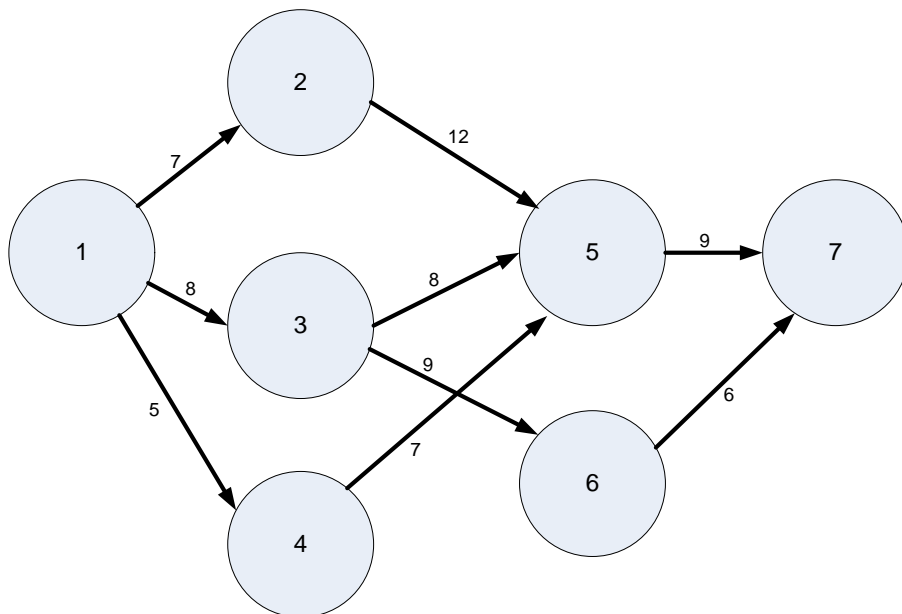
11-18-2013 Stage	Period Description	Net Demand	Starting Inventory	Production Quantity	Ending Inventory	Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B)	Variable Cost	Total Cost
1	Period1	61	0	61	0	\$98.00	$2P+1H$	\$122.00	\$220.00
2	Period2	26	0	116	90	\$114.00	$2P+1H$	\$322.00	\$436.00
3	Period3	90	90	0	0	0	$2P+1H$	0	0
4	Period4	67	0	67	0	\$70.00	$2P+1H$	\$134.00	\$204.00
Total		244	90	244	90	\$282.00		\$578.00	\$860.00

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa :

Produksi periode ke 1 = 61 unit; Produksi periode ke 2 = 116 unit;

Produksi periode ke 3 = 0; Produksi periode ke 4 = 67 unit; Biaya total = \$ 860

6. Seseorang akan melakukan perjalanan dari kota 1 ke kota 7 melalui beberapa alternatif kota antara, seperti pada gambar di bawah ini :



Pada hari pertama, perjalanan dari kota 1 akan sampai di kota 2 atau 3 atau 4, sedangkan pada hari kedua perjalanan dari 2 atau 3 atau 4 akan dilanjutkan dan akan sampai di kota 5 atau 6. Baru pada hari ketiga perjalanan dilanjutkan dari kota 5 atau 6 ke kota tujuan akhir, yaitu kota 7. Bagaimanakan route yang harus dilalui agar total jarak tempuhnya minimum.

Jawaban :

Persoalan ini termasuk ke dalam pemrograman dinamis tipe *stagecoach (shortest route) problem*. Tujuan dari persoalan ini ialah menentukan rute terpendek dari node 1 ke node 7. Karena perjalanan dari node 1 ke node 7 membutuhkan waktu tiga hari maka jumlah tahap pada persoalan ini ada tiga, sedangkan statusnya adalah posisi pada awal setiap hari. Variabel keputusannya adalah jalan atau route yang akan dilalui. Penyelesaian biasanya dilakukan dari tahap akhir atau tahap 3 (cara *back ward*).

Karena node 2, 3 dan 4 berada pada posisi yang sama maka pada tahap 3, status bisa pada node 5 atau node 6. Apabila pada awal hari ke 3 berada di node 5 maka rute terbaiknya adalah 5 – 7 dengan jarak 9. Apabila pada awal hari ke 3 berada di node 6 maka rute terbaik adalah 6 – 7 dengan jarak 6. Hal ini dapat digambarkan pada tabel tabel berikut ini :

Tahap 3 :

Status	Alternatif keputusan	Fungsi tujuan terbaik berdasarkan status	Keputusan terbaik berdasarkan status
S_3	$X_3 = 7$	$F_3(S_3)$	X_3^*
5	9	9	7
6	6	6	7

Dengan cara yang sama lanjutkan untuk tahap 2 dan tahap 1. Jangan lupa menyertakan nilai fungsi tujuan terbaik untuk masing-masing status pada stage sebelumnya ke dalam stage berikutnya (nilai $F_3(S_3)$).

Tahap 2 :

Status	Alternatif keputusan		Fungsi tujuan terbaik	Keputusan terbaik
S_2	$X_2 = 5$	$X_2 = 6$	$F_2(S_2)$	X_2^*
2	$12 + 9 = 21$	-	21	5
3	$8 + 9 = 17$	$9 + 6 = 15$	15	6
4	$7 + 9 = 16$	$13 + 6 = 19$	16	5

Tahap 1 :

Status	Alternatif keputusan			Fungsi tujuan terbaik	Keputusan terbaik
S_1	$X_1 = 2$	$X_1 = 3$	$X_1 = 4$	$F_1(S_1)$	X_1^*
1	$7 + 21 = 28$	$8 + 15 = 23$	$5 + 16 = 21$	21	4

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa route yang harus ditempuh adalah 1 – 4 – 5 – 7 dengan jarak 21 satuan.

Untuk menyelesaikan persoalan tipe ini dapat digunakan software *Win QSB* dengan memilih *Dynamic Programming* pada menu utamanya. Input datanya adalah sebagai berikut:

From \ To	Node1	Node2	Node3	Node4	Node5	Node6	Node7
Node1		7	8	5			
Node2					12		
Node3					8	9	
Node4					7		
Node5							9
Node6							6
Node7							

Solusinya adalah:

11-14-2013 07:09:38	Stage	From Input State	To Output State	Distance	Distance to Node7	Status
1	1	Node1	Node4	5	21	Optimal
2	2	Node2	Node5	12	21	
3	2	Node3	Node6	9	15	
4	2	Node4	Node5	7	16	Optimal
5	3	Node5	Node7	9	9	Optimal
6	3	Node6	Node7	6	6	
	From Node1	To Node7	Minimum	Distance =	21	CPU = 0,00

Kesimpulan :

Rute yang harus ditempuh adalah node 1 – node 4 – node 5 – node 7

Dengan total jarak tempuh 21.

7. Badan kesehatan dunia (*WHO*) merencanakan untuk menyempurnakan pelayanan kesehatan di negara-negara yang sedang berkembang. Karena saat ini *WHO* hanya mempunyai 5 tim yang akan ditempatkan di 3 negara untuk melaksanakan rencana ini maka *WHO* harus menentukan berapa tim yang harus ditempatkan di tiap negara sehingga keefektifan total dari ke 5 tim itu dapat dimaksimumkan. Dalam hal ini ukuran keefektifan yang digunakan adalah pertambahan umur penduduk. Tabel berikut adalah taksiran pertambahan umur dalam satuan ribuan tahun-orang untuk tiap negara dan alokasi tim yang mungkin dilakukan:

Jumlah tim yang dialokasikan	Pertambahan umur (ribuan tahun-orang)		
	Negara		
	1	2	3
0	0	0	0
1	45	20	50
2	70	45	70
3	90	75	80
4	105	110	100
5	120	150	130

Tentukan berapa tim yang harus dialokasikan pada masing-masing negara ?

Jawaban :

Persoalan ini merupakan persoalan pemrograman dinamis tipe *knapsacks problem*. Jumlah stage pada persoalan ini ada 3 sesuai jumlah negara yang akan ditempati oleh tim tenaga kesehatan, sedangkan statenya adalah jumlah ahli kesehatan yang belum dialokasikan. Variabel keputusan adalah jumlah tim yang di alokasikan di masing masing negara. Fungsi tujuannya adalah memaksimumkan pertambahan total umur.

Stage 3 (pada negara 3):

Jumlah tim yang belum dialokasikan	Jumlah tim yang dialokasikan di negara 3						Jawab optimal	
	0	1	2	3	4	5	Tambahan umur	X3
0	0						0	0
1	0	50					50	1
2	0	50	70				70	2
3	0	50	70	80			80	3
4	0	50	70	80	100		100	4
5	0	50	70	80	100	130	130	5

Stage 2 (pada negara 2) :

Jumlah tim yang belum dialokasikan	Jumlah tim yang dialokasikan di Negara 2						Jawab optimal	
	0	1	2	3	4	5	Tambahan umur	X2
0	0						0	0
1	50	20					50	0
2	70	20+50=70	45				70	0,1
3	80	20+70=90	45+50=95	75			95	2
4	100	20+80=100	45+70=115	75+50=125	110		125	3
5	130	20+10=120	45+80=125	75+70=145	110+50=160	150	160	4

Stage 1 (pada negara 1):

Jumlah tim yang belum dialokasikan	Jumlah tim yang dialokasikan di Negara 1						Jawab optimal	
	0	1	2	3	4	5	Tambahan umur	X1
5	160	45+125=170	70+95=165	90+70=160	105+50=155	120	170	1

Kesimpulan :

Alokasikan di Negara 1 = 1 tim

Alokasikan di Negara 2 = 3 tim

Alokasikan di Negara 3 = 1 tim

Tambahan umur total = 170 ribu tahun orang

8. Seorang salesman tinggal di kota A. Pada hari ini, yaitu hari Senin, dia akan memulai kegiatannya. Pada hari Senin ini dia dapat menjual barangnya di suatu kota diantara kota A atau B atau C (hanya di satu kota). Demikian juga pada hari Selasa, Rabu dan Kamis, dia dapat menjual barangnya diantara kota A atau B atau C (hanya di satu kota). Pada hari Kamis sore dia harus berada di kota B (hari Kamis dia masih menjual barangnya). Pengalaman menunjukkan bahwa hasil penjualan barang per hari adalah di kota A adalah senilai \$16, di kota B senilai \$12, dan di kota C senilai \$17. Diketahui bahwa biaya transportasi dari suatu kota ke kota lainnya adalah sebagai berikut:

Dari / Ke	A	B	C
A	-	5	7
B	5	-	2
C	7	2	-

Untuk memaksimalkan keuntungan (yaitu hasil penjualan – biaya transportasi) di kota manakah dia harus melakukan penjualan barangnya pada hari Senin, Selasa, Rabu dan Kamis?

Jawaban:

- Jumlah stage pada persoalan ini adalah 4 sesuai dengan jumlah hari.

- State pada persoalan ini adalah posisi pada awal suatu hari.
- Variabel keputusan adalah lokasi penjualan pada hari tersebut.
- Fungsi tujuan adalah memaksimalkan keuntungan yaitu selisih dari hasil penjualan dengan biaya transportasi.

Stage 4: hari Kamis, pada kamis sore salesman harus ada di B

Posisi pada Kamis pagi	Lokasi penjualan pada hari Kamis			Jawab Optimal	
	A	B	C	keuntungan	Lokasi
A	$16-5=11$	$12-5=7$	$17-7-2=8$	11	A
B	$16-5-5=6$	12	$17-2-2=13$	13	C
C	$16-7-2=7$	$12-2=10$	$17-2=15$	15	C

Stage 3 : hari Rabu

Posisi pada Rabu pagi	Lokasi penjualan pada hari Rabu				Jawab optimal
	A	B	C	Keuntungan	lokasi
A	$16+11=27$	$16-5+13=24$	$17-7+15=25$	27	A
B	$16-5+11=22$	$12+13=25$	$17-2+15=30$	30	C
C	$16-7+11=20$	$12-2+13=23$	$17+15=32$	32	C

Stage 2 : hari Selasa

Posisi pada Selasa pagi	Lokasi penjualan pada hari Selasa			Jawab Optimal	
	A	B	C	Keuntungan	lokasi
A	$16+27=43$	$12-5+30=37$	$17-7+32=42$	43	A
B	$16-5+27=38$	$12+30=42$	$17-2+32=47$	47	C
C	$16-7+32=41$	$12-2+30=40$	$17+32=49$	49	C

Stage 1 : hari Senin , posisi senin pagi ada di kota A

Posisi pada Senin pagi	Lokasi penjualan pada hari Senin			Jawab Optimal	
	A	B	C	Keuntungan	lokasi
A	$16+43=59$	$12-5+47=54$	$17-7+49=59$	59	A atau C

Kesimpulan :

- Pada hari Senin penjualan dilakukan di A atau C
- Apabila pada hari Senin penjualan di A maka
 - Pada hari Selasa lakukan penjualan di A
 - Pada hari Rabu lakukan penjualan di A
 - Pada hari Kamis lakukan penjualan di A
- Apabila pada hari Senin penjualan di C maka
 - Pada hari Selasa : penjualan di C
 - Pada hari Rabu : penjualan di C
 - Pada hari Kamis : penjualan di C

Keuntungan yang akan diperoleh = \$ 59

9. CV. Aditia adalah perusahaan yang membuat barang-barang seni. Perkiraan permintaan untuk 4 bulan yang akan datang adalah :

- Bulan ke 1 : 1 unit
- Bulan ke 2 : 3 unit
- Bulan ke 3 : 2 unit
- Bulan ke 4 : 4 unit

Setiap awal bulan CV. Aditia harus menentukan banyaknya produk yang harus diproduksi pada bulan tersebut. Berapapun jumlah yang diproduksi pada suatu bulan diperlukan biaya set up (*set-up cost*) sebesar \$3. Selain itu diperlukan biaya variabel (*variable cost*) yang besarnya adalah \$1 per unit produk yang dibuat. Jika ada produk tersisa pada setiap akhir bulan, maka akan dikenakan biaya simpan (*holding cost*) yang besarnya \$0,5 per unit produk. Kapasitas produksi CV. Aditia adalah 5 unit perbulan, sedangkan kapasitas gudang tempat penyimpanan produk adalah 4 unit. Buatlah jadwal produksi CV. Aditia untuk 4 bulan ke depan untuk memenuhi permintaan tersebut dengan ongkos minimum. Pada awal bulan pertama tidak ada persediaan barang.

Jawaban :

Persoalan ini termasuk persoalan pemrograman dinamis *tipe production and inventory scheduling*. Jumlah stage dari persoalan ini adalah 4 sesuai periode perencanaan, sedangkan state dari persoalan ini adalah jumlah persediaan pada awal periode. Variable keputusannya adalah jumlah barang seni yang dibuat pada suatu periode. Fungsi tujuan adalah meminimumkan biaya yang terdiri biaya set up, biaya produksi dan biaya simpan.

Dengan menggunakan Software *Win QSB* diperoleh hasil sebagai berikut :

Period [Stage]	Period Identification	Demand	Production Capacity	Storage Capacity	Production Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B: Variables) (e.g., $5P+2H+10B, 3(P-5)^2+100H$)
1	Period1	1	M	M	3	$1P+0.5H$
2	Period2	2	M	M	3	$1P+0.5H$
3	Period3	3	M	M	3	$1P+0.5H$
4	Period4	4	M	M	3	$1P+0.5H$
Initial	Inventory =	0				

Solusinya adalah:

11-18-2013 Stage	Period Description	Net Demand	Starting Inventory	Production Quantity	Ending Inventory	Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B)	Variable Cost	Total Cost
1	Period1	1	0	3	2	\$3.00	$1P+0.5H$	\$4.00	\$7.00
2	Period2	2	2	0	0	0	$1P+0.5H$	0	0
3	Period3	3	0	7	4	\$3.00	$1P+0.5H$	\$9.00	\$12.00
4	Period4	4	4	0	0	0	$1P+0.5H$	0	0
Total		10	6	10	6	\$6.00		\$13.00	\$19.00

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Pada bulan ke 1 : produksi 4 unit
- Pada bulan ke 3 : produksi 6 unit
- Ongkos total = \$ 19.50

10. Seseorang ingin menginvestasikan uangnya sebanyak \$6.000. Ada 3 alternatif investasi yang bisa dipilih yaitu :

- Alternatif 1: Setiap D1 (dalam kelipatan \$1000) yang diinvestasikan akan menghasilkan NPV sebesar $(7 D1 + 2)$, untuk $D1 > 0$. Untuk $D1 = 0$ maka $NPV = 0$

- Alternatif 2: Setiap D2 (dalam kelipatan \$1000) yang diinvestasikan akan menghasilkan NPV sebesar $(3 D2 + 7)$, untuk $D2 > 0$. Untuk $D2 = 0$ maka $NPV = 0$
- Alternatif 3: Setiap D3 (dalam kelipatan \$1000) yang diinvestasikan akan menghasilkan NPV sebesar $(4 D3 + 5)$, untuk $D3 > 0$. Untuk $D3 = 0$ maka $NPV = 0$

Bagaimana rencana investasi terbaik pada ketiga alternatif tersebut agar NPV yang diperoleh maksimum?

Jawaban :

Persoalan ini merupakan persoalan pemrograman dinamis tipe *knapsack*. Jumlah stage pada persoalan ini adalah 3 sesuai dengan jumlah alternatif investasi, sedangkan statenya adalah dana yang belum dialokasikan. Variable keputusan adalah jumlah dana yang harus dialokasikan pada masing masing alternatif investasi. Fungsi tujuan ialah memaksimalkan NPV.

Stage 1 (alternatif 1):

Dana yang belum dialokasikan	Jumlah yang dialokasikan pada alternatif 1							Jawab optimal	
	0	1	2	3	4	5	6	NPV	X1
0	0							0	0
1	0	9						9	1
2	0	9	16					16	2
3	0	9	16	23				23	3
4	0	9	16	23	30			30	4
5	0	9	16	23	30	37		37	5
6	0	9	16	23	30	37	44	44	6

Stage 2 (proyek 2) :

Dana yang belum dialokasikan	Jumlah dana yang dialokasikan pada proyek 2							Jawab optimal	
	0	1	2	3	4	5	6	NPV	X2
0	0							0	0
1	9	10						10	1
2	16	19	13					19	1
3	23	26	22	16				26	1
4	30	33	29	25	19			33	2
5	37	40	36	32	28	22		40	1
6	44	47	43	39	35	31	25	47	1

Stage 3 (proyek 3):

Dana yang belum dialokasikan	Jumlah dana yang dialokasikan pada proyek 3							Jawab Optimal	
	0	1	2	3	4	5	6	NPV	X3
6	47	49	46	43	40	35	29	49	1

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Jumlah dana yang dialokasikan pada proyek 3 = \$ 1.000
- Jumlah dana yang dialokasikan pada proyek 2 = \$ 1.000
- Jumlah dana yang dialokasikan pada proyek 1 = \$ 4.000
- NPV total = \$ 49.000

11. Tiga tim riset sedang melakukan penelitian untuk memecahkan suatu masalah. Ketiga tim tersebut mempunyai pendekatan yang berbeda yang mengakibatkan perbedaan kemungkinan kegagalannya. Diperkirakan probabilitas kegagalan tim 1, 2, dan 3 masing-masing adalah 0,4; 0,6; dan 0,8 sehingga probabilitas kegagalan ketiga tim bila bekerja bersama-sama adalah $0,4 \times 0,6 \times 0,8 = 0,192$. Untuk menurunkan probabilitas terjadinya kegagalan, manajemen berencana menambah dua orang tenaga ahli untuk ditempatkan di antara tim yang ada.

Tabel berikut menunjukkan probabilitas kegagalan masing-masing tim setelah ditambah 0 atau 1 atau 2 orang tenaga ahli baru.

Jumlah tambahan tenaga ahli	Probabilitas kegagalan		
	Tim 1	Tim 2	Tim 3
0	0,4	0,6	0,8
1	0,2	0,4	0,5
2	0,15	0,2	0,3

Bagaimanakah penugasan kedua tenaga ahli tersebut sebaiknya dilakukan agar diperoleh tingkat kegagalan yang minimum?

Jawaban :

Persoalan ini merupakan persoalan pemrograman dinamis tipe *knapsack problem*. Jumlah stage pada persoalan ini adalah 3 sesuai dengan jumlah tim, sedangkan state adalah tambahan tenaga ahli yang belum dialokasikan. Variable keputusan adalah jumlah tambahan tenaga ahli yang harus dialokasikan pada masing masing tim. Fungsi tujuan adalah meminimumkan probabilitas kegagalan.

Stage 1 (tim 1) :

Jumlah tambahan tim yang belum dialokasikan	Tambahan anggota tim pada tim 1			Jawab optimal	
	0	1	2	probabilitas	X1
0	0.192	-	-	0.192	0
1	0.192	0.096	-	0.096	1
2	0.192	0.096	0.072	0.072	2

Stage 2 (tim 2) :

Jumlah tambahan tim yang belum dialokasikan	Tambahan anggota tim pada tim 2			Jawab optimal	
	0	1	2	probabilitas	X2
0	0.192	-	-	0.192	0
1	0.096	0.128	-	0.096	0
2	0.072	0.064	0.064	0.064	1 atau 2

Stage 3 (tim 3) :

Jumlah tambahan tim yang belum dialokasikan	Tambahan anggota tim pada tim 3			Jawab optimal	
	0	1	2	probabilitas	X3
2	0.064	0.080	0.072	0.064	0

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Alokasikan = 0 pada tim 3
- Alokasikan 1 atau 2 pada tim 2
- Bila dialokasikan 1 pada tim 2, maka 1 tambahan dialokasikan pada tim 1
- Bila dialokasikan 2 pada tim 2 maka 0 dialokasikan pada tim 1
- Probabilitas kegagalan = 0.064

12. Seorang mahasiswa akan menghadapi ujian akhir semester. Waktu untuk belajar tinggal 7 hari lagi. Ada 4 mata kuliah yang harus diikuti yaitu mata kuliah A, B, C, dan D. Mahasiswa tersebut memerlukan waktu minimum 1 hari untuk setiap mata kuliah dan setiap hari dia hanya belajar untuk 1 mata kuliah. Dia memeperkirakan nilai ujian yang akan diperoleh untuk setiap mata kuliah bila mengalokasikan waktu belajar untuk setiap mata kuliah sebanyak 1, 2, 3 dan 4 hari adalah sebagai berikut :

Jumlah waktu belajar(hari)	Nilai yang akan diperoleh untuk mata kuliah			
	A	B	C	D
1	5	6	6	6
2	6	7	7	7
3	7	8	7	9
4	8	9	9	10

Bila nilai kelulusan untuk setiap mata kuliah minimum 6, bagaimana sebaiknya dia mengalokasikan waktu belajarnya agar semua mata kuliah lulus dan jumlah total nilai nya maximum?

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan pemrograman dinamis tipe *knapsack problem*. Jumlah stage pada persoalan ini adalah 4 sesuai jumlah mata kuliah, sedangkan state adalah jumlah hari yang belum dipakai untuk belajar. Variabel keputusan adalah jumlah hari yang dialokasikan untuk belajar suatu mata kuliah. Fungsi tujuan adalah maksimumkan jumlah total nilai.

Stage 1 (mata kuliah A):

Sisa hari yang belum dipakai	Jumlah hari yang dipakai untuk belajar mata kuliah A			Jawab Optimum	
	2	3	4	Jumlah nilai	Jumlah hari
2	6			6	2
3	6	7		7	3
4	6	7	8	8	4

Stage 2 (mata kuliah B) :

Sisa hari yang belum dipakai	Jumlah hari yang dipakai untuk belajar mata kuliah B				Jawab optimal	
	1	2	3	4	Jumlah nilai	Jumlah hari
3	12	-	-		12	1
4	13	13	-	-	13	1 atau 2
5	14	14	14	-	14	1, 2 atau 3
6	-	15	15	15	15	2, 3 atau 4

Stage 3 (mata kuliah C) :

Sisa hari yang belum dipakai	Jumlah hari yang dipakai untuk belajar mata kuliah C				Jawab optimal	
	1	2	3	4	Jumlah nilai	Jumlah hari
4	18	14	13	9	18	1
5	19	19	14	15	19	1 atau 2
6	20	20	19	16	20	1 atau 2
7	21	21	20	21	21	1, 2 atau 4

Stage 4 (mata kuliah D) :

Sisa hari yang belum dipakai	Jumlah hari yang dipakai untuk mata kuliah D				Jawab optimal	
	1	2	3	4	Jumlah nilai	Jumlah hari
7	26	26	27	23	27	3

Dari tabel di atas dapat diambil kesimpulan :

- Jumlah hari untuk belajar mata kuliah D = 3 hari
- Jumlah hari untuk belajar mata kuliah C = 1 hari
- Jumlah hari untuk belajar mata kuliah B = 1 hari
- Jumlah hari untuk belajar mata kuliah A = 2 hari
- Jumlah nilai = 27

13. Untuk memenuhi kebutuhan masyarakat akan minyak goreng, PT Palm Oil yang memiliki depot di 4 daerah akan menambah mobil tanki yang menyalurkan minyak langsung ke masyarakat. Saat ini di masing-masing daerah dioperasikan 1 unit tanki dengan tingkat pemenuhan kebutuhan di daerah 1, 2, 3, dan 4 masing-masing 0,7 ; 0,9 ; 0,8 ; dan 0,6. Jika di 4 daerah tersebut ditambahkan 1 atau 2 tanki maka tingkat pemenuhan kebutuhannya diperkirakan akan menjadi sebagai berikut :

Tanki tambahan	Tingkat pemenuhan kebutuhan di daerah			
	1	2	3	4
0	0,70	0,90	0,80	0,60
1	0,85	0,96	0,90	0,80
2	0,97	0,99	0,98	0,95

Untuk setiap tanki tambahan yang dioperasikan di daerah 1, 2, 3, dan 4 setiap minggunya perusahaan harus mengeluarkan dana ekstra masing-masing sebesar \$100; \$300; \$100; dan \$200. Dana ekstra yang tersedia adalah \$600 per minggu. Bagaimana sebaiknya tanki tambahan tersebut dioperasikan ?

Jawaban :

Persoalan ini termasuk persoalan pemrograman dinamis *tipe knapsack problem*. Jumlah stage pada persoalan ini adalah 4 sesuai jumlah daerah pemasaran dan state adalah jumlah dana yang belum dialokasikan pada awal periode. Variabel keputusan ialah jumlah dana yang dialokasikan untuk menambah mobil tangki pada suatu daerah pemasaran. Fungsi tujuan adalah memaksimumkan tingkat pemenuhan kebutuhan masyarakat diseluruh daerah pemasaran.

Stage 1 (daerah 1) :

Sisa dana	Jumlah dana yang dialokasikan pada daerah 1			Jawab optimal	
	0	100	200	F1	X1
0	0.70			0.70	0
100	0.70	0.85		0.85	100
200	0.70	0.85	0.97	0.97	200
300	0.70	0.85	0.97	0.97	200
400	0.70	0.85	0.97	0.97	200
500	0.70	0.85	0.97	0.97	200
600	0.70	0.85	0.97	0.97	200

Stage 2 (daerah 2):

Sisa dana	Jumlah yang dialokasikan di daerah 2			Jawab optimal	
	0	300	600	F2	X2
0	$0.90+0.70=1.60$			1.60	0
100	$0.90+0.85=1.75$			1.75	0
200	$0.90+0.97=1.87$			1.87	0
300	$0.90+0.97=1.87$	$0.96+0.70=1.66$		1.66	300
400	$0.90+0.97=1.87$	$0.96+0.85=1.81$		1.81	300
500	$0.90+0.97=1.87$	$0.96+0.97=1.93$		1.93	300
600	$0.90+0.97=1.87$	$0.96+0.97=1.93$	$0.99+0.70=1.69$	1.93	300

Stage 3 (daerah 3):

Sisa dana	Dana yang dialokasikan di daerah 3			Jawab optimal	
	0	100	200	F3	X3
0	$0.8+1.6=2.4$			2.40	0
100	$0.8+1.75=2.55$	$0.9+1.6=2.5$		2.55	0
200	$0.8+1.87=2.67$	$0.9+1.75=2.65$	$0.98+1.6=2.58$	2.67	0
300	$0.8+1.66=2.46$	$0.9+1.87=2.77$	$0.98+1.75=2.73$	2.77	100
400	$0.8+1.81=2.61$	$0.9+1.66=2.56$	$0.98+1.87=2.85$	2.85	200
500	$0.8+1.93=2.73$	$0.9+1.81=2.71$	$0.98+1.66=2.64$	2.73	0
600	$0.8+1.93=2.73$	$0.9+1.93=2.83$	$0.98+1.81=2.79$	2.83	100

Stage 4 (daerah 4):

Sisa dana	Jumlah dana yang dialokasikan di daerah 4			Jawab optimal	
	0	200	400	F4	X4
600	$0.6+2.83=3.43$	$0.8+2.85=3.65$	$0.95+2.58=3.45$	3.65	200

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa :

- Alokasi dana untuk daerah 4 = 200 atau menambah 1 tanki, pemenuhan kebutuhan = 0.80
- Alokasi dana untuk daerah 3 = 200 atau menambah 2 tanki, pemenuhan kebutuhan = 0.98
- Alokasi dana untuk daerah 2 = 0 atau tidak menambah tanki, pemenuhan kebutuhan = 0.90
- Alokasi dana untuk daerah 1 = 200 atau nambah 2 tanki. Pemenuhan kebutuhan = 0.97

14. PT.XYZ adalah perusahaan yang membuat barang-barang kerajinan yang terbuat dari kayu. Perusahaan ini bekerja berdasarkan pesanan yang datang dari sejumlah pelanggan tetap, dengan tingkat permintaan yang bervariasi. Perkiraan permintaan, biaya set up, dan biaya simpan per unit untuk 6 bulan ke depan adalah sebagai berikut :

Bulan ke	Permintaan (unit)	Biaya set up (\$)	Biaya simpan per unit (\$)
1	10	20	1
2	15	17	1
3	7	10	1
4	20	18	3
5	13	5	1
6	25	50	1

Biaya produksi per unit = \$ 2

Buatlah rencana produksi untuk 6 bulan ke depan!

Jawaban:

- Persoalan ini termasuk persoalan program dinamis *type production and inventory scheduling*
- Jumlah stage pada persoalan ini adalah 6 sesuai periode perencanaan
- State pada persoalan ini persediaan pada awal bulan
- Variable keputusan adalah jumlah produksi pada setiap bulan
- Fungsi tujuan adalah meminimalkan biaya total yakni : biaya set up + biaya produksi + biaya simpan

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah sebagai berikut :

Period (Stage)	Period Identification	Demand	Production Capacity	Storage Capacity	Production Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B: Variables) (e.g., 5P+2H+10B, 3(P-5)^2+100H)
1	Period1	10	M	M	20	2P+1H
2	Period2	15	M	M	17	2P+1H
3	Period3	7	M	M	10	2P+1H
4	Period4	20	M	M	18	2P+3H
5	Period5	13	M	M	5	2P+1H
6	Period6	25	M	M	50	2P+1H
Initial	Inventory =	0				

Solusinya adalah:

11-18-2013 Stage	Period Description	Net Demand	Starting Inventory	Production Quantity	Ending Inventory	Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B)	Variable Cost	Total Cost
1	Period1	10	0	10	0	\$20.00	2P+1H	\$20.00	\$40.00
2	Period2	15	0	22	7	\$17.00	2P+1H	\$51.00	\$68.00
3	Period3	7	7	0	0	0	2P+1H	0	0
4	Period4	20	0	20	0	\$18.00	2P+3H	\$40.00	\$58.00
5	Period5	13	0	38	25	\$5.00	2P+1H	\$101.00	\$106.00
6	Period6	25	25	0	0	0	2P+1H	0	0
Total		90	32	90	32	\$60.00		\$212.00	\$272.00

Dari tabel di atas dapat diambil kesimpulan :

- Produksi bulan ke 1 = 10 unit
- Produksi bulan ke 2 = 22 unit
- Produksi bulan ke 3 = 0 unit
- Produksi bulan ke 4 = 20 unit
- Produksi bulan ke 5 = 38 unit
- Produksi bulan ke 6 = 0 unit
- Biaya total = \$ 272

15. Untuk melakukan perjalanannya, seorang pendaki gunung harus membawa 3 jenis barang yaitu bahan makanan, peralatan keselamatan dan pakaian. Setiap unit bahan makanan mempunyai volume $\frac{1}{2}$ ft³ sedangkan setiap unit peralatan keselamatan mempunyai volume $\frac{1}{4}$ ft³. Setiap unit pakaian mempunyai volume 1 ft³. Menurut ahli pendakian, pakaian merupakan barang yang paling penting untuk dibawa dan peralatan keselamatan lebih penting daripada makanan. Secara kuantitatif tingkat kepentingan ke tiga jenis barang tersebut adalah :

- Tingkat kepentingan makanan = 3
- Tingkat kepentingan peralatan keselamatan = 4
- Tingkat kepentingan pakaian = 5

Dari pengalaman, seorang pendaki harus membawa paling sedikit 1 unit dari setiap jenis barang dan tidak boleh membawa peralatan keselamatan lebih dari 2 unit. Jika volume barang yang bisa dibawa maksimal 3 ft³ berapa banyak masing- masing jenis barang yang sebaiknya dibawa oleh si pendaki?

Jawaban :

Persoalan ini termasuk persoalan pemrograman dinamis tipe *knapsack problem*. Jumlah stage pada persoalan ini adalah 3 sesuai jumlah jenis barang yang harus dibawa dengan state sisa kapasitas yang bisa dibawa. Variable keputusan adalah

jumlah masing masing jenis barang yang sebaiknya dibawa. Fungsi tujuan adalah memaksimumkan jumlah tingkat kepentingan.

Stage 1 (makanan)

Sisa kapasitas	Kapasitas yang dipakai untuk mengangkut makanan						Jawab optimal	
	0.5	1	1.5	2	2.5	3	F1	X1
0.5	3						3	0.5
1	3	6					6	1
1.5	3	6	9				9	1.5
2	3	6	9	12			12	2
2.5	3	6	9	12	15		15	2.5
3	3	6	9	12	15	18	18	3

Stage 2 (peralatan keselamatan)

Sisa kapasitas	Kapasitas yang dipakai untuk mengangkut peralatan keselamatan		Jawab optimal	
	0.25	0.5	F2	X2
0.25	4	-	4	0.25
0.5	4	8	8	0.5
0.75	4+3=7	8	8	0.5
1	4+3 =7	8+3 =11	11	0.5
1.25	4+6=10	8+3=11	11	0.5
1.5	4+6=10	8+6=14	14	0.5
1.75	4+9=13	8+6=14	14	0.5
2	4+9=13	8+9=17	17	0.5

Stage 3 (pakaian)

Sisa kapasitas	Kapasitas yang dipakai mengangkut pakaian		Jawab optimal	
	1	2	F3	X3
3	5+17=22	10+11=21	22	1

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Kapasitas untuk mengangkut pakaian = 1ft^3 , maka jumlah pakaian yang dibawa adalah 1 unit

- Kapasitas untuk mengangkut peralatan keselamatan = 0.5 ft^3 , maka jumlah peralatan keselamatan yang dibawa adalah 2 unit
- Kapasitas untuk mengangkut makanan = 1.5 ft^3 , maka jumlah makanan yang dibawa adalah 3 unit
- Jumlah tingkat kepentingan = 22

16. Tuan A mempunyai sebidang tanah seluas $20 \text{ ft} \times 12 \text{ ft}$. Dengan memperhatikan perkiraan cuaca dari BMG, untuk musim tanam yang akan datang Tuan A merencanakan menanam kebun tersebut dengan beberapa jenis tanaman. Ada 3 alternatif jenis tanaman yang bisa ditanam yaitu tomat, jagung dan kacang tanah. Tanaman di atur dalam baris yang panjangnya 12 ft dengan jarak 2 ft sehingga di sepanjang 12 ft itu dapat ditanami hingga 7 baris. Tanaman yang paling diinginkan Tuan A ialah jagung sedangkan yang paling tidak disukai adalah kacang tomat. Karena itu kacang harus ditanam minimum 1 baris dan tomat tidak boleh lebih dari 2 baris. Bila dikuantitatifkan bobot nilai tomat adalah 10, jagung adalah 7 dan kacang tanah adalah 3 per barisnya. Tanaman apa saja yang sebaiknya di tanam untuk musim depan dan berapa banyak (baris) masing masing jenis tanaman ?

Jawaban :

Persoalan ini termasuk persoalan pemrograman dinamis *tipe knapsack problem*. Jumlah stage dari persoalan ini adalah 3 sesuai dengan jumlah jenis tanaman dan state adalah jumlah baris yang belum ditanami. Variabel keputusan adalah jumlah baris yang ditanami dengan masing masing jenis tanaman. Fungsi tujuan adalah memaksimalkan tingkat keinginan yang terpenuhi.

Stage 1 (tanaman tomat) : tidak boleh lebih dari dua baris

Baris yang belum ditanami	Jumlah baris yang ditanami tomat		Jawaban optimal	
	1	2	F1	X1
1	10	-	10	1
2	-	20	20	2

Stage 2 (tanaman jagung) :

Jumlah baris yang belum ditanami	Jumlah baris yang ditanami jagung								Jawaban optimal	
	0	1	2	3	4	5	6	7	F2	X2
1	10	7							10	0
2	20	17	14						20	0
3	20	27	24	21					27	1
4	20	27	34	31	28				34	2
5	20	27	34	41	38	35			41	3
6	20	27	34	41	48	45	42		48	4
7	20	27	34	41	48	55	52	49	55	5

Stage 3 (tanaman kacang tanah) :

Jumlah baris yang belum ditanami	Jumlah baris yang ditanami kacang tanah							Jawaban optimal	
	1	2	3	4	5	6	7	F3	X3
7	51	47	43	39	35	28	21	51	1

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa kacang tanah sebaiknya ditanam sebanyak 1 baris, jagung 4 baris, dan tomat 2 baris. Tingkat keinginan yang dapat terpenuhi adalah 51.

17. Seorang mahasiswa harus mengambil 10 matakuliah dari 4 jurusan yang berbeda. Mahasiswa tersebut harus mengambil minimum 1 matakuliah dari setiap jurusan. Ukuran keberhasilan mahasiswa adalah total jumlah penyerapan pengetahuan dengan data (dalam skala 100) adalah sebagai berikut :

Jurusan	Jumlah matakuliah yang diambil						
	1	2	3	4	5	6	≥ 7
I	25	50	60	80	100	100	100
II	20	70	90	100	100	100	100
III	40	60	80	100	100	100	100
IV	10	20	30	50	50	60	70

Pertanyaan: Untuk memaksimalkan penyerapan pengetahuan yang diperoleh, berapa jumlah matakuliah dari masing-masing jurusan yang sebaiknya diambil?

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan pemrograman dinamis tipe *knapsack problem*. Jumlah stage pada persoalan ini adalah 4 sesuai jumlah jurusan, dan state adalah jatah mata kuliah yang masih bisa diambil. Variabel keputusan adalah jumlah mata kuliah yang diambil dari masing masing jurusan. Fungsi tujuan adalah memaksimalkan jumlah penyerapan pengetahuan.

Stage 1 (jurusan 1):

Sisa jatah	Jumlah mata kuliah yang diambil dari jurusan 1							Jawab optimal	
	1	2	3	4	5	6	7	F1	X1
1	25							25	1
2	25	50						50	2
3	25	50	60					60	3
4	25	50	60	80				80	4
5	25	50	60	80	100			100	5
6	25	50	60	80	100	100		100	6
7	25	50	60	80	100	100	100	100	7

Stage 2 (jurusan 2);

Sisa jatah	Jumlah mata kuliah yang diambil dari jurusan 2							Jawab optimal	
	1	2	3	4	5	6	7	F2	X2
1	20							20	1
2	45	70						70	2
3	70	95	90					95	2
4	80	120	115	100				120	2
5	100	130	140	125	100			140	3
6	120	150	150	150	125	100		150	2,3,4
7	120	170	170	160	150	125	100	170	2,3
8	120	170	190	180	160	150	125	190	3
9	120	170	190	200	180	160	150	200	3
10	120	170	190	200	200	180	160	200	4,5

Stage 3 (jurusan 3):

Sisa jatah	Jumlah mata kuliah yang diambil dari jurusan 3							Jawab optimal	
	1	2	3	4	5	6	7	F3	X3
1	40							40	1
2	60	60						60	1,2
3	110	80	80					110	1
4	135	130	100	100				135	1
5	160	155	150	120	100			160	1
6	180	180	175	170	120	100		180	1,2
7	190	200	200	195	170	120	100	200	2,3
8	210	210	220	220	195	170	120	220	3,4
9	230	230	230	240	220	195	170	240	4
10	240	250	250	250	240	220	195	250	2,3,4

Stage 4 (jurusan 4):

Sisa jatah	Jumlah mata kuliah yang diambil dari jurusan 4							Jawab optimal	
	1	2	3	4	5	6	7	F4	X4
10	250	240	230	230	210	195	180	250	1

Dari tabel di atas dapat diambil kesimpulan:

- Jumlah mata kuliah yang diambil dari jurusan 4 = 1 mata kuliah, penyerapan pengetahuan = 10
- Jumlah mata kuliah yang diambil dari jurusan 3 = 4 mata kuliah, penyerapan pengetahuan = 100
- Jumlah mata kuliah yang diambil dari jurusan 2 = 3 mata kuliah, penyerapan pengetahuan = 90
- Jumlah mata kuliah yang diambil dari jurusan 1 = 2 mata kuliah, penyerapan pengetahuan = 50

18. Sebuah lembaga sosial sedang membangun beberapa rumah untuk keluarga kurang mampu. Ada 3 alternatif ukuran rumah yakni : 1000 ft², 1100 ft², dan 1200 ft². Untuk pemeliharaan setiap jenis rumah diperlukan sejumlah tenaga sukarela. Untuk 6 bulan ke depan lembaga tersebut telah menerima 5 lamaran.

Berdasarkan berbagai pertimbangan setiap pelamar di nilai, dan nilai tertinggi merupakan pelamar yang paling diinginkan. Untuk 6 bulan ke depan jumlah tenaga sukarela yang dapat diterima adalah maksimum 23 orang.

Berdasarkan data maka dapat disimpulkan hal hal sebagai berikut :

Pelamar	Ukuran rumah (ft ²)	score	Jumlah tenaga sukarela yang dibutuhkan
1	1200	78	7
2	1000	64	4
3	1100	68	6
4	1000	62	5
5	1200	85	8

Pelamar mana saja yang sebaiknya diterima?

Jawaban :

Persoalan ini termasuk persoalan pemrograman dinamis *tipe knapsack problem*. Jumlah stage pada persoalan ini adalah 5 sesuai jumlah pelamar, state adalah jumlah sukarelawan yang belum terpenuhi. Variable keputusan adalah jumlah sukarelawan yang diterima dari masing masing lamaran. Fungsi tujuan ialah memaksimumkan jumlah skore.

Dengan menggunakan software *Win QSB* maka diperoleh inputnya adalah:

Item (Stage)	Item Identification	Units Available	Unit Capacity Required	Return Function (X: Item ID) (e.g., 50X, 3X+100, 2.15X ² +5)
1	Item1	1	7	78X
2	Item2	1	4	64X
3	Item3	1	6	68X
4	Item4	1	5	62X
5	Item5	1	8	85X
Knapsack	Capacity =	23		

Hasil perhitungannya adalah:

11-14-2013 Stage	Item Name	Decision Quantity (X)	Return Function	Total Item Return Value	Capacity Left
1	Item1	0	78X	0	23
2	Item2	1	64X	64	19
3	Item3	1	68X	68	13
4	Item4	1	62X	62	8
5	Item5	1	85X	85	0
	Total	Return	Value =	279	CPU = 0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa pelamar yang diterima adalah pelamar 2, 3, 4 dan 5 dengan total skor 279.

19. Bapak B adalah tokoh yang akan mencalonkan diri untuk menjadi anggota DPRD. Saat ini dia mempunyai uang sebesar \$10.000 untuk digunakan sebagai dana kampanye. Ada 5 daerah yang bisa dipilih untuk melakukan kampanye seperti pada tabel berikut :

Daerah	Jumlah penduduk	Dana yang dibutuhkan
1.	3.100	3.500
2.	2.600	2.500
3.	3.500	4.000
4.	2.800	3.000
5.	2.400	2.000

Pertanyaan : Di daerah mana saja dia sebaiknya melakukan kampanye?

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan pemrograman dinamis *tipe knapsack problem*. Jumlah stage pada persoalan ini adalah 5 sesuai dengan lokasi kampanye, state adalah sisa dana yang belum dialokasikan. Variable keputusan adalah apakah di lokasi n dilakukan kampanye ($X_n = 1$) atau tidak ($X_n = 0$). Fungsi tujuan adalah memaksimalkan jumlah penduduk yang menjadi sasaran kampanye.

Stage 1 (lokasi kampanye 1):

Sisa dana	Jumlah penduduk yang jadi sasaran kampanye		Jawaban optimal	
	X1=0	X1=1	F1	X1
3500	0	3100	3100	1

Stage 2 (lokasi kampanye 2):

Sisa dana	Jumlah penduduk yang jadi sasaran kampanye		Jawaban optimal	
	X2=0	X2 =1	F2	X2
2500	0	2600	2600	1
3500	3100	2600	3100	0
6000	3100	5700	5700	1

Stage 3 (lokasi kampanye 3):

Sisa dana	Jumlah penduduk yang jadi sasaran kampanye		Jawaban optimal	
	X3 =0	X3=1	F3	X3
2500	2600		2600	0
3500	3100		3100	0
6000	5700	3500	5700	0
10000	5700	9200	9200	1

Stage 4 (lokasi kampanye 4):

Sisa dana	Jumlah penduduk yang jadi sasaran kampanye		Jawaban optimal	
	X4 = 0	X4 = 1	F4	X4
2500	2600		2600	0
3500	3100	2800	3100	0
6000	5700	5400	5700	0
10000	9200	2800+5700=8500	9200	0

Stage 5 (lokasi kampanye 5):

Sisa dana	Jumlah penduduk yang jadi peserta kampanye		Jawaban optimal	
	X5 = 0	X5 = 1	F5	X5
10000	9200	2400+5700=8100	9200	0

Berdasarkan tabel di atas dapat diambil kesimpulan :

Daerah kampanye yang sebaiknya dipilih adalah lokasi 3, lokasi 2 dan lokasi 1 dengan jumlah penduduk yang menjadi sasaran kampanye sebanyak 9.200 orang dan jumlah dana yang dibutuhkan sebesar \$10.000.

20. Suatu peralatan elektronik terdiri dari 3 komponen. Ketiga komponen tersebut dirakit secara serial, sehingga kerusakan yang terjadi pada satu komponen akan menyebabkan peralatan elektronik tersebut tidak berfungsi. Keandalan (probabilitas tidak terjadi kegagalan) peralatan elektronik tersebut dapat ditingkatkan dengan cara menambahkan 1 atau 2 unit komponen tambahan secara parallel pada ketiga komponen yang ada. Tabel berikut menunjukkan tingkat probabilitas (R_i) dan biaya yang dibutuhkan (C_i) bila ditambahkan komponen.

Jumlah komponen yang ditambahkan	Komponen 1		Komponen 2		Komponen 3	
	R1	C1	R2	C2	R3	C3
0	0.6	1.000	0.7	3.000	0.5	2.000
1	0.8	2.000	0.8	5.000	0.7	4.000
2	0.9	3.000	0.9	6.000	0.9	5.000

Bila dana yang tersedia adalah \$10.000, bagaimana sebaiknya komponen tambahan tersebut dirakit agar tingkat keandalannya maksimum.

Catatan : tingkat keandalan alat = $R_1 \times R_2 \times R_3$. Karena itu bila masing masing komponen dipasang 1 maka keandalan peralatan = $0.6 \times 0.7 \times 0.5 = 0.21$ dengan dana yang dibutuhkan = $1000 + 3000 + 2000 = 6000$ sehingga sisa dana adalah $10.000 - 6.000 = 4.000$.

Jawaban :

Persoalan ini adalah persoalan pemrograman dinamis *tipe knapsack problem*. Jumlah stage pada persoalan ini adalah 3 sesuai jumlah jenis komponen, state adalah sisa dana yang belum dialokasikan. Variable keputusan adalah jumlah komponen yang dipasang pada masing masing komponen. Fungsi tujuan adalah memaksimumkan keandalan peralatan.

Stage 1 (komponen 1) :

Sisa dana	Tambahan komponen pada komponen 1		Jawab optimal	
	1	2	F1	X1
1000	$0.8 \times 0.7 \times 0.5 = 0.28$		0.28	1
2000		$0.9 \times 0.7 \times 0.5 = 0.315$	0.315	2

Stage 2 (komponen 2):

Sisa dana	Jumlah komponen pada komponen 2			Jawab optimal	
	0	1	2	F2	X2
1000	0.28			0.28	0
2000	0.315	$0.8 \times 0.6 \times 0.5 = 0.24$		0.315	0
3000		$0.8 \times 0.8 \times 0.5 = 0.32$	$0.9 \times 0.6 \times 0.5 = 0.27$	0.32	1
4000		$0.8 \times 0.9 \times 0.5 = 0.36$	$0.9 \times 0.8 \times 0.5 = 0.36$	0.36	1,2

Stage 3 (komponen 3):

Sisa dana	Jumlah komponen pada komponen 3			Jawab optimal	
	0	1	2	F3	X3
4000	0.36	$0.7 \times 0.9 \times 0.7 = 0.441$	$0.9 \times 0.8 \times 0.7 = 0.504$	0.504	2

Dari tabel di atas dapat diambil kesimpulan :

- Komponen 3 ditambah 2 komponen paralel sehingga keandalannya menjadi 0.9 dengan biaya sebesar \$5.000
- Komponen 2 ditambah 0 komponen paralel sehingga keandalannya tetap 0.7 dan biaya sebesar \$3.000
- Komponen 1 ditambah 1 komponen paralel sehingga keandalannya menjadi 0.8 dengan biaya sebesar \$ 2.000
- Dengan demikian keandalan alat menjadi 0.504.

21. Untuk melayani pelanggannya, sebuah travel akan menyewa mobil untuk 4 minggu ke depan. Jumlah kebutuhan : minggu ke 1 = 7 unit, minggu ke 2 = 4 unit, minggu ke 3 = 7 unit dan minggu ke 4 = 8 unit. Biaya sewa = \$ 220 per mobil + 500 biaya per transaksi (biaya transaksi timbul kalau ada penambahan jumlah mobil yang disewa pada awal minggu). Bagaimana sebaiknya travel tersebut menyewa mobil untuk melayani pelanggannya.

Jawaban :

- Persoalan ini termasuk pemrograman dinamis *tipe workforce size model*
- Jumlah stage dari persoalan ini adalah 4 sesuai dengan periode perencanaan

- State pada persoalan ini adalah jumlah mobil yang disewa pada awal suatu periode
- Variable keputusan adalah jumlah yang disewa pada suatu periode
- Fungsi tujuan adalah meminimumkan biaya sewa

Stage 4 (minggu ke 4): kebutuhan = 8

Jumlah mobil pada awal minggu	Jumlah mobil yang disewa		Jawab optimal	
	8		F4	X4
7	$(220 \times 8) + 500 = 2260$		2260	8
8	$220 \times 8 = 1760$		1760	8

Stage 3 (minggu ke 3) : kebutuhan = 7

Jumlah mobil pada awal minggu	Jumlah mobil yang disewa		Jawaban optimal	
	7	8	F3	X3
4	4300	4020	4020	8
7	3800	3960	3800	7
8	4300	3520	3520	8

Stage 2 (minggu ke 2) : kebutuhan = 4

Jumlah mobil pada awal minggu	Jumlah mobil yang disewa			Jawaban optimal	
	4	7	8	F2	X2
7	4900	5340	5780	4900	4
8	5400	5840	5280	5280	8

Stage 1 (minggu ke 1) : kebutuhan = 7

Jumlah mobil pada awal minggu	Jumlah mobil yang disewa		Jawaban optimal	
	7	8	F1	X1
0	7380	7540	7380	7

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Pada minggu ke 1, pinjam 7 mobil
- Pada minggu ke 2, kembalikan 3 mobil, jadi yang di sewa 4 mobil
- Pada minggu ke 3, pinjam 4 mobil tambahan, jadi yang disewa 8 mobil
- Pada bulan ke 4, jumlah yang disewa tetap 8 mobil
- Biaya total = \$ 7380

22. PT X adalah sebuah perusahaan yang membuat mesin pesawat. PT. X menerima pesanan dari pelanggannya untuk 4 bulan ke depan sebanyak 4 unit per bulan.

- Kapasitas produksi pada bulan ke 1 = 5 unit
- Kapasitas produksi pada bulan ke 2 = 6 unit
- Kapasitas produksi pada bulan ke 3 = 3 unit
- Kapasitas produksi pada bulan ke 4 = 5 unit
- Ongkos produksi per unit pada bulan ke 1 = \$ 300.000
- Ongkos produksi per unit pada bulan ke 2 = \$ 330.000
- Ongkos produksi per unit pada bulan ke 3 = \$ 350.000
- Ongkos produksi per unit pada bulan ke 4 = \$ 420.000
- Biaya simpan per unit pada bulan ke 1 = \$ 20.000
- Biaya simpan per unit pada bulan ke 2 = \$ 30.000
- Biaya simpan per unit pada bulan ke 3 = \$ 40.000
- Biaya simpan per unit pada bulan ke 4 = \$ 50.000

Bagaimana rencana produksi yang optimal ?

Jawaban :

- Persoalan ini adalah persoalan pemrograman dinamis *tipe Production and inventory scheduling*
- Jumlah stage pada persoalan ini adalah 4 sesuai dengan periode perencanaan
- State pada persoalan ini adalah jumlah persediaan pada awal bulan
- Variable keputusan adalah jumlah yang diproduksi pada suatu bulan tertentu
- Fungsi tujuan adalah minimasi biaya total = biaya produksi + biaya simpan

Stage 1 (bulan 4): permintaan = 4, kapasitas = 5

Persediaan awal	Jumlah produksi pada bulan ke 4						Jawaban optimal	
	0	1	2	3	4	5	F4	X4
0					1680	2150	1680	4
1				1260			1260	3
2			840				840	2

Stage 2 (bulan 3): permintaan = 4, kapasitas = 3

Persediaan awal	Jumlah produksi pada bulan 3				Jawab optimal	
	0	1	2	3	F3	X3
1				2730	2730	3
2			2380	2310	2310	3
3		2030	2000	1970	1970	3

Stage 3 (bulan2): permintaan = 4, kapasitas = 6

Persediaan awal	Produksi pada bulan ke 2			Jawaban optimal	
	4	5	6	F2	X2
0		4400	4330	4330	6
1	4070	4000	4010	4000	5

Stage 4 (bulan 1): permintaan = 4, kapasitas = 5

Persediaan awal	Produksi pada bulan ke 1		Jawaban optimal	
	4	5	F1	X1
0	5330	5520	5330	4

Dari tabel di atas dapat ditarik kesimpulan :

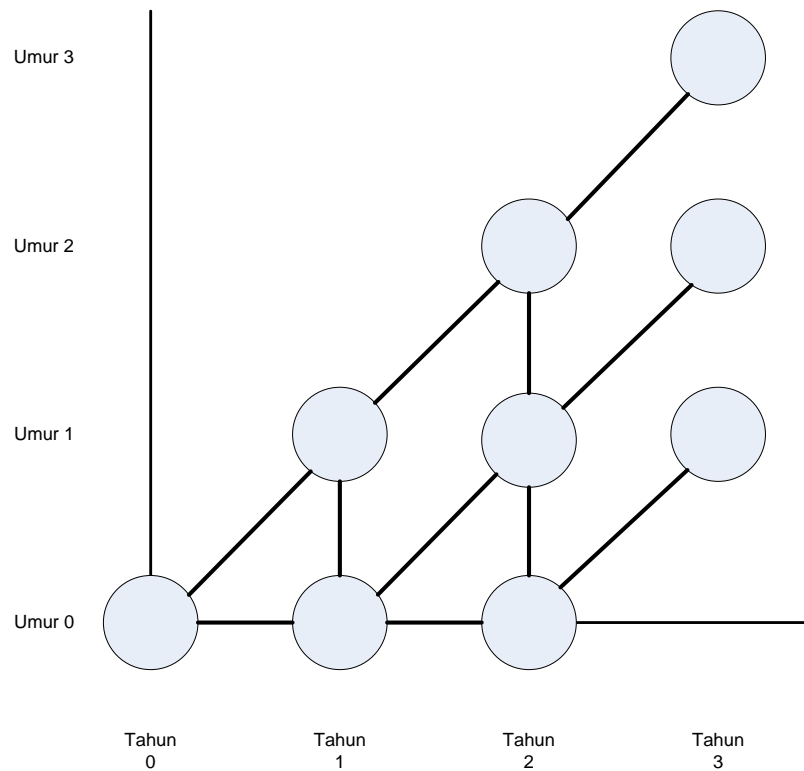
- Produksi pada bulan ke 1 = 4 unit
- Produksi pada bulan ke 2 = 6 unit
- Produksi pada bulan ke 3 = 3 unit
- Produksi pada bulan ke 4 = 3 unit
- Biaya total = \$ 5.330

23. Bapak Z adalah seorang tukang potong rumput. Bapak A mempunyai 10 orang pelanggan. Setiap pelanggan meminta dipotong rumputnya sebanyak 3 x dalam setahun. Biaya potong rumput = \$ 50 per kali potong. Harga alat potong rumput baru = \$ 200. Harga alat potong rumput baru naik 10 % per tahun. Biaya operasi & pemeliharaan untuk pemakaian tahun ke 1 = \$ 120 dan naik 20 % setiap tahun (bila tidak diganti). Alat yang sudah dipakai selama 1 tahun dapat dijual dengan harga \$ 150 dan turun 10 % setiap tahun. Bagaimana sebaiknya penggantian alat potong rumput tersebut dilakukan untuk 3 tahun ke depan ?

Jawaban :

- Persoalan ini adalah persoalan pemrograman dinamis *tipe equipment replacement model*
- Jumlah stage pada persoalan ini adalah 3 sesuai dengan periode perencanaan
- State pada persoalan ini adalah umur alat potong rumput pada awal periode
- Variable keputusan adalah mengganti atau tidak mengganti pada suatu periode
- Fungsi tujuan adalah meminimumkan biaya

Tahun ke	Harga beli	Umur alat potong rumput	Biaya operasi dan pemeliharaan	Nilai akhir
0	200	0	120	150
1	220	1	144	135
2	242	2	172.8	121.5
3	266.2	3	207.36	109.35



Stage 3 (tahun 3):

Umur alat pada awal tahun	Keputusan		Jawaban optimal	
	Ganti	Tidak	F3	X3
0		$-120+150=30$	30	Tidak ganti
1	$150-242-120+150=-62$	$-144+135=-9$	-9	Tidak ganti
2	$135-242-120+150=-92$	$-172.8+121.5=-51.3$	-51.3	Tidak ganti

Stage 2 (tahun 2):

Umur alat pada awal tahun	Keputusan		Jawaban optimal	
	Ganti	Tidak	F2	X2
0		$-120+150-9=-21$	-21	Tidak ganti
1	$150-220-120+150-9=-49$	$-144+121.5-51.3=-73.8$	-49	Ganti

Stage 1 (tahun 1) :

Umur alat pada awal tahun	Keputusan		Jawaban optimal	
	Ganti	Tidak	F1	X1
0		$-120+150 - 49=-9$	-9	Tidak ganti

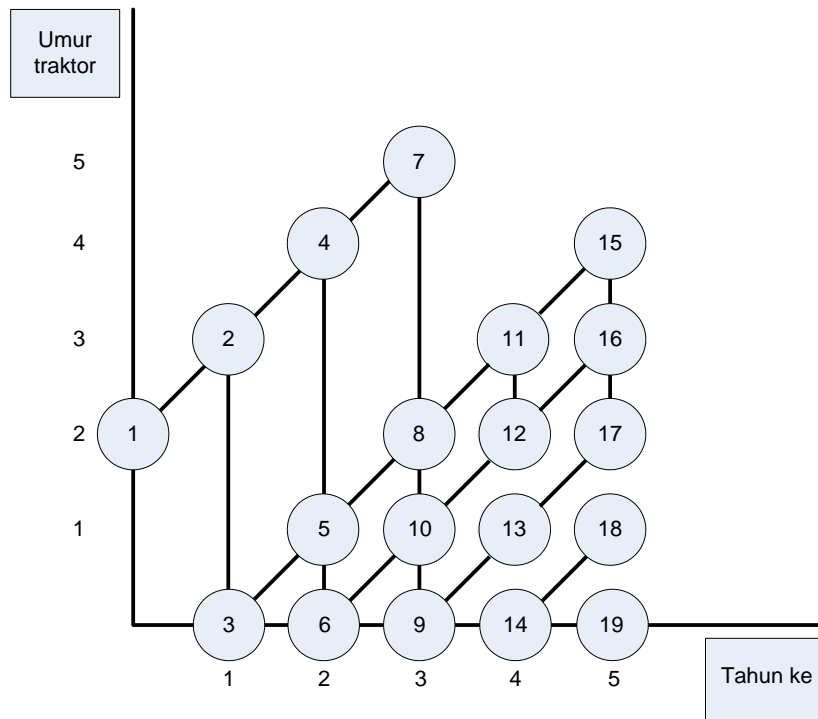
Kesimpulan :

- Pada awal tahun ke 2 : tidak diganti
- Pada awal tahun ke 3 : diganti
- Pada awal tahun ke 4 : tidak diganti

24. PT. M adalah sebuah perusahaan pertanian. PT. M mempunyai 1 buah traktor yang umurnya 2 tahun. PT.M sedang merencanakan jadwal penggantian traktornya untuk 5 tahun ke depan. Traktor harus dipakai minimum 3 tahun, tapi setelah 5 tahun harus diganti.Harga beli traktor saat ini adalah \$ 40.000 dan akan naik 10% per tahun. Nilai traktor yang usianya 1 tahun adalah \$ 30.000 dan akan berkurang 10% per tahun. Biaya operasi saat ini \$ 1.300 per tahun dan akan naik sebesar 10% per tahun. Bagaimana sebaiknya penggantian traktor tersebut dilakukan?

Jawaban :

- Persoalan ini adalah persoalan pemrograman dinamis *tipe equipment replacement model*
- Jumlah stage pada persoalan ini adalah 5 sesuai dengan periode perencanaan
- State pada persoalan ini adalah umur traktor pada awal periode
- Variable keputusan adalah mengganti atau tidak mengganti pada suatu periode
- Fungsi tujuan adalah meminimumkan biaya



Awal tahun ke	Harga traktor (\$)	Biaya operasi th ke	Traktor dengan umur	Nilai(\$)
1	40.000	1 =1.300	1	30.000
2	44.000	2=1.430	2	27.000
3	48.400	3=1.573	3	24.300
4	53.240	4=1.730	4	21.870
5	58.560	5=1.903	5	19.683

Stage 5 (tahun ke 5):

Umur traktor	Keputusan		Jawab Optimal	
	Ganti	Tidak	F5	X5
1	-	$-1903+27000=25097$	25097	Tidak
2	-	$-1903+24300=22397$	22397	Tidak
3	$24300-1903-53240+30000=-843$	$-1903+21870=19967$	19967	Tidak

Stage 4 (tahun ke 4):

Umur traktor	Keputusan		Jawaban Optimal	
	Ganti	Tidak	F4	X4
1	-	$-1730+27000+22397=47667$	47667	tidak
2	-	$-1730+24300+19967=42537$	42537	tidak
5	$19683-58560-1730+30000=-10607$	-	-10607	ganti

Stage 3 (tahun ke 3):

Umur traktor	Keputusan		Jawaban optimal	
	Ganti	Tidak	F3	X3
1	-	$-1573+27000=25427$	25427	Tidak
4	$21870-1573-48400+30000+47667=49564$	$-1573+19683-10607=7503$	49564	Ganti

Stage 2 (tahun ke 2):

Umur traktor	Keputusan		Jawaban optimal	
	Ganti	Tidak	F2	X2
3	$24300-44000-1430+30000+25427=34297$	$-1430+21870+49564=70004$	70004	Tidak

Stage 1 (tahun ke 1):

Umur traktor	Keputusan		Jawaban Optimal	
	Ganti	Tidak	F1	X1
2	-	$-1300+24300+70004=93004$	93004	Tidak

Kesimpulan :

- Tahun pertama tidak ganti
- Tahun ke 2 tidak ganti
- Tahun ke 3 ganti

- Tahun ke 4 tidak ganti
- Tahun ke 5 tidak ganti
- Penghematan = \$ 93004

25. PT. M adalah sebuah perusahaan yang memproduksi peralatan elektronik. Berdasarkan data data masa lalu diperkirakan permintaan, biaya produksi/unit, biaya simpan/unit dan biaya set up mesin untuk 10 bulan ke depan adalah sebagai berikut :

Bulan ke	Permintaan (unit)	Biaya produksi per unit (\$)	Biaya simpan per unit (\$)	Biaya set up (\$)
1	150	6	1	100
2	100	6	1	100
3	20	4	2	100
4	40	4	1	200
5	70	6	2	200
6	90	8	3	200
7	130	4	1	300
8	180	4	4	300
9	140	2	2	300
10	50	6	1	300

Persediaan pada awal bulan ke 1 = 50 unit

Buatlah rencana produksi untuk 10 bulan ke depan

Jawaban :

- Persoalan ini termasuk persoalan pemrograman dinamis *tipe production and inventory scheduling*
- Jumlah stage pada persoalan ini adalah 10 sesuai dengan periode perencanaan
- State pada persoalan ini adalah jumlah persediaan pada awal periode
- Variable keputusan adalah jumlah produksi pada setiap periode
- Fungsi tujuan adalah minimumisasi biaya = biaya produksi + biaya simpan + biaya set up

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

Period (Stage)	Period Identification	Demand	Production Capacity	Storage Capacity	Production Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B: Variables) (e.g., $5P+2H+10B, 3(P-5)^2+100H$)
1	Period1	150	M	M	100	$6P+1H$
2	Period2	100	M	M	100	$6P+1H$
3	Period3	20	M	M	100	$4P+2H$
4	Period4	40	M	M	200	$4P+1H$
5	Period5	70	M	M	200	$6P+2H$
6	Period6	90	M	M	200	$8P+3H$
7	Period7	130	M	M	300	$4P+1H$
8	Period8	180	M	M	300	$4P+4H$
9	Period9	140	M	M	300	$2P+2H$
10	Period10	50	M	M	300	$6P+1H$
Initial	Inventory =	50				

Solusinya adalah:

11-18-2013 Stage	Period Description	Net Demand	Starting Inventory	Production Quantity	Ending Inventory	Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B)	Variable Cost	Total Cost
1	Period1	100	0	100	0	\$100.00	$6P+1H$	\$600.00	\$700.00
2	Period2	100	0	120	20	\$100.00	$6P+1H$	\$740.00	\$840.00
3	Period3	20	20	0	0	0	$4P+2H$	0	0
4	Period4	40	0	200	160	\$200.00	$4P+1H$	\$960.00	\$1,160.00
5	Period5	70	160	0	90	0	$6P+2H$	\$180.00	\$180.00
6	Period6	90	90	0	0	0	$8P+3H$	0	0
7	Period7	130	0	310	180	\$300.00	$4P+1H$	\$1,420.00	\$1,720.00
8	Period8	180	180	0	0	0	$4P+4H$	0	0
9	Period9	140	0	190	50	\$300.00	$2P+2H$	\$480.00	\$780.00
10	Period10	50	50	0	0	0	$6P+1H$	0	0
Total		920	500	920	500	\$1,000.00		\$4,380.00	\$5,380.00

Dari tabel diatas dapat disimpulkan :

- Produksi bulan ke 1 = 100unit
- Produksi bulan ke 2 = 120unit
- Produksi bulan ke 3 = 0 unit
- Produksi bulan ke 4 = 200unit
- Produksi bulan ke 5 = 0 unit
- Produksi bulan ke 6 = 0 unit
- Produksi bulan ke 7 = 310 unit
- Produksi bulan ke 8 = 0 unit
- Produksi bulan ke 9 = 190 unit
- Produksi bulan ke 10 = 0 unit
- Biaya total = \$ 5.380

26. Berikut hasil peramalan tentang permintaan, biaya set up, biaya produksi per unit dan biaya simpan per unit suatu produk untuk 5 bulan ke depan.

- Biaya produksi/unit = \$ 10
- Biaya simpan/unit = \$ 1

Bulan ke	Permintaan (unit)	Biaya set up (\$)
1	50	80
2	70	70
3	100	60
4	30	80
5	60	60

Buatlah rencana produksi untuk 5 bulan ke depan!

Jawaban :

- Persoalan ini termasuk persoalan pemrograman dinamis *type production and inventory scheduling*
- Jumlah stage pada persoalan ini adalah 5 sesuai periode perencanaan
- State pada persoalan ini adalah persediaan pada awal periode
- Variable keputusan adalah jumlah produksi pada setiap periode
- Fungsi tujuan adalah minimumisasi biaya = biaya produksi + biaya simpan + biaya set up

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

Period (Stage)	Period Identification	Demand	Production Capacity	Storage Capacity	Production Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B: Variables) (e.g., $5P+2H+10B, 3(P-5)^2+100H$)
1	Period1	50	M	M	80	$10P+1H$
2	Period2	70	M	M	70	$10P+1H$
3	Period3	100	M	M	60	$10P+1H$
4	Period4	30	M	M	80	$10P+1H$
5	Period5	60	M	M	60	$10P+1H$
Initial	Inventory =	0				

Solusinya adalah:

11-24-2013 Stage	Period Description	Net Demand	Starting Inventory	Production Quantity	Ending Inventory	Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B)	Variable Cost	Total Cost
1	Period1	50	0	50	0	\$80.00	10P+1H	\$500.00	\$580.00
2	Period2	70	0	70	0	\$70.00	10P+1H	\$700.00	\$770.00
3	Period3	100	0	130	30	\$60.00	10P+1H	\$1,330.00	\$1,390.00
4	Period4	30	30	0	0	0	10P+1H	0	0
5	Period5	60	0	60	0	\$60.00	10P+1H	\$600.00	\$660.00
Total		310	30	310	30	\$270.00		\$3,130.00	\$3,400.00

Dari tabel diatas dapat diambil kesimpulan :

- Bulan ke 1 produksi sebanyak = 50 unit
- Bulan ke 2 produksi sebanyak = 70 unit
- Bulan ke 3 produksi sebanyak = 130 unit
- Bulan ke 4 tidak memproduksi
- Bulan ke 5 produksi sebanyak = 60 unit
- Biaya total = \$ 3.400

BAB 5

TEORI ANTRIAN

1. Di suatu fasilitas pelayanan diketahui waktu antar kedatangan konsumen berdistribusi eksponensial dengan rata-rata 2 menit per konsumen dan waktu pelayanan yang juga berdistribusi eksponensial dengan rata-rata 90 detik per konsumen.

Pertanyaan:

- a. Bagaimanakah model antrian untuk persoalan ini?
- b. Berapakah probabilitas terjadinya seorang konsumen yang datang harus menunggu sebelum dilayani?
- c. Berapakah ekspektasi rata-rata jumlah konsumen yang ada di fasilitas itu?
- d. Agar waktu kerja efektif pelayan tidak kurang dari 3 jam per hari, berapakah maksimum jumlah pelayan yang sebaiknya ditugaskan jika setiap hari bekerja selama 8 jam?
- e. Jika jumlah pelayan ada 3 orang, berapa jam rata-rata setiap pelayan sibuk?

Jawaban :

- a. Waktu antar kedatangan konsumen dan waktu pelayanan berdistribusi eksponensial. Tidak ada penjelasan tentang jumlah pelayan sehingga dapat diartikan hanya ada satu pelayan. Tidak ada penjelasan tentang mekanisme pelayanan, sehingga disiplin pelayanannya bersifat umum. Tidak ada batasan kapasitas fasilitas pelayanan maupun ukuran populasi sumber. Dengan demikian maka model antrian untuk persoalan ini adalah $M/M/1:GD/\infty/\infty$

Dengan software *Win QSB* , inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Hour)	45
Customer arrival rate (per Hour)	30
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Hour =	30.0000
3	Service rate per server (μ) per Hour =	45.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	30.0000
5	Overall system effective service rate per Hour =	30.0000
6	Overall system utilization =	66.6667 %
7	Average number of customers in the system (L) =	2.0000
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	1.3333
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	2.0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.0667 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.0444 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.0667 Hours
13	The probability that all servers are idle (P0) =	33.3333 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	66.6667 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

b. Probabilitas seorang konsumen yang datang harus menunggu =

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_3 + \dots + P_\infty = 1 - P_0 = 0.67$$

c. Rata rata jumlah konsumen yang ada dalam sistem = $L = 2$ orang

d. Waktu kerja efektif = $\lambda / (c \mu)$

$$\text{Waktu kerja efektif} = 3 \text{ jam} = 3/8 = 37.5 \%$$

$$\text{Untuk } c = 1, \text{ waktu efektif} = 30/45 = 66.6 \%$$

$$\text{Untuk } c = 2, \text{ waktu efektif} = 30/90 = 33.3 \%$$

Jadi jumlah maksimum pelayan = 2 orang

e. Bila $c = 3$, maka jam rata rata setiap pelayan sibuk

$$= (30/135) \times 8 \text{ jam} = 1.78 \text{ jam}$$

2. Untuk memenuhi kebutuhan transportasi di suatu daerah, masyarakat dilayani oleh dua perusahaan taksi. Setiap perusahaan mempunyai 2 unit taksi dengan *market share* yang sama. Panggilan yang datang ke masing-masing perusahaan taksi rata-rata adalah 8 panggilan perjam dan mengikuti distribusi Poisson. Rata-rata waktu penggunaan taksi adalah 12 menit dan mengikuti distribusi eksponensial.

Pertanyaan :

- bila kedua perusahaan itu beroperasi sendiri-sendiri (tidak bergabung) berapakah rata-rata lama waktu pelanggan menunggu untuk dilayani?
- bila kedua perusahaan itu bergabung, berapakah rata-rata lama waktu pelanggan menunggu untuk dilayani ?
- bila pelanggan yang menunggu dibatasi 6 orang, dan kedua perusahaan tersebut bergabung, berapa rata-rata lama waktu pelanggan menunggu untuk dilayani ?

Jawaban :

a. Bila tidak bergabung:

Jumlah stasiun pelayanan = 2; Rata rata kedatangan = 8 per jam

Jumlah penumpang yang dilayani per jam = $60/12 = 5$ per jam

Model antriannya adalah $(M/M/2 :GD/\sim/\sim)$; $\lambda = 8$; $\mu = 5$

Dengan menggunakan software *Win QSB*, inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	2
Service rate (per server per Hour)	5
Customer arrival rate (per Hour)	8
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-25-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/2	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per hour =	8.0000
3	Service rate per server (μ) per hour =	5.0000
4	Overall system effective arrival rate per hour =	8.0000
5	Overall system effective service rate per hour =	8.0000
6	Overall system utilization =	80.0000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	4.4444
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	2.8444
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	4.0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.5556 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.3556 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.5000 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	11.1111 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	71.1111 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0
16	Total cost of busy server per hour =	\$0
17	Total cost of idle server per hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	\$0
21	Total queue space cost per hour =	\$0
22	Total system cost per hour =	\$0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa waktu rata-rata pelanggan menunggu = $Wq = 0.35$ jam

b. Kalau bergabung, modelnya adalah (M/M/4 : GD/~/~);

$$\lambda = 16; \mu = 5$$

Dengan menggunakan software *Win QSB*, inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	4
Service rate (per server per days)	5
Customer arrival rate (per days)	16
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per days	
Idle server cost per days	
Customer waiting cost days	
Customer being served cost per days	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-25-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/4	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per hour =	16.0000
3	Service rate per server (μ) per hour =	5.0000
4	Overall system effective arrival rate per hour =	16.0000
5	Overall system effective service rate per hour =	16.0000
6	Overall system utilization =	80.0000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	5.5857
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	2.3857
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	4.0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.3491 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.1491 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.2500 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	2.7303 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	59.6432 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0
16	Total cost of busy server per hour =	\$0
17	Total cost of idle server per hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	\$0
21	Total queue space cost per hour =	\$0
22	Total system cost per hour =	\$0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa waktu rata-rata pelanggan menunggu = $Wq = 0.1491$ jam

- c. Bila pelanggan yang menunggu dibatasi sebanyak 6 orang, maka jumlah maksimum pelanggan yang ada di dalam sistem = $6 + 4 = 10$

Maka model yang digunakan adalah (M/M/4 : GD/10/~)

$$\lambda = 16; \mu = 5$$

Dengan menggunakan software *Win QSB*, inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	4
Service rate (per server per days)	5
Customer arrival rate (per days)	16
Queue capacity (maximum waiting space)	6
Customer population	M
Busy server cost per days	
Idle server cost per days	
Customer waiting cost days	
Customer being served cost per days	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-25-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/4/14	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per hour =	16.0000
3	Service rate per server (μ) per hour =	5.0000
4	Overall system effective arrival rate per hour =	15.7840
5	Overall system effective service rate per hour =	15.7840
6	Overall system utilization =	78.9200 %
7	Average number of customers in the system (L) =	4.8614
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	1.7046
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	2.9663
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.3080 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.1080 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.1879 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	2.8777 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	57.4640 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0.2160
16	Total cost of busy server per hour =	\$0
17	Total cost of idle server per hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	\$0
21	Total queue space cost per hour =	\$0
22	Total system cost per hour =	\$0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa waktu rata-rata pelanggan menunggu = $Wq = 0.1080$ jam

3. Suatu stasiun pencucian mobil hanya mempunyai satu alat. Mobil datang mengikuti distribusi poisson dengan rata-rata 4 mobil perjam. Apabila bengkel sedang melakukan pencucian, maka mobil yang baru datang harus menunggu ditempat parkir. Waktu pencucian mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata 10 menit.

Pertanyaan :

- Berapa jumlah rata-rata mobil di stasiun pencucian tersebut
- Berapa rata-rata mobil yang di tempat parkir/menunggu
- Berapa lama rata-rata mobil berada di stasiun pencucian tersebut
- Berapakah kapasitas tempat parkir yang diperlukan, agar mobil yang datang akan memperoleh tempat parkir dengan probabilitas lebih dari 90 % ?

Jawaban :

Persoalan ini merupakan persoalan antrian dengan satu stasiun pelayanan. Jumlah mobil yang mungkin datang untuk dicuci tidak terbatas, jumlah

tempat menunggu (antrian) juga dapat tidak terbatas. Pola kedatangan mengikuti distribusi poisson.

Rata-rata mobil yang datang = $\lambda = 4$ unit per jam

Pola waktu pelayanan berdistribusi eksponensial

Rata rata mobil yang selesai dilayani = $\mu = 60/10 = 6$ unit per jam

Model antrian yang digunakan adalah (M/M/1 : GD/~/~)

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah:

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Hour)	6
Customer arrival rate (per Hour)	4
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah:

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per Hour =	4.0000
3	Service rate per server (mu) per Hour =	6.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	4.0000
5	Overall system effective service rate per Hour =	4.0000
6	Overall system utilization =	66.6667 %
7	Average number of customers in the system (L) =	2.0000
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	1.3333
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	2.0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.5000 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.3333 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.5000 Hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	33.3333 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	66.6667 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

- a. Jumlah rata-rata mobil di stasiun pencucian = $L = 2$ mobil
- b. Jumlah rata-rata mobil menunggu di tempat parkir adalah $L_q = 1.3333$
- c. Lama rata-rata mobil berada di stasiun pencucian $W = 0.5$ jam
- d. Bila $K =$ kapasitas tempat parkir, maka kapasitas sistem antrian = $K + 1$.

Mobil yang datang akan memperoleh tempat parkir artinya jumlah mobil pada sistem paling banyak = K unit.

Maka : $P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_K \geq 0.9$

$\rho = \lambda/\mu = 4/6$

$P_0 = 0.33$

$P_n = \rho^n P_0$

$P_1 = 0.22222$; $P_2 = 0.14815$; $P_3 = 0.09877$; $P_4 = 0.06584$; $P_5 = 0.04390$ dan $P_6 = 0.02926$

Dari perhitungan di atas, dengan $K = 5$ maka

$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 0.91221$

Jadi jumlah tempat parkir adalah $K \geq 5$

4. Misalkan kapasitas tempat parkir yang tersedia pada soal no. 2 adalah 4. Mobil yang datang dan tidak mendapat tempat parkir akan langsung pergi (*balking*). Berapakah rata-rata kehilangan pelanggan dalam 24 jam?

Jawaban :

Model antriannya adalah $M/M/1 : GD/5/\sim$

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah:

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Hour)	6
Customer arrival rate (per Hour)	4
Queue capacity (maximum waiting space)	4
Customer population	M
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-25-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/5	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per hour =	4.0000
3	Service rate per server (mu) per hour =	6.0000
4	Overall system effective arrival rate per hour =	3.8075
5	Overall system effective service rate per hour =	3.8075
6	Overall system utilization =	63.4587 %
7	Average number of customers in the system (L) =	1.4226
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.7880
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	1.2417
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.3736 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.2070 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.3261 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	36.5414 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	63.4586 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0.1925
16	Total cost of busy server per hour =	\$0
17	Total cost of idle server per hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	\$0
21	Total queue space cost per hour =	\$0
22	Total system cost per hour =	\$0

$$\rho = \lambda/\mu = 4/6$$

$$P_0 = 0.36541$$

$$P_n = \rho^n P_0$$

$$P_1 = 0.24361$$

$$P_2 = 0.16241$$

$$P_3 = 0.10827$$

$$P_4 = 0.07218$$

$$P_5 = 0.04812$$

Pelanggan akan meninggalkan stasiun pencucian bila di dalam sistem ada 5 pelanggan, maka proporsi kehilangan pelanggan = $P_5 = 0.04812$.

Jadi jumlah kehilangan pelanggan dalam 24 jam adalah:

$$\lambda \times P_5 \times 24 = 4 \times 0.04812 \times 24 = 4.62 \text{ pelanggan per hari.}$$

- Seorang investor akan menanamkan uang sebesar \$1000 pada bursa saham. Waktu investasi adalah 3 tahun. Bila kondisi menguntungkan (pada waktu yang random) dia akan menjual lagi sahamnya. Pengalaman menunjukkan sekitar 25% harga saham akan turun sebesar 20% per tahun, dan 75% akan

naik harganya sebesar 12% per tahun. Jika waktu antar pemesanan saham rata-rata adalah 1 bulan, berapakah perkiraan rata-rata keuntungan bersih pertahun?

Jawaban :

Karena investor dapat melakukan transaksi kapan saja maka jumlah pelayan adalah sebanyak tak terhingga. Model antriannya adalah (M/M/~ :GD/~/~).

Rata-rata waktu antar pemesanan saham adalah satu bulan, maka $\lambda = 12$ kali per tahun. Waktu investasi adalah 3 tahun, maka $\mu = 1/3$ per tahun.

Dengan menggunakan software *Win QSB* , inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	m
Service rate (per server per Year)	1/3
Customer arrival rate (per Year)	12
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per Year	
Idle server cost per Year	
Customer waiting cost per Year	
Customer being served cost per Year	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/Infinite	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per Year =	12.0000
3	Service rate per server (mu) per Year =	0.3333
4	Overall system effective arrival rate per Year =	12.0000
5	Overall system effective service rate per Year =	12.0000
6	Overall system utilization =	3600.0000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	36.0000
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	0
10	Average time customer spends in the system (W) =	3.0000 Years
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0 Year
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0 Year
13	The probability that all servers are idle (Po) =	0.0000 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	0 %
15	Average number of customers being balked per Year =	0
16	Total cost of busy server per Year =	\$0
17	Total cost of idle server per Year =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Year =	\$0
19	Total cost of customer being served per Year =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Year =	\$0
21	Total queue space cost per Year =	\$0
22	Total system cost per Year =	\$0

Perkiraan keuntungan rata-rata per tahun adalah:

$$(0.25 \text{ L} \times \$1.000) (1 - 0.20) + (0.75 \text{ L} \times \$1.000) (1 + 0.12) = 37.440$$

6. Sebuah perusahaan yang bekerja 8 jam per hari mempunyai 22 mesin. Rata-rata setiap 2 jam mesin mengalami kerusakan. Untuk perbaikan diperlukan waktu rata-rata 12 menit. Jika waktu antar kerusakan dan waktu perbaikan mengikuti distribusi eksponensial, berapa jumlah petugas perbaikan mesin yang diperlukan agar kenaikan produktifitas mesin paling menguntungkan?

Jawaban :

Persoalan ini dapat dianalisis dengan cara mencari tingkat produktivitas mesin sebagai fungsi dari jumlah petugas perbaikan.

$$\text{Tingkat produktivitas mesin} = \frac{(\text{Mesin yang tersedia} - \text{Mesin yang rusak})}{\text{Mesin yang tersedia}}$$

Stasiun pelayanan adalah petugas perbaikan

$$\lambda = \frac{1}{2} \text{ unit per jam};$$

$$\mu = 60/12 = 5 \text{ unit per jam};$$

Jumlah maximal populasi = 22 unit

Maka model antriannya adalah : (M/M/c : GD/22/22)

Dengan menggunakan software *Win QSB*, untuk $c = 1$, inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Hour)	5
Customer arrival rate (per Hour)	0.5
Queue capacity (maximum waiting space)	21
Customer population	22
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/22/22	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Hour =	0.5000
3	Service rate per server (μ) per Hour =	5.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	4.9980
5	Overall system effective service rate per Hour =	4.9980
6	Overall system utilization =	99.9596 %
7	Average number of customers in the system (L) =	12.0040
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	11.0044
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	11.0089
10	Average time customer spends in the system (W) =	2.4018 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	2.2018 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	2.2027 Hours
13	The probability that all servers are idle (P0) =	0.0404 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	99.9596 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

Lakukan hal yang sama dengan merubah nilai c sesuai yang dibutuhkan.

c	P0	Ls	Lq	Ws	Wq	Produktivitas mesin= (22- Ls)/(22)	Peningkatan produktivitas
1	0.0004	12.0040	11.0044	2.4018	0.2018	$((22-12)/(22)) = 45.44$	-
2	0.0564	4.3677	2.6045	0.4954	0.2954	80.15	$(80.15 - 45.44) = 34.71$
3	0.1078	2.4660	0.5128	0.2525	0.0525	88.79	8.64
4	0.1199	2.1001	0.1102	0.2111	0.0111	90.45	1.66

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa jumlah tenaga perbaikan yang paling optimum adalah 2 orang.

7. Seorang salesman menawarkan 4 model mesin photocopy. Data keempat model mesin tersebut adalah sbb :

Model	Ongkos operasi /jam (\$)	Kecepatan (lembar/menit)
1	15	30
2	20	36
3	24	50
4	27	66

Pekerjaan datang mengikuti distribusi poisson dengan rata-rata 4 pekerjaan per 24 jam. Ukuran pekerjaan rata-rata adalah 10.000 lembar. Ongkos denda akibat keterlambatan penyelesaian pekerjaan adalah \$80/pekerjaan/hari.

Pertanyaan : Model manakah yang sebaiknya dipilih?

Jawaban :

Ongkos total per hari = Ongkos Operasi + Ongkos denda

Ongkos operasi per hari = Ongkos operasi per jam x 24

Ongkos denda per hari adalah:

Jumlah rata rata pekerjaan dalam sistem (masih diproses) x 80 = L x 80

Model antrian yang dipakai adalah : (M/M/1 : GD/~/~)

Rata rata waktu yang dibutuhkan untuk 1 pekerjaan = 10.000/kecepatan

Maka untuk masing masing model dapat dihitung sebagai berikut :

Model	Kecepatan (lembar/menit)	Waktu per pekerjaan (jam)	Jumlah pekerjaan per hari
1	30	$10.000/(30 \times 60) = 5.555$	$24/5.555 = 4.32$
2	36	$10.000/(36 \times 60) = 4.629$	$24/4.629 = 5.18$
3	50	$10.000/(50 \times 60) = 3.333$	$24/3.333 = 7.20$
4	66	$10.000/(66 \times 60) = 2.525$	$24/2.525 = 9.50$

Dengan menggunakan software *Win QSB*, inputnya adalah (untuk model 1) :

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Day)	4.32
Customer arrival rate (per Day)	4
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per Day	
Idle server cost per Day	
Customer waiting cost per Day	
Customer being served cost per Day	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Day =	4.0000
3	Service rate per server (μ) per Day =	4.3200
4	Overall system effective arrival rate per Day =	4.0000
5	Overall system effective service rate per Day =	4.0000
6	Overall system utilization =	92.5926 %
7	Average number of customers in the system (L) =	12.5000
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	11.5741
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	12.5000
10	Average time customer spends in the system (W) =	3.1250 Days
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	2.8935 Days
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	3.1250 Days
13	The probability that all servers are idle (Po) =	7.4074 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	92.5926 %
15	Average number of customers being balked per Day =	0
16	Total cost of busy server per Day =	\$0
17	Total cost of idle server per Day =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Day =	\$0
19	Total cost of customer being served per Day =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Day =	\$0
21	Total queue space cost per Day =	\$0
22	Total system cost per Day =	\$0

Lakukan hal yang sama dengan merubah nilai μ sesuai dengan model mesin yang dipakai.

Model	λ = jumlah pekerjaan yang datang per hari	μ = jumlah pekerjaan yang selesai per hari	Ls = jumlah rata-rata pekerjaan dalam sistem (sedang diproses)
1	4	4.32	12.50
2	4	5.18	3.39
3	4	7.20	1.25
4	4	9.50	0.73

Maka ongkos per hari masing masing model dapat dihitung sebagai berikut :

Model	Ongkos operasi per hari = 24 x Ongkos per jam	Ongkos denda per hari =(80 x Ls)	Ongkos total= Ongkos operasi + ongkos denda
1	24 x 15 = 360	80 x 12.50 = 1.000	1,360.00
2	24 x 20 = 480	80 x 3.39 = 271.20	751.20
3	24 x 24 = 576	80 x 1.25 = 100.00	676.00
4	24 x 27 = 648	80x0.73 = 58.40	706.40

Dari tabel di atas dapat disimpulkan model yang terbaik adalah model 3 karena ongkos totalnya terkecil.

8. Pada sebuah bengkel teknik, permintaan penggantian pahat mengikuti distribusi poisson dengan rata-rata 17.5 permintaan per jam. Tiap petugas dapat melayani rata-rata 10 permintaan per jam. Upah tenaga kerja adalah \$12/orang/jam. Ongkos kehilangan produksi akibat menunggu penggantian pahat adalah \$50 per jam. Tentukan jumlah petugas yang optimal.

Jawaban :

Model antrian untuk persoalan ini adalah (M/M/c : GD/~/~), dengan c adalah jumlah petugas yang melayani penggantian pahat. Kita harus menentukan c yang menyebabkan ongkos total minimum.

Ongkos total = Ongkos tenaga kerja + Ongkos kehilangan produksi

Ongkos tenaga kerja per jam adalah:

$$\text{Upah tenaga kerja per orang per jam} \times \text{jumlah tenaga kerja} = 12 \times c$$

Ongkos kehilangan produksi per jam adalah:

$$\text{jumlah mesin rata-rata yang ada di dalam sistem} \times \text{biaya kehilangan produksi} = L \times 50$$

$$\lambda = 17.5 \text{ dan } \mu = 10$$

Dengan menggunakan software *Win QSB*, untuk jumlah petugas 2 orang, inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	2
Service rate (per server per Hour)	10
Customer arrival rate (per Hour)	17.5
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/2	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Hour =	17.5000
3	Service rate per server (μ) per Hour =	10.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	17.5000
5	Overall system effective service rate per Hour =	17.5000
6	Overall system utilization =	87.5000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	7.4667
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	5.7167
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	7.0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.4267 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.3267 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.4000 Hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	6.6667 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	81.6667 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

Lakukan hal yang sama dengan merubah nilai c sesuai yang dibutuhkan.

c	L	Ongkos Tenaga Kerja per jam	Ongkos Kehilangan produksi per jam	Ongkos Total per jam = Ongkos Tk per jam + Ongkos kehilangan produksi per jam
2	7.467	$2 \times 12 = 24$	$7.467 \times 50 = 373.35$	397.35
3	2.217	$3 \times 12 = 36$	$2.217 \times 50 = 110.85$	146.85
4	1.842	$4 \times 12 = 48$	$1.842 \times 50 = 92.10$	140.10
5	1.769	$5 \times 12 = 60$	$1.769 \times 50 = 88.45$	148.45
6	1.754	$6 \times 12 = 72$	$1.754 \times 50 = 87.70$	159.70

Dari tabel di atas dapat disimpulkan jumlah tenaga kerja yang paling ekonomis adalah = 4 orang.

9. Suatu sistem antrian mempunyai tiga stasiun pelayanan parallel. Pelanggan yang datang ke tempat tersebut berasal dari populasi yang jumlahnya tidak terhingga. Kapasitas antrian terbatas yakni bila ada 6 pelanggan berada dalam sistem maka pelanggan berikutnya akan meninggalkan sistem tersebut (tidak ikut antri = *balk*). Diketahui probabilitas ada n pelanggan di dalam sistem adalah sebagai berikut:

State n	0	1	2	3	4	5	6
Probabilitas ada n dalam sistem	0.068	0.170	0.212	0.177	0.147	0.123	0.0103

- Berapa probabilitas bahwa semua server menganggur ?
- Berapa probabilitas bahwa pelanggan yang datang tidak perlu menunggu?
- Berapa probabilitas bahwa pelanggan yang datang harus menunggu dalam antrian?
- Berapa probabilitas pelanggan yang datang akan meninggalkan sistem?
- Berapa rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian ?
- Berapa rata-rata jumlah pelanggan yang sedang dilayani ?
- Berapa rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem?
- Berapa efisiensi dari stasiun pelayanan ?

Jawaban :

Model antrian dari persoalan ini adalah : (M/M/3 :GD/6/~)

- Probabilitas semua server menganggur adalah bila dalam sistem tidak ada pelanggan = $P_0 = 0.068$
- Probabilitas pelanggan yang datang tidak perlu menunggu adalah bila di dalam sistem ada 0 atau 1 atau 2 = $P_0 + P_1 + P_2 = 0.450$
- Probabilitas bahwa pelanggan yang datang harus menunggu dalam antrian adalah bila di dalam sistem sudah ada 3 atau 4 atau 5 pelanggan yaitu $P_3 + P_4 + P_5 = 0.447$
- Probabilitas pelanggan yang datang akan meninggalkan sistem adalah bila di dalam sistem ada 6 pelanggan yaitu $P_6 = 0.013$
- Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian adalah:

$$L_q = 1P_4 + 2P_5 + 3P_6 = 0.702$$
- Rata-rata jumlah pelanggan yang sedang dilayani adalah:

$$L_s - L_q = 1P_1 + 2P_2 + 3(1 - P_0 + P_1 + P_2) = 2.244$$
- Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem = $L_s = L_q + (L_s - L_q) = 2.946$
- Efisiensi dari stasiun pelayanan = $(L_s - L_q)/3 = 2.244/3 = 0.748$

10. Jumlah petugas di suatu kantor pos adalah 3 orang. Kedatangan pelanggan rata-rata setiap 30 detik. Pelayanan setiap pelanggan memerlukan waktu rata-rata 1.25 menit. Setiap pelanggan berada dalam sistem rata-rata selama 3 menit. Berapakah jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem dan berapa proporsi waktu pelayan idle/menganggur?

Jawaban :

$$\text{Jumlah stasiun pelayanan} = c = 3$$

$$\lambda = 60/30 = 2 \text{ pelanggan per menit}$$

$$\mu = 1/1.25 = 0.8 \text{ pelanggan per menit}$$

$$W_s = 3 \text{ menit}$$

a. Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem = $L = \lambda W_s = 2 \times 3 = 6$

b. Waktu rata-rata pelanggan dalam antrian = $W_q = W - W_s$
 $= 3 - 1.25 = 1.75 \text{ menit}$

c. $L_q = \lambda W_q = 2 \times 1.75 = 3.5$

$$L_s = L - L_q = 6 - 3.5 = 2.5$$

$$\text{Proporsi waktu pelayan bekerja} = 2.5/3 = 0.833$$

$$\text{Proporsi waktu pelayan nganggur} = 1 - 0.833 = 0.167$$

11. Sebuah komponen di proses dengan menggunakan sebuah mesin. Waktu yang dibutuhkan untuk memproses setiap komponen pada mesin tersebut adalah 30 detik. Waktu antar kedatangan komponen pada mesin tersebut adalah 40 detik. Ruang yang tersedia di dekat mesin tersebut hanya cukup untuk 3 buah komponen. Komponen yang datang kemudian akan disimpan di tempat khusus material.

a. Berapa proporsi waktu bahwa komponen yang siap diproses mesin melebihi tempat yang tersedia

b. Proporsi waktu menunggu terlalu lama $\Pr \{T_q > 1\}$

Jawaban :

$$\lambda = 60/40 = 1.5 \text{ komponen per menit}$$

$$\mu = 60/30 = 2 \text{ komponen per menit}$$

$$\rho = \lambda/\mu = 1.5/2 = 0.75$$

$$\text{Jumlah tempat tersedia} = 3 + 1 = 4$$

Model antriannya adalah (M/M/1 : GD/~/~)

$$P_0 = 1 - \lambda/\mu = 0.25$$

$$P_n = (1-\rho) \rho^n$$

Maka didapat :

$$P_1 = 0.188; P_2 = 0.141; P_3 = 0.105; P_4 = 0.079$$

a. Proporsi waktu bahwa komponen yang siap diproses lebih banyak dari tempat yang tersedia = $P > 4 = 1 - (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4) = 0.237$

b. $L = \rho/(1 - \rho) = 3$

$$W = L/\lambda = 2 \text{ menit}$$

$$L_q = L - \rho = 2.25$$

$$W_q = W - 1/\mu = 1.5 \text{ menit}$$

$$\text{Proporsi waktu menunggu terlalu lama} = P(T_q > 1) = \rho e^{-\mu(1-\rho)} = 0.455$$

12. Pesanan yang datang ke suatu perusahaan rata rata adalah 1.1 unit per hari. Waktu penyelesaian setiap pekerjaan adalah 1 hari per unit. Karena waktu proses lebih lambat dari waktu antar kedatangan maka pekerjaan yang belum diproses di simpan di tempat khusus yang kapasitasnya 3 unit. Bila lebih maka pekerjaan tersebut akan dikerjakan oleh sub kontraktor.

a. Berapa rata-rata waktu pekerjaan harus menunggu untuk diproses oleh perusahaan tersebut?

b. Berapa proporsi pekerjaan yang diserahkan kepada sub kontraktor?

Jawaban :

$$\lambda = 1.1 \text{ per hari}$$

$$\mu = 1 \text{ per hari}$$

$$\text{Jumlah tempat khusus} = 3$$

$$\text{Jumlah maximum dalam sistem} = 3 + 1 = 4$$

Model antriannya adalah (M/M/1 : GD/4/~)

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Day)	1
Customer arrival rate (per Day)	1.1
Queue capacity (maximum waiting space)	3
Customer population	M
Busy server cost per Day	
Idle server cost per Day	
Customer waiting cost per Day	
Customer being served cost per Day	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/4	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Day =	1.1000
3	Service rate per server (μ) per Day =	1.0000
4	Overall system effective arrival rate per Day =	0.8362
5	Overall system effective service rate per Day =	0.8362
6	Overall system utilization =	83.6202 %
7	Average number of customers in the system (L) =	2.1899
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	1.3537
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	1.6188
10	Average time customer spends in the system (W) =	2.6188 Days
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	1.6188 Days
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	1.9359 Days
13	The probability that all servers are idle (Po) =	16.3797 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	83.6202 %
15	Average number of customers being balked per Day =	0.2638
16	Total cost of busy server per Day =	\$0
17	Total cost of idle server per Day =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Day =	\$0
19	Total cost of customer being served per Day =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Day =	\$0
21	Total queue space cost per Day =	\$0
22	Total system cost per Day =	\$0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- a. Rata-rata waktu pekerjaan menunggu untuk diproses oleh perusahaan tersebut = rata rata waktu pelanggan dalam antrian = 1.6188 hari.
 - b. Proporsi pekerjaan yang diserahkan kepada sub kontraktor = rata rata jumlah pelanggan yang tidak jadi dilayani perusahaan/balk = 0.2638 pelanggan.
13. Komponen datang pada suatu mesin rata-rata 1.5 unit per menit. Rata-rata waktu proses pada mesin tersebut adalah 30 detik. Bila mesin sibuk, maka

komponen akan menunggu untuk di proses. Kapasitas tempat komponen menunggu untuk di proses adalah 3 unit. Mesin yang tersedia adalah 2 unit. Berapa persentase part yang tidak bisa diproses oleh kedua mesin tersebut?

Jawaban :

$$\lambda = 1.5 \text{ per menit}; \mu = 60/30 = 2 \text{ per menit}; \rho = \lambda/\mu = 0.75$$

$$\text{Jumlah maximum dalam sistem} = 3 + 2 = 5$$

Model antrian yang dipakai : (M/M/2 : GD/ 5/~)

Dengan menggunakan software *Win QSB*, inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	2
Service rate (per server per Minute)	2
Customer arrival rate (per Minute)	1.5
Queue capacity (maximum waiting space)	3
Customer population	M
Busy server cost per Minute	
Idle server cost per Minute	
Customer waiting cost per Minute	
Customer being served cost per Minute	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/2/5	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per Minute =	1.5000
3	Service rate per server (mu) per Minute =	2.0000
4	Overall system effective arrival rate per Minute =	1.4898
5	Overall system effective service rate per Minute =	1.4898
6	Overall system utilization =	37.2462 %
7	Average number of customers in the system (L) =	0.8495
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.1045
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	0.5193
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.5702 Minutes
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.0702 Minutes
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.3486 Minutes
13	The probability that all servers are idle (Po) =	45.6392 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	20.1315 %
15	Average number of customers being balked per Minute =	0.0102
16	Total cost of busy server per Minute =	\$0
17	Total cost of idle server per Minute =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Minute =	\$0
19	Total cost of customer being served per Minute =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Minute =	\$0
21	Total queue space cost per Minute =	\$0
22	Total system cost per Minute =	\$0

Persentase part yang tidak bisa diproses oleh kedua mesin tersebut adalah rata-rata komponen yang tidak jadi diproses (*balk*)/ rata-rata komponen yang datang.

Rata rata komponen yang *balk* = 0.0102 per menit

Rata rata komponen yang datang = 1.5 per menit

Maka presentase part yang tidak bisa diproses = $0.0102/1,5 = 0.68\%$

14. Sebuah perusahaan memproduksi barang-barang dari plastik menggunakan 10 unit mesin. Perusahaan tersebut sedang mencari tenaga kerja yang akan ditugaskan sebagai montir untuk memperbaiki mesin-mesin tersebut. Ada 2 calon yang mengajukan lamaran untuk mengisi lowongan kerja tersebut yakni :

- Calon pertama (A) dapat memperbaiki mesin rata-rata 5 unit/jam dengan upah yang diminta \$15 per jam.
- Calon kedua (B) dapat memperbaiki mesin rata-rata 8 unit/jam dengan upah yang diminta \$20 per jam.

Setiap mesin yang rusak akan menimbulkan biaya sebesar \$50/jam karena kehilangan produksi. Kerusakan mesin mengikuti distribusi poisson dengan rata-rata 3 unit/jam dan waktu perbaikan mengikuti distribusi eksponensial.

Pertanyaan: Pelamar mana (A atau B) yang sebaiknya dipilih ?

Jawaban :

Stasiun pelayanan adalah tenaga perbaikan mesin; $c = 1$

Jumlah populasi = 10 mesin; jumlah maksimum dalam sistem = 10 mesin

Maka model antriannya adalah (M/M/1: GD/10/10)

$\lambda = 3$ mesin per jam

μ untuk A = 5 mesin per jam

μ untuk B = 8 mesin per jam

Biaya = biaya tenaga kerja + biaya kehilangan produksi

Dengan menggunakan software *Win QSB*, inputnya adalah :

Untuk A.

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Mounth)	5
Customer arrival rate (per Mounth)	3
Queue capacity (maximum waiting space)	10
Customer population	10
Busy server cost per Mounth	
Idle server cost per Mounth	
Customer waiting cost per Mounth	
Customer being served cost per Mounth	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/11/10	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per mounth =	3.0000
3	Service rate per server (μ) per mounth =	5.0000
4	Overall system effective arrival rate per mounth =	5.0000
5	Overall system effective service rate per mounth =	5.0000
6	Overall system utilization =	99.9991 %
7	Average number of customers in the system (L) =	8.3333
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	7.3334
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	7.3334
10	Average time customer spends in the system (W) =	1.6667 mounths
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	1.4667 mounths
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	1.4667 mounths
13	The probability that all servers are idle (Po) =	0.0009 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	99.9991 %
15	Average number of customers being balked per mounth =	0
16	Total cost of busy server per mounth =	\$0
17	Total cost of idle server per mounth =	\$0
18	Total cost of customer waiting per mounth =	\$0
19	Total cost of customer being served per mounth =	\$0
20	Total cost of customer being balked per mounth =	\$0
21	Total queue space cost per mounth =	\$0
22	Total system cost per mounth =	\$0

Untuk B, solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/11/10	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per mounth =	3.0000
3	Service rate per server (μ) per mounth =	8.0000
4	Overall system effective arrival rate per mounth =	7.9972
5	Overall system effective service rate per mounth =	7.9972
6	Overall system utilization =	99.9651 %
7	Average number of customers in the system (L) =	7.3343
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	6.3346
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	6.3368
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.9171 mounths
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.7921 mounths
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.7924 mounths
13	The probability that all servers are idle (Po) =	0.0348 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	99.9652 %
15	Average number of customers being balked per mounth =	0
16	Total cost of busy server per mounth =	\$0
17	Total cost of idle server per mounth =	\$0
18	Total cost of customer waiting per mounth =	\$0
19	Total cost of customer being served per mounth =	\$0
20	Total cost of customer being balked per mounth =	\$0
21	Total queue space cost per mounth =	\$0
22	Total system cost per mounth =	\$0

Maka biaya total per jam :

$$\text{Bila montir yang dipilih A} = (8.3333 \times 50) + 15 = 431.665$$

$$\text{Bila montir yang dipilih B} = (7.3343 \times 50) + 20 = 386.715$$

Jadi dipilih montir B.

15. Tingkat kedatangan rata-rata nasabah ke suatu bank pada hari Jum'at adalah 2 orang per menit. Untuk melayani transaksi seorang nasabah, diperlukan waktu rata-rata selama 2 menit. Waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan diketahui berdistribusi eksponensial. Jika untuk setiap menit seorang nasabah menunggu pada antrian akan menimbulkan biaya (*delay cost*) sebesar Rp. 500 dan bila gaji seorang teller adalah Rp. 90.000 per jam, berapa orang teller yang harus ditugaskan pada hari Jum'at agar ongkos totalnya minimum?

Jawaban :

$$\lambda = 2 \text{ nasabah per menit}$$

$$\mu = \frac{1}{2} \text{ nasabah per menit}$$

Model antriannya adalah (M/M/c: GD/~/~)

Dengan menggunakan software *Win QSB* untuk jumlah teller = 5 orang, inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	5
Service rate (per server per Minute)	1/2
Customer arrival rate (per Minute)	2
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per Minute	1500
Idle server cost per Minute	1500
Customer waiting cost per Minute	500
Customer being served cost per Minute	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/5	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Minute =	2.0000
3	Service rate per server (μ) per Minute =	0.5000
4	Overall system effective arrival rate per Minute =	2.0000
5	Overall system effective service rate per Minute =	2.0000
6	Overall system utilization =	80.0000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	6.2165
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	2.2165
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	4.0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	3.1082 Minutes
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	1.1082 Minutes
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	2.0000 Minutes
13	The probability that all servers are idle (Po) =	1.2987 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	55.4113 %
15	Average number of customers being balked per Minute =	0
16	Total cost of busy server per Minute =	\$6000.0000
17	Total cost of idle server per Minute =	\$1500.0000
18	Total cost of customer waiting per Minute =	\$1108.2250
19	Total cost of customer being served per Minute =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Minute =	\$0
21	Total queue space cost per Minute =	\$0
22	Total system cost per Minute =	\$8608.2250

Solusi untuk teller = 6 orang

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/6	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Minute =	2.0000
3	Service rate per server (μ) per Minute =	0.5000
4	Overall system effective arrival rate per Minute =	2.0000
5	Overall system effective service rate per Minute =	2.0000
6	Overall system utilization =	66.6667 %
7	Average number of customers in the system (L) =	4.5695
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.5695
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	2.0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	2.2848 Minutes
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.2848 Minutes
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	1.0000 Minutes
13	The probability that all servers are idle (Po) =	1.6685 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	28.4761 %
15	Average number of customers being balked per Minute =	0
16	Total cost of busy server per Minute =	\$6000.0000
17	Total cost of idle server per Minute =	\$3000.0000
18	Total cost of customer waiting per Minute =	\$284.7609
19	Total cost of customer being served per Minute =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Minute =	\$0
21	Total queue space cost per Minute =	\$0
22	Total system cost per Minute =	\$9284.7610

Solusi untuk teller = 7 orang

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/7	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Minute =	2.0000
3	Service rate per server (μ) per Minute =	0.5000
4	Overall system effective arrival rate per Minute =	2.0000
5	Overall system effective service rate per Minute =	2.0000
6	Overall system utilization =	57.1429 %
7	Average number of customers in the system (L) =	4.1801
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.1801
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	1.3333
10	Average time customer spends in the system (W) =	2.0901 Minutes
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.0901 Minutes
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.6667 Minutes
13	The probability that all servers are idle (Po) =	1.7812 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	13.5110 %
15	Average number of customers being balked per Minute =	0
16	Total cost of busy server per Minute =	\$6000.0000
17	Total cost of idle server per Minute =	\$4500.0010
18	Total cost of customer waiting per Minute =	\$90.0735
19	Total cost of customer being served per Minute =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Minute =	\$0
21	Total queue space cost per Minute =	\$0
22	Total system cost per Minute =	\$10590.0700

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa jumlah teller yang paling ekonomis adalah 5 orang.

16. Seorang petugas gudang harus memeriksa keluarnya spare part dari gudang. Permintaan sparepart dari petugas pemeliharaan mesin (mekanik) terjadi rata-rata 10 kali per jam. Saat ini gudang sparepart dilayani oleh seorang petugas yang gajinya \$6/jam, sedangkan mekanik dibayar \$10/jam. Untuk melayani permintaan sparepart diperlukan waktu pelayanan 5 menit. Setiap kali mekanik meminta sparepart ke gudang, akan menyebabkan mesin tidak beroperasi sehingga menimbulkan kerugian bagi perusahaan sebesar \$10/jam. Perusahaan sedang mempertimbangkan untuk mengangkat seorang petugas pembantu di gudang spare part dengan gaji \$4/jam. Bila petugas pembantu itu jadi diangkat maka waktu pelayanan di gudang akan menjadi 4 menit. Diketahui bahwa waktu antar kedatangan permintaan dan waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial. Apakah petugas pembantu tersebut sebaiknya diangkat?

Jawaban :

Biaya total per jam = biaya pelayanan per jam + biaya menunggu per jam

Model antriannya adalah (M/M/1:GD/~/~)

Kondisi saat ini (tanpa pembantu di gudang spare part) :

$$\lambda = 10 \text{ permintaan per jam}$$

$$\mu = 60/5 = 12 \text{ permintaan per jam}$$

$$\text{Gaji petugas gudang spare part} = 6 \text{ per jam}$$

$$\text{Gaji mekanik} = 10 \text{ per jam}$$

Biaya menunggu per jam adalah

$$(\text{biaya menunggu per pelanggan}) \times (\text{jumlah pelanggan per jam})$$

$$\text{Biaya menunggu per pelanggan} = 10 \text{ W}$$

$$\text{Maka biaya menunggu per jam} = 10 \text{ W } \lambda$$

$$W = 1/(\mu - \lambda) = 1/2$$

$$\text{Biaya menunggu} = 10 \times 1/2 \times 10 = 50$$

$$\text{Biaya petugas gudang per jam} = 6$$

$$\text{Biaya total tanpa pembantu} = 6 + 50 = 56$$

Kondisi setelah ditambah pembantu di gudang spare part :

$$\lambda = 10 \text{ permintaan per jam}$$

$$\mu = 60/4 = 15 \text{ permintaan per jam}$$

$$\text{Gaji petugas gudang spare part} + \text{pembantu} = 10 \text{ per jam}$$

$$\text{Gaji mekanik} = 10 \text{ per jam}$$

$$W = 1/(\mu - \lambda) = 1/5$$

$$\text{Biaya menunggu} = 10 \times 1/5 \times 10 = 20$$

$$\text{Biaya petugas gudang dengan pembantu per jam} = 10$$

$$\text{Biaya total per jam} = 10 + 20 = 30$$

Jadi sebaiknya pembantu tersebut diangkat

17. Restoran "A" menawarkan dua model waralaba (*franchise*) dengan data sebagai berikut:

- Model A mempunyai kapasitas 20 group pelanggan, dengan biaya operasional sebesar \$12.000/bulan
- Model B mempunyai kapasitas 30 group pelanggan, dengan biaya operasional sebesar \$16.000/bulan

Perkiraan pelanggan yang datang ke restoran tersebut rata-rata adalah 25 group/jam, mengikuti distribusi poisson. Model A dapat melayani rata-rata 26 group pelanggan/jam, sedangkan model B dapat melayani rata-rata 29 group pelanggan/jam. Waktu pelayanan berdistribusi eksponensial. Kerugian karena kehilangan pelanggan diperkirakan sebesar \$15 per group pelanggan per jam. Keterlambatan dalam melayani pelanggan (karena pelanggan harus menunggu) diperkirakan sebesar \$10 per group pelanggan per jam. Restoran buka 10 jam per hari dan 30 hari per bulan. Model manakah yang sebaiknya dipilih?

Jawaban :

$\lambda = 20$; Kapasitas A = 20; Kapasitas B = 30

1 bulan = 30 hari kerja x 10 jam = 300 jam

Biaya operasi A per jam = $12.000/300 = \$40$ per jam

Biaya operasi B per jam = $16.000/300 = \$53.33$ per jam

μ untuk A = 26; μ untuk B = 29

Kerugian kehilangan pelanggan adalah \$15 per pelanggan per jam

Kerugian karena keterlambatan adalah \$10 per pelanggan per jam

Biaya total per bulan adalah biaya Operasi + biaya kehilangan pelanggan
+ biaya keterlambatan

Dengan menggunakan software Win QSB, untuk Model A, inputnya adalah:

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Hour)	26
Customer arrival rate (per Hour)	20
Queue capacity (maximum waiting space)	19
Customer population	M
Busy server cost per Hour	40
Idle server cost per Hour	40
Customer waiting cost per Hour	10
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	15
Unit queue capacity cost	

Solusi untuk A adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/20	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Hour =	20.0000
3	Service rate per server (μ) per Hour =	26.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	19.9756
5	Overall system effective service rate per Hour =	19.9756
6	Overall system utilization =	76.8293 %
7	Average number of customers in the system (L) =	3.2480
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	2.4797
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	3.2275
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.1626 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.1241 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.1616 Hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	23.1707 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	76.8293 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0.0244
16	Total cost of busy server per Hour =	\$30.7317
17	Total cost of idle server per Hour =	\$9.2683
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$24.7970
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0.3658
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$65.1627

Solusi untuk B adalah:

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/30	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Hour =	20.0000
3	Service rate per server (μ) per Hour =	29.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	19.9999
5	Overall system effective service rate per Hour =	19.9999
6	Overall system utilization =	68.9652 %
7	Average number of customers in the system (L) =	2.2219
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	1.5323
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	2.2218
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.1111 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.0766 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.1111 Hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	31.0348 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	68.9652 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0.0001
16	Total cost of busy server per Hour =	\$27.5861
17	Total cost of idle server per Hour =	\$12.4139
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$15.3226
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0.0013
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$55.3240

Dari perhitungan di atas dapat disimpulkan bahwa:

- Ongkos total per jam model A = \$65.163
- Ongkos total per jam model B = \$55.324

Maka pilih model B

18. Mobil datang ke suatu gerbang toll mengikuti distribusi poisson dengan rata-rata 90 unit per jam. Waktu yang dibutuhkan untuk melayani mobil di

gerbang toll tersebut mengikuti distribusi exponensial dengan rata-rata 38 detik. Sebagian pemakai jalan toll menyampaikan keluhan karena waktu menunggu dirasa terlalu lama. Untuk memuaskan pemakai jalan, PT Jasa Marga akan memasang peralatan otomatis sehingga waktu pelayanan menjadi 30 detik. Tetapi pemasangan alat tersebut akan dilaksanakan bila memenuhi dua syarat berikut :

- Dengan peralatan yang ada saat ini, jumlah mobil yang menunggu untuk dilayani rata-rata lebih dari 5 unit
- Persentase waktu nganggur dengan penambahan alat tersebut tidak lebih dari 10%

Apakah penambahan peralatan otomatis tersebut perlu dilakukan?

Jawaban :

Model antrian untuk persoalan ini adalah : (M/M/1 : GD/~/~)

$\lambda = 90$ per jam

μ saat ini = $(60 \times 60)/38 = 94.74$ pelanggan per jam

μ setelah ditambah alat = $(60 \times 60)/30 = 120$ pelanggan per jam

Dengan menggunakan software Win QSB, inputnya adalah :

Untuk kondisi saat ini :

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Hour)	94.74
Customer arrival rate (per Hour)	90
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Hour =	90.0000
3	Service rate per server (μ) per Hour =	94.7400
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	90.0000
5	Overall system effective service rate per Hour =	90.0000
6	Overall system utilization =	94.9968 %
7	Average number of customers in the system (L) =	18.9873
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	18.0374
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	18.9873
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.2110 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.2004 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.2110 Hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	5.0032 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	94.9968 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

Solusi setelah ditambah alat :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1	From Formula
2	Customer arrival rate (λ) per Hour =	90.0000
3	Service rate per server (μ) per Hour =	120.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	90.0000
5	Overall system effective service rate per Hour =	90.0000
6	Overall system utilization =	75.0000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	3.0000
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	2.2500
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	3.0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.0333 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.0250 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.0333 Hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	25.0000 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	75.0000 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

Dari tabel di atas dapat disimpulkan :

- Pada kondisi saat ini, jumlah rata-rata pelanggan yang menunggu untuk dilayani = (Lq) = 18.0374
- Setelah ditambah alat, waktu menganggur = 25 %
- Karena syarat ke 2 tidak terpenuhi maka penambahan alat tersebut tidak dapat dilaksanakan.

19. Sebuah restoran *fast food* mempunyai loket pelayanan *drive through*. Mobil yang datang mengikuti distribusi poisson dengan rata rata 2 unit per 5 menit. Tempat yang tersedia (termasuk yang sedang dilayani) hanya untuk 10 mobil, sehingga bila tempat penuh pelanggan harus menunggu di tempat lain. Waktu pelayanan mengikuti distribusi exponensial dengan rata rata 1,5 menit per mobil. Berapakah probabilitas jumlah mobil yang antri lebih dari 10 unit?

Jawaban :

Model antrian untuk persoalan ini adalah : (M/M/1 : GD/10/~)

$$\lambda = 2/5 = 0.4 \text{ unit per menit} = 0.4 \times 60 = 24 \text{ unit per jam}$$

$$\mu = 1/1.5 = 0.667 \text{ unit per menit} = 0.667 \times 60 = 40 \text{ unit per jam}$$

$$\rho = \lambda/\mu = 0.6$$

Dengan menggunakan software *Win QSB*, inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Hour)	40
Customer arrival rate (per Hour)	24
Queue capacity (maximum waiting space)	9
Customer population	M
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/10	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per Hour =	24.0000
3	Service rate per server (mu) per Hour =	40.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	23.9417
5	Overall system effective service rate per Hour =	23.9417
6	Overall system utilization =	59.8544 %
7	Average number of customers in the system (L) =	1.4599
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.8614
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	1.4392
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.0610 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.0360 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.0601 Hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	40.1456 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	59.8544 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0.0583
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

Probabilitas jumlah mobil yang antri lebih dari 10 adalah

$$P_{11} + P_{12} + P_{13} + \dots + P_{\infty} \\ = 1 - (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 + P_{10})$$

$$P_0 = 40.1456 \%$$

$$P_1 = \rho^1 P_0 = 0.6 \times 40.1456\% = 24.09\%$$

$$P_2 = \rho^2 P_0 = 0.36 \times 40.1456\% = 14.45\%$$

$$P_3 = \rho^3 P_0 = 0.216 \times 40.1456\% = 8.67\%$$

$$P_4 = \rho^4 P_0 = 0.1296 \times 40.1456\% = 5.20\%$$

$$P_5 = \rho^5 P_0 = 0.07776 \times 40.1456\% = 3.12\%$$

$$P_6 = \rho^6 P_0 = 0.04666 \times 40.1456\% = 1.87\%$$

$$P_7 = \rho^7 P_0 = 0.028 \times 40.1456\% = 1.124\%$$

$$P_8 = \rho^8 P_0 = 0.0168 \times 40.1456\% = 0.67\%$$

$$P_9 = \rho^9 P_0 = 0.01008 \times 40.1456\% = 0.40\%$$

$$P_{10} = \rho^{10} P_0 = 0.00605 \times 40.1456\% = 0.24\%$$

Probabilitas jumlah mobil yang antri lebih dari 10 = $1 - 99.97\% = 0.03 \%$.

20. Perakitan akhir generator listrik mengikuti distribusi poisson dengan rata rata 10 unit per jam. Setelah di rakit, generator listrik tersebut dikirim ke tempat pengetesan akhir melalui ban berjalan yang mempunyai kapasitas 7 generator listrik. Sensor elektronik akan secara otomatis menghentikan ban berjalan bila ban berjalan sudah penuh. Waktu pengetesan akhir mengikuti distribusi eksponensial dengan rata rata 5 menit per generator.

Pertanyaan: berapakah probabilitas perakitan akhir berhenti beroperasi?

Jawaban :

Stasiun pelayanan adalah unit pengetesan akhir

$$\lambda = 10 \text{ unit per jam}$$

$$\mu = 60/5 = 12 \text{ unit per jam}$$

$$\rho = 10/12 = 0.84$$

Jumlah antrian maximum = 7

Jumlah maximum dalam sistem = $7 + 1 = 8$ unit

Model antrian yang dipakai untuk persoalan ini adalah : (M/M/1:GD/8/~)

Dengan menggunakan software *Win QSB* , inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per Hour)	12
Customer arrival rate (per Hour)	10
Queue capacity (maximum waiting space)	7
Customer population	M
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/8	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per Hour =	10.0000
3	Service rate per server (mu) per Hour =	12.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	9.5192
5	Overall system effective service rate per Hour =	9.5192
6	Overall system utilization =	79.3267 %
7	Average number of customers in the system (L) =	2.8364
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	2.0432
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	2.5756
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.2980 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.2146 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.2706 Hours
13	The probability that all servers are idle (P0) =	20.6733 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	79.3267 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0.4808
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

Probabilitas jumlah yang antri lebih dari 7 = $P_8 + P_9 + P_{10} + \dots + P_{\infty}$

$$= 1 - (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7)$$

$$P_0 = 20.6733 \%$$

$$P_1 = \rho^1 P_0 = 0.84 \times 20.6733\% = 17.36\%$$

$$P_2 = \rho^2 P_0 = 0.71 \times 20.6733\% = 14.58\%$$

$$P_3 = \rho^3 P_0 = 0.59 \times 20.6733\% = 12.25\%$$

$$P_4 = \rho^4 P_0 = 0.496 \times 20.6733\% = 10.29\%$$

$$P_5 = \rho^5 P_0 = 0.416 \times 20.6733\% = 8.64\%$$

$$P_6 = \rho^6 P_0 = 0.35 \times 20.6733\% = 7.26\%$$

$$P_7 = \rho^7 P_0 = 0.294 \times 20.6733\% = 6.1\%$$

$$\text{Probabilitas jumlah yang antri lebih dari 7} = 1 - 97.15\% = 2.85\%$$

21. Sebuah pusat komputer dilengkapi dengan 4 *main frame* computer. Jumlah pelanggan pusat komputer tersebut adalah 25 orang. Setiap pelanggan menyerahkan pekerjaannya ke *main frame* computer setiap 15 menit dan mengikuti distribusi eksponensial. Waktu proses pada *main frame* computer mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata 2 menit.

Pertanyaan: berapa jumlah rata-rata *main frame* computer yang nganggur?

Jawaban :

Stasiun pelayanan adalah *main frame* computer

Jumlah pelanggan maksimum = 25; $c = 4$; $\lambda = 60/15 = 4$; $\mu = 60/2 = 30$

Model antrian dari persoalan ini adalah (M/M/4:GD/25/25)

Dengan menggunakan software *Win QSB* , inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	4
Service rate (per server per Hour)	30
Customer arrival rate (per Hour)	4
Queue capacity (maximum waiting space)	21
Customer population	25
Busy server cost per Hour	
Idle server cost per Hour	
Customer waiting cost per Hour	
Customer being served cost per Hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah:

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/4/29/25	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per Hour =	4.0000
3	Service rate per server (mu) per Hour =	30.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	85.8774
5	Overall system effective service rate per Hour =	85.8774
6	Overall system utilization =	71.5645 %
7	Average number of customers in the system (L) =	3.5306
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.6681
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	1.5571
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.0411 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.0078 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.0181 Hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	3.7765 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	42.9052 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

Jumlah rata-rata main frame yang menganggur = $4 - 3.53 = 0.47$

22. Sebuah bengkel teknik mempunyai tiga orang tenaga mekanik. Bengkel ini melayani pemeliharaan peralatan produksi pabrik tekstil dengan kapasitas dapat menampung 15 peralatan produksi di luar yang sedang dikerjakan. Pelanggan datang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata waktu antar kedatangan 10 menit. Waktu pelayanan berdistribusi eksponensial dengan rata-rata 30 menit per pelanggan.

Pertanyaan: berapa probabilitas paling sedikit 1 mekanik menganggur?

Jawaban :

Stasiun pelayanan adalah tenaga mekanik; $c = 3$

Kapasitas bengkel = $15 + 3 = 18$

$\lambda = 60/10 = 6$ pelanggan/jam; $\mu = 60/30 = 2$ pelanggan/jam; $\rho = 6/3 = 2$

Model antriannya adalah (M/M/3 : GD/18/~)

Dengan menggunakan software *Win QSB* inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	3
Service rate (per server per days)	2
Customer arrival rate (per days)	6
Queue capacity (maximum waiting space)	15
Customer population	M
Busy server cost per days	
Idle server cost per days	
Customer waiting cost days	
Customer being served cost per days	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/3/18	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per Hour =	6.0000
3	Service rate per server (mu) per Hour =	2.0000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	5.6646
5	Overall system effective service rate per Hour =	5.6646
6	Overall system utilization =	94.4099 %
7	Average number of customers in the system (L) =	9.5404
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	6.7081
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	7.5000
10	Average time customer spends in the system (W) =	1.6842 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	1.1842 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	1.3240 Hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	1.2422 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	89.4410 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0.3354
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

Probabilitas paling sedikit 1 mekanik menganggur = $P_0 + P_1 + P_2$

$$P_0 = 1.24 \%$$

$$P_1 = \rho^1 P_0 = 2 \times 1.24\% = 2.48\%$$

$$P_2 = \rho^2 P_0 = 4 \times 1.24\% = 4.96\%$$

Probabilitas paling sedikit 1 mekanik menganggur = 8.68 %

23. Di suatu pabrik, seorang operator melayani lima mesin otomatis. Setelah melakukan 1 *batch* produksi, setiap mesin harus di set-up dahulu sebelum dipakai untuk produksi pada *batch* berikutnya. Waktu produksi mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata 45 menit per *batch*. Waktu untuk melakukan set-up mesin mengikuti distribusi exponential dengan rata-rata 8 menit per mesin.

Pertanyaan :

- Berapakah probabilitas semua mesin bekerja?
- Berapakah waktu rata rata mesin tidak bekerja?

Jawaban:

Stasiun pelayanan adalah operator; $c = 1$; Jumlah pelanggan = 5

$$\lambda = 60/45 = 1.33 \text{ pelanggan/jam}$$

$$\mu = 60/8 = 7.5 \text{ pelanggan/jam}$$

$$\rho = \lambda/\mu = (60 \times 8)/(60 \times 45) = 8/45 = 0.18$$

Model antriannya adalah (M/M/1 : GD/5/5)

Dengan menggunakan software Win QSB, inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per hour)	7.5
Customer arrival rate (per hour)	1.33
Queue capacity (maximum waiting space)	4
Customer population	5
Busy server cost per hour	
Idle server cost per hour	
Customer waiting cost per hour	
Customer being served cost per hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

11-29-2013	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/5/5	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per Hour =	1.3300
3	Service rate per server (mu) per Hour =	7.5000
4	Overall system effective arrival rate per Hour =	4.9916
5	Overall system effective service rate per Hour =	4.9916
6	Overall system utilization =	66.5543 %
7	Average number of customers in the system (L) =	1.2469
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.5814
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	0.8736
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.2498 Hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.1165 Hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.1750 Hours
13	The probability that all servers are idle (P0) =	33.4457 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	66.5543 %
15	Average number of customers being balked per Hour =	0
16	Total cost of busy server per Hour =	\$0
17	Total cost of idle server per Hour =	\$0
18	Total cost of customer waiting per Hour =	\$0
19	Total cost of customer being served per Hour =	\$0
20	Total cost of customer being balked per Hour =	\$0
21	Total queue space cost per Hour =	\$0
22	Total system cost per Hour =	\$0

a. Probabilitas semua mesin bekerja = $P_3 + P_4 + \dots + P_{\infty}$

$$= 1 - (P_0 + P_1 + P_2)$$

$$P_0 = 33.45 \%$$

$$P_1 = \rho^1 P_0 = 0.18 \times 33.45\% = 6.02\%$$

$$P_2 = \rho^2 P_0 = 0.032 \times 33.45\% = 1.083\%$$

$$\text{Probabilitas semua mesin bekerja} = 1 - 40.55\% = 59.45 \%$$

b. Waktu rata-rata mesin tidak bekerja =

$$\text{waktu rata-rata mesin di dalam sistem} = 0.2498 \text{ jam}$$

24. Di suatu gerai penjualan alat elektronik, calon pelanggan datang mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata 21 orang/hari. Gerai tersebut mampu melayani pelanggan rata-rata sebanyak 24 orang/hari, dengan waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial. Ongkos sewa gerai adalah \$4/hari. Di gerai tersebut hanya tersedia 9 kursi untuk pelanggan, sehingga jika gerai penuh maka calon pelanggan yang datang akan mencari gerai lain. Jika hal itu terjadi, gerai akan kehilangan kesempatan untuk memperoleh keuntungan sebesar \$20/pelanggan. Pemilik gerai mempertimbangkan untuk

mencari tempat lain yang dapat disewa dengan harga sewa \$10/hari. Bila tempat tersebut dapat menyediakan 20 kursi, apakah sebaiknya tempat tersebut jadi disewa?

Jawaban :

Model antrian dari persoalan ini adalah : (M/M/1 : GD/N/∞)

Untuk gerai saat ini N = 9; $\lambda = 21$ orang/hari; $\mu = 24$ orang/hari

Ongkos sewa = \$4/hari; Ongkos kehilangan pelanggan = \$20/pelanggan

Ongkos total per hari = Ongkos sewa perhari

+ ongkos kehilangan pelanggan per hari.

Dengan software *Win QSB* , inputnya adalah :

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per days)	24
Customer arrival rate (per days)	21
Queue capacity (maximum waiting space)	8
Customer population	M
Busy server cost per days	
Idle server cost per days	
Customer waiting cost days	
Customer being served cost per days	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah:

03-22-2014	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/9	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per days =	21.0000
3	Service rate per server (mu) per days =	24.0000
4	Overall system effective arrival rate per days =	19.9290
5	Overall system effective service rate per days =	19.9290
6	Overall system utilization =	83.0376 %
7	Average number of customers in the system (L) =	3.4301
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	2.5997
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	3.1308
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.1721 dayss
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.1304 dayss
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.1571 dayss
13	The probability that all servers are idle (Po) =	16.9624 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	83.0376 %
15	Average number of customers being balked per days =	1.0710
16	Total cost of busy server per days =	\$0
17	Total cost of idle server per days =	\$0
18	Total cost of customer waiting per days =	\$0
19	Total cost of customer being served per days =	\$0
20	Total cost of customer being balked per days =	\$0
21	Total queue space cost per days =	\$0
22	Total system cost per days =	\$0

Untuk gerai baru $N = 20$

$\lambda = 21$ orang perhari; $\mu = 24$ orang per hari

Ongkos sewa = \$10/hari; Ongkos kehilangan pelanggan = \$20/pelanggan

Ongkos total/hari = Ongkos sewa/hari + ongkos kehilangan pelanggan/hari.

Dengan software *Win QSB*, inputnya adalah:

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per days)	24
Customer arrival rate (per days)	21
Queue capacity (maximum waiting space)	19
Customer population	M
Busy server cost per days	
Idle server cost per days	
Customer waiting cost days	
Customer being served cost per days	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Solusinya adalah :

03-22-2014	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1/20	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per days =	21.0000
3	Service rate per server (mu) per days =	24.0000
4	Overall system effective arrival rate per days =	20.8066
5	Overall system effective service rate per days =	20.8066
6	Overall system utilization =	86.6942 %
7	Average number of customers in the system (L) =	5.6463
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	4.7794
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	5.5129
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.2714 dayss
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.2297 dayss
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.2650 dayss
13	The probability that all servers are idle (Po) =	13.3058 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	86.6942 %
15	Average number of customers being balked per days =	0.1934
16	Total cost of busy server per days =	\$0
17	Total cost of idle server per days =	\$0
18	Total cost of customer waiting per days =	\$0
19	Total cost of customer being served per days =	\$0
20	Total cost of customer being balked per days =	\$0
21	Total queue space cost per days =	\$0
22	Total system cost per days =	\$0

Untuk gerai saat ini, ongkos/hari = $4 + (1.0710 \times 20) = \26.42

Untuk gerai baru, ongkos/hari = $10 + (0.1934 \times 20) = \13.87

Dari perhitungan di atas dapat disimpulkan bahwa gerai baru lebih baik dari gerai yang lama sehingga sebaiknya jadi disewa.