****

**INFOMATEK**

**MODEL DAN METODA UNTUK PENJADWALAN PRODUK –PRODUK BERSTRUKTUR MULTI LEVEL**

**Asep Hermawan**

Program Pasca Sarjana Magister Teknik Industri

Fakultas Teknik - Universitas Pasundan Bandung

**Abstrak**

Makalah ini membahas tentang model optimasi dan pendekatan heuristik untuk menyelesaikan pengaturan operasi-operasi dari sebuah proses job shop dalam pembuatan sejumlah produk yang berstruktur multi-level. Pengembangan model yang dilakukan melibatkan mesin dan lot. Model yang dikembangkan merupakan model mix *integer linear programming,* dengan melibatkan sejumlah variabel biner yang digunakan untuk menentukan urutan pengerjaan operasi-operasi yang sama. Pengembangan metoda heuristik pada prinsipnya menghilangkan variabel biner dengan cara mendahulukan proses yang memiliki level paling bawah. Fungsi tujuan model adalah meminimumkan waktu penyelesaian seluruh pekerjaan (*Minimum Makespan*). Metoda yang digunakan adalah metoda optimasi, sehingga mendapatkan hasil yang optimal. Penerapan model dilakukan dengan menggunakan sejumlah contoh numerik. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan *software Lindo 6.1,* kemudian dilakukan analisis terhadap hasil penerapan model untuk melihat kualitas performansi dari metoda pendekatan yang dilakukan.

Kata kunci : *proses jobshop, produk berstruktur multi-level, pendekatan heuristik, makespan*

1. **PENDAHULUAN**

Salah satu kegiatan yang turut menentukan suatu perusahaan dapat bersaing dan mempertahankan keberadaan dan keberlangsungan hidupnya adalah kegiatan merencanakan dan mengendalikan produksi, dengan cara membuat penjadwalan pemesanan komponen maupun penjadwalan pembuatan suatu produk, karena penjadwalan tersebut, maka perusahaan dapat menjamin pelayanannya dengan baik.

Menurut Vincent dan Billaut [18], problem penjadwalan memiliki dua jenis kriteria, yaitu minimax (minimasi nilai maksimum suatu fungsi) dan minisum (minimasi suatu fungsi penjumlahan). Untuk kriteria minimax sendiri dapat dibagi menjadi beberapa kriteria performansi, misalnya *makespan, maximum flow time, maximum idle time, maximum lateness, maximum tardiness* dan/atau *maximum earliness* yang diijinkanSelain berdasarkan kriteria performansi yang digunakan, tingkat kompleksitas penjadwalan juga berbeda berdasarkan banyaknya produk dan mesin yang tersedia, serta routing dari masing - masing produk tersebut, yang biasanya digambarkan sebagai penjadwalan n-produk m-mesin, yang merupakan suatu proses menentukan urutan produk yang harus dikerjakan di mesin-mesin yang ada. Masing-masing produk memiliki beberapa operasi yang berurutan dimana masing-masing operasi diproses di mesin yang berbeda.

Penjadwalan produksi adalah metoda yang dbuat untuk menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan pertanyaan-pertanyaan, seperti apa produk yang akan diproduksi, berapa banyak produk tersebut diproduksi, serta bagaimana alokasi sumber daya yang dimiliki untuk melakukan tugas-tugas yang dibutuhkan dalam proses produksi Baker [4].

Pada sistem manufaktur yang sebenarnya, sering kali produk-produk yang harus dijadwalkan mempunyai struktur *multi-level*, yaitu terdiri dari sejumlah part/komponen yang harus diproses melalui serangkaian operasi pemesinan dan perakitan hingga menjadi produk akhir. Model penjadwalan yang ada tidak memperhatikan struktur produk, yang dijadwalkan adalah produk, tidak diuraikan berdasarkan urutan operasinya. Pada kenyataannya operasi dalam pembuatan produk bisa bersifat seri, parallel, dan assembly.

Makalah ini membahas pengembangan model optimasi dan metoda pendekatan heuristik untuk menyelesaikan persoalan pengurutan operasi-operasi dari suatu proses jobshop, dalam pembuatan sejumlah produk yang berstruktur multi-level. Model yang dikembangkan adalah *mix integer linear programming,* dan pengembangan metoda heuristik pada prinsipnya menghilangkan variabel biner dengan cara mendahulukan proses yang memiliki level paling bawah dengan fungsi tujuan meminimumkan waktu penyelesaian seluruh pekerjaan (*Minimum Makespan*).

1. **Karakteristik Peroalan**

Karakteristik dari persoalan yang dimodelkan adalah sebagai berikut :

1. Produk yang dijadwalkan memiliki struktur *Multi-level*, sehingga proses pembuatan produk-produk tersebut terdiri dari proses pemesinan untuk pembuatan komponen menjadi sub assembly atau perakitan sub assembly menjadi produk akhir.
2. Penjadwalan dilakukan untuk satu periode (*single period scheduling*)
3. Untuk setiap produk akhir penjadwalan dilakukan sebagai lot tunggal (tidak dilakukan *lot splitting*)
4. Setiap work center hanya dapat memproses satu operasi pada suatu saat tertentu.

1. **Asumsi Model**

Asumsi yang digunakan dalam memodelkan persoalan ini adalah:

1. Struktur dari seluruh produk yang dijadwalkan (*Bill of Materials*) sudah diketahui
2. Waktu *set-up* mesin dilakukan sebelum penjadwalan, sehingga dapat diabaikan
3. Urutan proses *(Routing)* setiap produk diketahui dan dianggap tidak memiliki alternatif. Dengan kata lain routing yang digunakan merupakan routing terbaik dan terpilih untuk dilaksanakan.
4. **MODEL DASAR PENJADWALAN JOBSHOP**
   1. **Penjadwalan jobshop**

Persoalan penjadwalan jobshop adalah persoalan pengurutan sejumlah operasi yang diproses pada mesin-mesin tertentu. Model matematis untuk persoalan ini telah dikembangkan oleh Manne [15], dengan fungsi tujuan meminimumkan waktu penyelesaian seluruh pekerjaan *makespan*). Formulasi dari model yang dikembangkan adalah :

Min F

dengan pembatas :

S i (j+1) k’ - Sijk ≥ t ijk (1)

(α+ tqr k ) yiqjr k +( Sijk - Sqr k) ≥ tqr k (2)

(α+tijk)(1 - yiqjr k )+( Sqr k - Sijk) ≥ tijk (3)

F ≥ Siak  + tiak (4)

yiqjrk = 0 atau 1 (5)

Jika Sijk dan tijk masing-masing menyatakan saat dimulai dan waktu proses yang diperlukan oleh operasi ke-j untuk produk i pada mesin k, maka pembatas (1) dari formulasi di atas menyatakan urut-urutan operasi, yaitu bahwa saat paling cepat dimulainya operasi ke (j +1) adalah setelah operasi ke-j selesai. Pembatas (2) dan (3) menyatakan bahwa pada suatu waktu tertentu, setiap mesin hanya dapat memproses satu operasi, sedang pembatas (4) menyatakan bahwa jika a adalah operasi terakhir dari produk i dan F adalah waktu penyelesaian terpanjang dari seluruh operasi untuk seluruh produk yang dijadwalkan, maka F ≥ Siak  + tiak. Karena meminimumkan makespan adalah identik dengan meminimumkan waktu penyelesaian terpanjang dari seluruh operasi, maka fungsi tujuan dapat dinyatakan sebagai Min F [15], [17]. Notasi α adalah bilangan besar positif.

* 1. **Penjadwalan Produk Berstruktur Multi-Level**

Berdasarkan strukturnya, setiap produk dapat dibedakan atas produk yang berstruktur satu-level dan produk yang berstruktur multi-level. Produk-produk yang berstruktur satu-level biasa disebut juga sebagai komponen tunggal, yaitu produk-produk yang hanya membutuhkan serangkaian operasi permesinan dengan urutan proses (routing) tertentu. Produk-produk yang mempunyai struktur multi-level, terdiri dari sejumlah part atau komponen yang harus diproses melalui serangkaian operasi permesinan dan perakitan hingga menjadi produk akhir. Billington et al [7] menggambarkan struktur produk ini.



(a) (b) (c) (d)

Gambar 1. Empat macam Struktur Produk

1. Seri : satu produk satu-level
2. Paralel : multi produk satu-level dengan proses seri
3. Assembly : satu produk multi-level, tidak terjadi kesamaan komponen
4. General : satu produk multi-level, terjadi kesamaan komponen

Meskipun tidak dinyatakan eksplinsit, persoalan penjadwalan pada umumnya berkaitan dengan penjadwalan produk-produk yang berstruktur satu level, pada hal sistem manufaktur yang sebenarnya produk-produk yang berstruktur multi level lebih banyak dijumpai. Pada struktur multi level, hubungan ketergantungan (*precedence relationship*) diantara proses pemesinan dan proses perakitan dapat dinyatakan sebagai suatu diagrap G. Seperti pada Gambar 2.6. Hubungan ketergantungan yang terjadi pada Gambar 2.6 adalah bahwa komponen p1 dan p2 harus sudah selesai melalui proses permesinan sebelum proses perakitan sub-rakit S1 dilakukan, dan bahwa sub-rakit S1 dan komponen p3 harus sudah selesai sebelum perakitan produk akhir S2 dimulai

Level 2 1 0

Gambar 2. Digraph untuk produk akhir S2

Setiap tahapan proses dinyatakan dengan level, dimana penomoran level produk dimulai dengan menyatakan level 0 untuk produk akhir, kemudian nomor level bertambah satu pada setiap langkah mundur hingga mencapai komponen dasar. Secara tidak langsung, Gambar 2.2 di atas juga menunjukkan bahwa operasi-operasi yang harus dijadwalkan terdiri dari operasi-operasi yang bersifat seri, paralel, dan campuran keduanya. Pada sistem seperti ini maka *delay* yang terjadi bukan hanya karena menunggu mesin siap untuk memproses, tapi juga karena harus menunggu seluruh komponen yang akan dirakit selesai, sebelum operasi perakitan dapat dilakukan.

Persoalan penjadwalan untuk produk berstruktur multi-level ini telah dibahas oleh Kusiak [11] dengan mengemukakan model *Integer Programming*, dan oleh Doctor et al [9] yang menyelesaikan persoalan ini dengan cara heuristik yang terdiri dari dua tahapan. Pada tahap pertama, operasi-operasi diurutkan dengan menggunakan aturan waktu menganggur absolut yang terkecil *(least absolute idle time)*, sedang pada tahap kedua digunakan aturan waktu menganggur maksimum.

1. **PENGEMBANGAN MODEL**

Model dikembangkan dengan dasar membagi hubungan ketergantungan operasi-operasi *(precedence constraints)* yang bersifat serie dalam pembuatan suatu komponen dan hubungan ketergantungan pada proses perakitan komponen menjadi subassembly atau perakitan subassembly menjadi produk akhir. Membagi konflik dalam penggunaan mesin (disjunctive constraints) ke dalam dua kelompok, yaitu konflik di antara operasi-operasi yang bersifat paralel (yaitu operasi-operasi yang berada pada level operasi yang sama), dan konflik di antara operasi-operasi yang non-paralel (berada pada level operasi yang berbeda). Dalam hal ini, penentuan level operasi dilakukan seperti penentuan level produk.

* 1. **Notasi yang digunakan**

*t* menyatakan perioda

*T* horizon (jumlah perioda) perencanaan ( t = 1, .. , T )

*Pi0* menyatakan produk akhir i yang akan dijadwalkan ; i = 1, .. , N

*Pij*  menyatakan komponen ke j dari produk akhir i

*Z(Pij)* set dari induk-induk komponen j hingga produk akhir i

*Hij* banyaknya komponen j yang dibutuhkan untuk membuat satu unit induk langsungnya

*Qi0 t*variabel yang menyatakan unit produk akhir Pi0 yang dibuat pada perioda t

*Di0t*permintaan produk i pada perioda t

*Kt* waktu (kapasitas) pada perioda t

*CKt* waktu (kapasitas) cadangan yang bisa digunakan pada perioda t

*Lt* kapasitas cadangan yang digunakan pada perioda t untuk membuat *Qi0 t*

O*ijkm* operasi ke-k untuk komponen Pij yang dilakukan di mesin m ; m = 1,.., M

*Sijkm*  variabel yang menyatakan saat dimulainya operasi O*ijkm*

*Cijkm* variabel yang menyatakansaat selesainya operasi O*ijkm*

*tijkm* waktu proses operasi O*ijkm* untuk setiap unit Pij

*sum* waktu set-up mesin m

*Rm* saat siap mesi m untuk digunakan pada hari pertama penjadwalan.

* 1. **Parameter Input**

*Pij*= Subjob ( komponen ) ke - *j* dari job ( produk akhir ) *i* , Jika *j* = 0, maka

*Pi0 = Pi* adalah produk akhir *i* ( final assembly )

*Pijkm* = Operasi ke *k* untuk subjob *j* dari

produk akhir *i* yang dilakukan pada mesin *m*.

*N*  = Set dari produk akhir yang akan

dijadwalkan. ( *i* = 1, …, *N* )

*M* = Set dari mesin yang terlibat dalam

proses produksi ( *m* = 1, …, *M* )

*mijk* = Mesin yang digunakan oleh operasi

ke - *k* dari subjob *j*, produk akhir *i*

*Hij*  = Jumlah unit *Pij* yang dibutuhkan

untuk memenuhi total kebutuhan induknya (jika ada)

*Z(Pij)* = Set dari induk-induknya *Pij.*

*Bi* = Jumlah unit produk *i* yang harus

dijadwalkan

*Qij* = Kuantitas *Pij* yang diperlukan untuk

memenuhi kebutuhan.

*Qij = Bi* \* *Hij (* ∏ *Hik )* , dimana ∏ *Hik* ≥ *1*

*Pik* ∈ *Z(Pij)*  *Pik* ∈ *Z(Pij)*

*tijkm* = Waktu pemrosesan per unit part

yang diperlukan oleh operasi ke-*k* dari *Pij* pada mesin *m*.

α = Bilangan positif besar

* 1. **Variabel Model**

*Sijkm* = Waktu dimulainya operasi ke-*k*

untuk *Pij* pada mesin *m*.

*F* = Makespan.

*Cijkm* = Waktu penyelesaian operasi ke-*k*

untuk *Pij* pada mesin *m*.

*xijkqrsm*=Variabel biner berharga 1 , jika *Pijk*

mendahului *Pqrs* padamesin *m* = 0 ,

jika tidak

* 1. **Pembatas Model**
* Jika *Pij* adalah induk langsung dari *Pi(j-1)* dan *m′* = *mijk*  maka waktu penyelesaian dari operasi terakhir (*k*) untuk *Pi(j-1)* pada mesin *m* harus lebih kecil atau sama dengan waktu awal dari operasi pertama (*k=1*) untuk *Pij* pada mesin *m′*
* Waktu penyelesaian operasi (*k-1*) untuk *Pij*pada mesin m harus lebih kecil atau sama dengan waktu awal dari operasi *k* untuk *Pij* pada mesin *m′* di mana *m′* = *mijk*
* Waktu penyelesaian dari operasi ke-*K* untuk *Pi0* pada mesin *m* harus lebih kecil atau sama dengan waktu alir produksi (makespan) *F* , jika *K* adalah operasi terakhir
* Waktu pemrosesan dari *Pijkm* adalah sama dengan selisih antara waktu penyelesaian dan waktu awalnya.
* Tidak ada dua job yang dapat diproses secara simultan pada mesin yang sama. Pembatas ini berlaku baik untuk operasi-operasi yang berada pada suatu level yang sama (bersifat paralel) maupun berbeda.
  1. **Formulasi model yang dikembangkan**

Formulasi lengkap dari model yang dikembangkan adalah sebagai berikut :

Fungsi tujuan

**F1: *Min F*** *(1)*

s/t :

***Sij1m  ≥ Rm  ,*** *∀ m ; (2)*

***Cij(k-1)m - Sijkm’  ≤ 0****; ∀ i, j, k, m (3)*

***Cidam  - Sib1m’  ≤ 0*** *;* *∀ i, m (4)*

***Ci0am  - F ≤ 0***. ; *∀ i, m (5)*

***Cijkm - Sijkm  = Qit \* tijkm***  *; ∀ i, j, k, m (6)*

***Cijkm  - Cqrsm  + α ( Xijkqrsm ) ≥ tijkm \* Qij***

*∀ i, j, k, q, r, s (7)*

***Cqrsm  - Cijkm  + α (1- Xijkqrsm ) ≥ tqrsm \* Qqr***

*(7a)*

***Xijkqrsm ∈* {0, 1}** *; ∀ i, j, k, q, r, s, m (8)*

***F, Cijkm , Sijkm*** ≥ ***0 ; integer***

* Pembatas (2) menyatakan bahwa saat paling cepat dimulainya suatu operasi adalah ketika mesin yang diperlukan siap untuk melakukan proses.
* Pembatas (3) dan (4) menyatakan urutan operasi dalam pembuatan komponen dan perakitan *sub assembly* atau produk akhir.
* Pembatas (5) mendefinisikan *makespan* sebagai waktu penyelesaian terpanjang dari seluruh proses yang dilakukan.
* Pembatas (6) menyatakan waktu yang diperlukan untuk memproses untuk masing-masing produk/komponen.
* Pembatas (7) dan (7a) menyatakan bahwa setiap mesin hanya dapat memproses satu operasi pada suatu waktu tertentu
* Pembatas (8) menjamin bahwa suatu saat tertentu tidak akan lebih dari satu operasi yang diproses pada suatu mesin tertentu.
  1. **Pendekatan Heuristik**

Model penjadwalan produk berstruktur *multi-level* yang dikembangkan melibatkan variabel biner yag akan menentukan urutan operasi-operasi pada mesin yang sama. Formulasi model diatas menunjukan bahwa persoalan ini akan efektif apabila operasi yang aka dijadwalkan sedikit, hal ini dikarenakan melibatkan variabel biner.

Solusi optimum untuk persoalan penjadwalan hanya mungkin diperoleh untuk persoalan yang berukuran kecil, jumlah operasi dan jumlah mesin sedikit, maka model dan metoda penyelesaian harus terus dikembangkan, supaya persoalan-persoalan nyata yang pada umumnya berukuran besar dapat diselesaikan. Salah satu metoda pendekatan yang banyak dikembangkan adalah metoda yang didasarkan pada aturan-aturan heuristik. Metoda pendekatan ini menyebabkan persoalan dapat diselesaikan dengan cara yang lebih sederhana

* + 1. **Dasar Pengembangan Model Pendekatan Heuristik**

Model matematis yang sudah dikembangkan dan telah diformulasikan sebagai *Mixed Integer Linear Programming* (MILP). Banyaknya variabel biner dalam suatu formulasi MILP akan mempengaruhi tingkat kesulitan dan waktu penyelesaiannya. Karena itu cara yang efisien untuk menyelesaikan persoalan ini adalah dengan menetapkan nilai variabel-variabel biner dari pembatas *disjunctive* sehingga menjadi hubungan kebergantungan antar operasi-operasi yang bersaing dalam menggunakan suatu mesin. Dengan cara ini maka ukuran persoalan dapat diperkecil sehingga lebih mudah diselesaikan, meskipun solusinya mungkin hanya mendekai optimal.

1. Jika hasil yang diperoleh menunjukna tidak terjadi komplik dalam penggunaan mesin maka jadwal optimal telah diperoleh. Jika terjadi konflik , misalnya antara opersi j dan operasi r pada mesin k, maka dibentuk dua sub persoalan dengan menambahkan pembatas baru.
   * Cjk - Crk  ≥ tjk  pada sub-persoalan 1, dan
   * Crk - Cjk ≥ trk pada sub-persoalan yang lain.
   * Dengan cara ini variabel biner dapat dihilangkan.
2. Pada kondisi dimana produk yang dijadwalkan berstruktur multi-level, relaksasi seperti itu tidak akan banyak membantu, karena pembatas disjunctive terjadi tidak hanya diantara operasi-operasi dari produk yang berbeda, tapi juga diantara komponen atau subassembly dalam suatu produk sehingga sub persoalan yang terbentuk akan sangat besar jumlahnya.
3. Karena itu penyederhaan persoalan dilakukan dengan teorema sebagai berikut :

**TEOREMA 1**

Jika *G* adalah *graph* yang menyatakan struktur suatu produk, maka untuk menjadwalkan node-node pada *G* (baik *part* atau *subassembly*) harus dimulai dari level yang paling bawah (nomor level paling besar) agar diperoleh jadwal dengan *makespan* minimum

Bukti: Perhatikan graph berikut ini



Gambar 3 Digraph untuk teorema 1

1. Berdasarkan teorema, maka jika dan adalah dua operasi yang berada pada level operasi yang berbeda (bersifat non paralel), maka cara untuk menentukan urutannya adalah dengan mendahulukan operasi pada level yang lebih rendah.
2. Untuk mengatasi persaingan penggunaan mesin oleh operasi-operasi yang berada pada level operasi yang sama (bersifat paralel), maka perlu diterapkan aturan prioritas tertentu, sehingga pembatas disjunctive (3.7) dan (3.7a) dapat diganti dengan pertidaksamaan yang sederhana
3. Dengan demikian, formulasi persoalan semula ***F1***berubah menjadi ***F2*** yang pembatas (3.7) dan (3.7a) nya berubah menjadi , jika aturan prioritas menetapkan mendahului .

**3.6.2 Langkah-langkah yang dilakukan untuk menyelesaikan persoalan secara Heuristik adalah sebagai berikut :**

1. Dapatkan input data berupa produk-produk yang akan dijadwalkan, lengkap dengan data kebutuhan, struktur produk, dan urutan proses pengerjaan untuk masing-masing produk.
2. Berdasarkan data diatas, buat Bill-of-Operation, yaitu uraian setiap produk kedalam komponen masing-masing, serta operasi-operasi yang harus dilakukan. Nyatakan level dari setiap operasi dengan cara yang sama seperti untuk menentukan level untuk setiap komponen.
3. Kelompokan operasi-operasi menurut mesin yang digunakan, dan pisahkan operasi-operasi tersebut berdasarkan level masing-masing operasi.
4. Karena aturan prioritas yang akan digunakan didasarkan pada sisa waktu operasi, maka perlu ditambahkan parameter baru yaitu yang menyatakan total waktu proses yang harus dijalani oleh , mulai dari operasi k pada m hingga menjadi produk akhir.

Untuk seluruh operasi hitung

h

adalah waktu pemrosesan yang diperlukan untuk membuat unit .

=

= waktu set-up mesin m (jika ada)

1. Pada setiap level operasi, susunlah operasi-operasi mulai dari operasi terbesar ( sebagai aturan prioritas yang dipilih) jika ada operasi-operasi dengan sama, maka pilih salah satu yang didahulukan.
2. Khusus pada level yang paling rendah, periksa apakah ada operasi-operasi yang bersifat paralel, yaitu operasi dua atau lebih komponen dengan induk langsung yang sama. Jika ya dan operasi-operasi tersebut dilakkan pada mesin yang sama, susunlah susunlah operasi-operasi tersebut berdasarkan waktu proses terkecil. Jika tidak, susunan operasi semula tidak berubah. Jika penyusunan operasi pada level pada paling bawah ini sudah selesai, hitung waktu penyelesaian operasi :
3. Untuk level berikutnya, susunlah operasi-operasi berdasarkan waktu penyelesaian operasi sebelumnya yaitu .

Jika penyusunan operasi sudah selesai, hitung waktu penyelesaian operasi :

adalah saat dimana mesin m siap untuk melakukan operasi k

1. Ulangi langkah 7 sehingga seluruh operasi terjadwal
2. Gunakan urutan operasi yang terbentuk pada masing-masing mesin untuk membuat *presedence constraint* yang baru sebagai pengganti *disjunctive constraint* . sehingga terbentuk formulasi **F2.**
3. Selesaikan F2 dengan menggunakan *Software Linear Programming.*
4. **CONTOH NUMERIK**

Sebagai contoh ilustrasi penerapan model, perhatikan contoh sederhana berikut ini.

Tabel 1 Data waktu Proses dan *Routing*



Berdasarkan BOM dan *Routing*, maka disusun uraian operasi-operasi (*Bill-of-Operation* ) yang akan dijadwakan seperti pada gambar 4 berikut ini.

20

21

22

10

11

12

30

31

32

33

34

Gambar 4 Bill-of-operation

Dengan tidak menghilangkan kemungkinan lainnya, persoalan diformulasikan dengan menetapkan *Rm* = 0 untuk seluruh mesin. Untuk melakukan perhitungan digunakan software lindo 6.1, dan diperoleh jadwal optimal=60 seperti terlihat pada gambar 5dan 6



Gambar 5. Jadwal dari ***F1***



Gambar 6. Jadwal dari ***F2***

1. **ANALISIS PERFORMANSI**

Seluruh persoalan diselesaikan dengan menggunakan *software lindo 6.1*, dan asumsi *Rm* = 0. hasil perhitungan dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2. Hasil Perhitungan kelompok 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Soal No | F1 | F2 | Selisih |
| 1 | 60 | 60 | 0,00% |
| 2 | 90 | 90 | 0,00% |
| 3 | 80 | 90 | 11,11% |
| 4 | 80 | 90 | 11,11% |
| 5 | 135 | 135 | 0,00% |

Tabel 3. Hasil Perhitungan kelompok 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Soal No | F1 | F2 | Selisih |
| 1 | 90 | 110 | 18,18% |
| 2 | 50 | 60 | 16,67% |
| 3 | 90 | 110 | 18,18% |
| 4 | 110 | 110 | 0,00% |
| 5 | 115 | 135 | 14,81% |

Dari hasil perhitungan terlihat bahwa solusi terburuk terlihat pada kelompok 2, dengan selisih 18.18%. hal ini mungkin disebabkan oleh struktur produk yang lebih rumit. namun demikian secara keseluruhan hasil perhitungan menunjukan bahwa model dan metoda yang diusulkan dapat memberikan solusi yang cukup baik.

1. **KESIMPULAN**

Model dan metoda pendekatan yang telah dikembangkan melibatkan mesin dan lot. Dengan demikian model yang dikembangkan merupakan model *integer linear programming,* dengan melibatkan sejumlah variabel biner yang digunakan untuk menentukan urutan pengerjaan operasi-operasi yang sama, maka pada penelitian ini dilakukan pengembangan metoda heuristik yang pada prinsipnya menghilangkan variabel biner dengan cara mendahulukan proses yang memiliki level paling bawah.

Meskipun contoh numerik yang digunakan merupakan contoh dari persoalan yang sangat sederhana, dilihat dari banyaknya komponen dan jumlah operasi yang harus dilakukan, tetapi formulasi matematiknya melibatkan fungsi pembatas dan variabel dalam jumlah yang cukup besar. Dengan banyaknya variabel biner yang terlibat, maka proses perhitungannya juga membutuhkan waktu yang relatif panjang.

Metoda heuristik yang dikembangkan dapat digunakan untuk mengatasi kompleksitas dari persoalan penjadwalan jobshop, terutama pada kasus dimana produk-produk yang dijadwalkan berstruktur multi-level. Kasus seperti ini melibatkan variabel biner dalam jumlah besar, sehingga ukuran persoalannya juga besar.

Hasil pengujian terhadap 10 persoalan menunjukan bahwa pengembangan proses yang sederhana dan mudah dengan hasil yang cukup dekat dengan solusi optimal.

Untuk memperoleh cara penyelesaian yang lebih cepat dengan hasil perhitungan yang optimal atau mendekati optimal, maka penelitian lebih lanjut dapat dilakukan untuk kondisi dimana produk-produk yang dijadwalkan mempunyai struktur multi-level *type general*, dimana komponen/part yang sama akan digunakan oleh beberapa produk atau subassembly yang berbeda. Pada kasus ini, part/komponen yang sama dapat dijadwalkan ke dalam satu batch.

1. **DAFTAR PUSTAKA**
2. Anwar, M.F. and Nagi, R., “Integrated Lot Sizing and Scheduling for Just-in-Time Production of Complex Assemblies with Finite Set-ups”, International Journal of Production Research, Vol. 35, No. 5, 1997
3. Ashour, S. and Hiremath, S.R., “A Branch-and-Bound Approach to the Job Shop Scheduling Problem”, International Journal of Production Research, Vol. 11, No. 1, 1973
4. Askin, R.G. and Standridge, C.R., “Modeling and Analysis of Manufacturing Systems”, John Wiley & Sons, Inc, 1993
5. Baker, K.R., “Introduction to Sequencing and Scheduling”, John Wiley, New York, 1974
6. Baker, K.R. & Trietsch, D*.* Principles Of Sequencing And Scheduling, New. Jersey, 2009
7. Bedworth, D.D., and Bailey, J.E., “*Integrated Production Control Systems”*, John Willey & Sons, Inc., New York, 1987
8. Billington, P.J., J.O. McClain, & L.J. Thomas, “Mathematical Programming Approaches to Capacity-Constrained MRP System : Review, Formulation and Problem Reduction”, Management Science, Vol. 29, No. 10, 1983
9. Dimyati,T.T.,(1999), *Model Optimasi Penjadwalan Jobshop untuk Produk-Produk Berstruktur Multi-Level*, Infomatek, Vol. 1, 1-9
10. Doctor, S.R., Cavalier,T.M., and Egbelu, P.J., “Scheduling for Machining and Assembly in a Job Shop Environment”, International Journal of Production Research, Vol. 31, No. 6, 1993
11. Greenberg, H.H., “A Branch-and-Bound Solution to the General Scheduling Problem”, Operations Research, Vol. 8, 1968
12. Kusiak, A., “Intelligent Manufacturing Systems”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1990
13. Lageweg, B.J., Lenstra, J.K., and Rinnooy Kan, A.H.G., “Job Shop Scheduling by Implicit Enumeration”, Management Science, Vol. 24, 1977
14. Lasserre, J.B., “An Integrated Model for Job Shop Planning and Scheduling”, Management Science, Vol. 38, No. 8, 1992
15. Peres, S.D., & J.B. Lasserre, “Integration of Lotsizing and Scheduling Decisions in a Job Shop”, European Journal of Operational Research 75 (1994) 413-426
16. Manne, A.S., “On the Job Shop Scheduling Problem”, Operations Research, Vol. 8, 1960
17. Morton, Thomas E. dan Pentico, David W. (1993). Heuristic Scheduling Systems. New York: John Wiley and Sons, Inc.
18. Rinnooy Kan, A.H.G., “Machine Scheduling Problems – classifications, complexity and computations”, Martinus Nijhoff, The Hague, 1976
19. Vincet T’kindt dan Jean-Charles Billaut. Multicriteria Scheduling, Theory, Models and Agorithms. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2002
20. Toha, I.S., “Model Optimasi Alokasi Order Produksi untuk tingkat Shop Floor” , Teknik dan Manajemen Industri, No. 8., April 1993